

## Le sujet comporte les documents suivants :

- le texte du sujet qui comprend 30 pages numérotées de 1/30 à 30/30,
- 2 documents réponses numérotés DREP1 et DREP 2 qui seront à joindre à la copie.

Les calculatrices sont autorisées.

Calculatrice électronique de poche – y compris programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

Tout document et tout matériel électronique sont interdits.

Toute documentation autre que celle fournie est interdite.

## Recommandations générales

L'épreuve se compose de parties indépendantes. Dans chaque partie, certaines sous-parties sont elles-mêmes indépendantes. Les candidats sont donc invités, d'une part, à lire attentivement l'énoncé avant de commencer à composer et d'autre part, à bien répartir leur temps de composition entre les différentes parties. Pour chaque partie, il est demandé aux candidats de rédiger dans l'ordre proposé par le sujet. Il est rappelé aux candidats qu'ils doivent impérativement utiliser les notations indiquées dans le texte ou sur les figures, et qu'ils doivent présenter les calculs clairement, dégager et encadrer les résultats relatifs à chaque question référencée dans le sujet. Tout résultat incorrectement exprimé ne sera pas pris en compte. Les candidats traceront tous les schémas ou chronogrammes qui leur permettront d'étayer leurs raisonnements.

## Notations pour l'ensemble du sujet

On adoptera pour l'ensemble du sujet le format de notation suivant :

- $\overrightarrow{OM}$  vecteur position du point M a pour composante  $(x_M, y_M, z_M)$  dans le repère  $R(0, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ .
- $\overrightarrow{V_{M,R2/R1}}$  vitesse du point M appartenant au solide repéré par R2 dans son mouvement par rapport au solide de référence repéré par R1.
- $\overrightarrow{\Omega_{R2/R1}}$  vecteur taux de rotation du solide repéré par R2 dans son mouvement par rapport au solide de référence repéré par R1.
- $\omega_{x,2/1}$  composante du vecteur taux de rotation du solide repéré par R2 dans son mouvement par rapport au solide de référence repéré par R1 selon la direction  $\vec{x}$ .
- $\left\{ \mathcal{V}_{R2/R1} \right\}_M = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & \left| & v_{x,2/1} \\ \omega_{y,2/1} & \left| & v_{y,2/1} \\ \omega_{z,2/1} & \left| & v_{z,2/1} \end{Bmatrix}_R$  Torseur cinématique du solide repéré par R2 dans son mouvement par rapport au solide de référence repéré par R1 exprimé au point M dans la base R.
- $\overrightarrow{F_{S2 \rightarrow S1}}$  la force au point F exercée par le solide S2 sur le solide S1.
- $M_O(\overrightarrow{F_{S2 \rightarrow S1}})$  le moment en O de la force  $\overrightarrow{F_{S2 \rightarrow S1}}$ .
- $\left\{ \mathcal{S}_{S2 \rightarrow S1} \right\}_M = \begin{Bmatrix} X_{21} & \left| & L_{21} \\ Y_{21} & \left| & M_{21} \\ Z_{21} & \left| & N_{21} \end{Bmatrix}_R$  Torseur statique représentant les actions mécaniques du solide S2 agissant sur le solide S1 exprimé au point M dans la base R.

## PRESENTATION DU SYSTEME

La construction du lot 2 de la ligne 16 du Grand Paris Express avec ses 11,1 km de voies en tunnel, intègre la réalisation du génie civil de quatre gares (Aulnay, Sevran Beaudottes, Sevran – Livry et Clichy – Montfermeil), et de 11 ouvrages annexes.

Le tunnel emprunté par les métros sera en majeure partie réalisé par un tunnelier ce qui offre plusieurs atouts en milieu urbain dense : limitation des impacts pour les riverains (vibrations, bruit), emprises de travaux réduites en surface (limitées aux puits d'entrée et de sortie du tunnelier), maîtrise des risques associés au creusement et maintien de la stabilité du terrain.



Fig.1. Avancée du tunnelier en milieu urbain dense

### Les tunneliers

Mesurant plus de 100 mètres de long et 10 mètres de diamètre, le tunnelier a trois fonctions principales :

- Creuser le sol rocheux, sableux ou boueux ;
- Evacuer les déblais grâce à une vis sans fin, puis par un convoyeur à bande situé à l'intérieur du train suiveur qui les remonte à la surface ;
- Installer les parois du tunnel constituées de voussoirs préfabriqués en béton formant des anneaux et assurant la solidité et l'étanchéité.

La roue de coupe ou "tête d'abattage" (figure 2), installée à l'avant du bouclier du tunnelier est équipée de molettes de coupe et de pics en carbure de tungstène pour assurer l'excavation. Derrière elle, une cloison assure l'étanchéité et la protection de la chambre de forage.

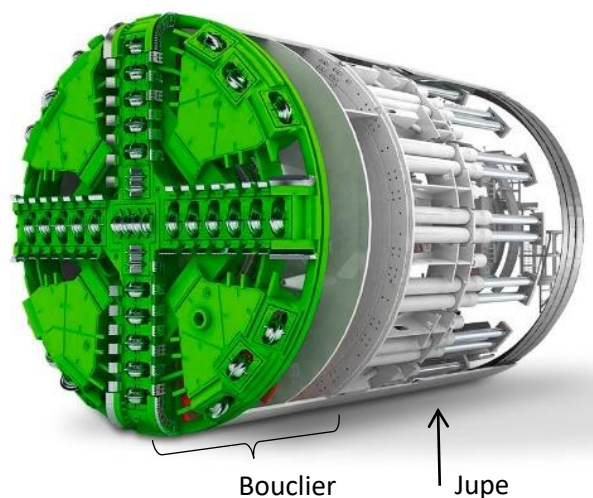


Fig.2. Tête d'abattage et bouclier du tunnelier

Le forage se fait dans des sols rocheux, meubles ou aquifère. Il est essentiel de maintenir une pression suffisante au niveau du front de taille pour éviter un brusque déplacement de matière ce qui aurait pour conséquence de créer un tassement de terrain en surface. Pour maintenir cette pression il existe deux grandes classes de tunneliers se distinguant par leur bouclier (parois extérieures du tunnelier) : les boucliers à front libre (ou ouvert) qui assurent l'excavation et le soutènement latéral du terrain et les boucliers à front pressurisé pour terrain meuble et aquifère qui assurent simultanément un soutènement latéral et frontal du terrain.

Le bouclier est prolongé par une jupe, peau de métal qui recouvre le système d'érection des voussoirs, pour le préserver des terres.

Au fur et à mesure de l'avancement du tunnelier, une vis sans fin (figure 3) permet d'évacuer les déblais. Plus la rotation de la vis est rapide, plus la quantité de déblais évacués est grande et moins la pression est grande.

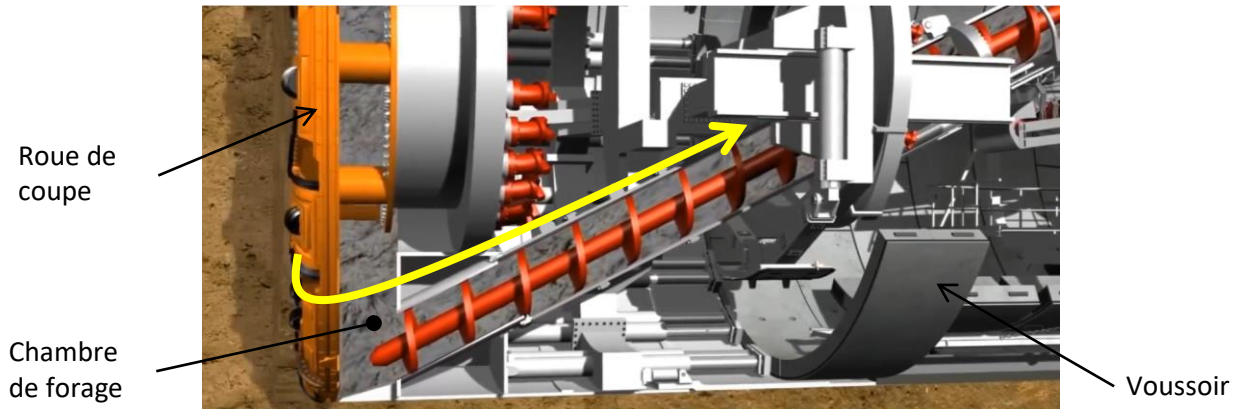


Fig.3 Vis sans fin d'évacuation des déblais.

L'espace vide créé par le creusement est comblé par la pose d'un anneau, composé de sept voussoirs, ce qui garantit un soutien permanent du tunnel. Les voussoirs sont amenés par des wagons (figure 4) circulant dans le berceau qui passe sous la cabine de pilotage.

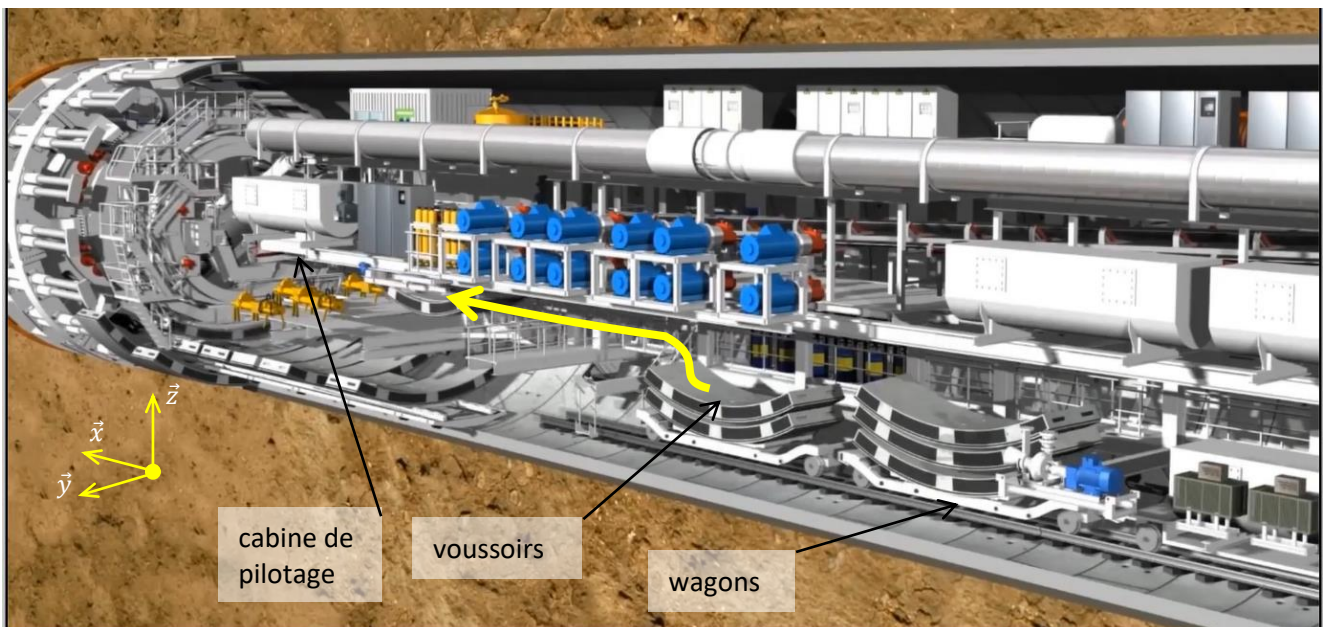


Fig.4 Amenée des voussoirs par wagons et transfert sur la table de convoyage.

Un préhenseur à palonnier permet de transférer les voussoirs des wagons d'amenée vers la table de convoyage en les faisant pivoter horizontalement d'un quart de tour.

Un érecteur, situé à l'arrière de la roue de coupe, est chargé de poser les voussoirs afin de former le nouveau revêtement du tunnel (figure 5). L'anneau est finalisé par l'installation du dernier voussoir appelé « clé de voûte ».

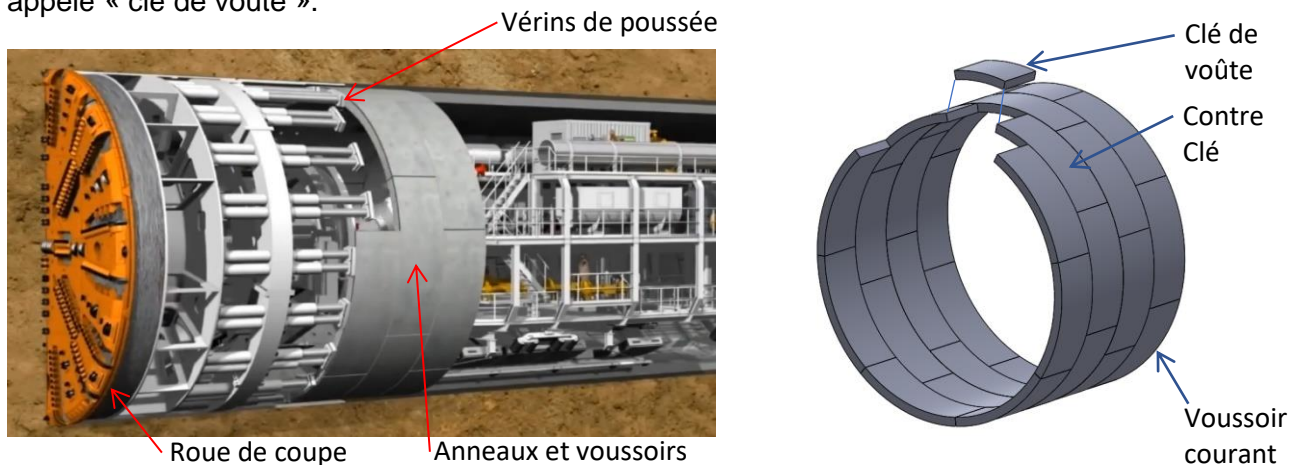


Fig.5 Pose des voussoirs pour former l'anneau.

Durant la pose des voussoirs, le creusement est arrêté. Le tunnelier reprend son avance dans le terrain grâce à la poussée sur des vérins s'appuyant sur le dernier anneau de voussoirs posé. Il se déplace suffisamment pour pouvoir dégager l'espace nécessaire à l'assemblage des nouveaux voussoirs. Ce système permet d'atteindre des cadences allant jusqu'à 18 mètres par jour.

### Les voussoirs

Les voussoirs (figure 6) sont des pièces de forme convexe, en béton armé, pesant jusqu'à huit tonnes et qui, accrochées les unes aux autres, forment un anneau. Les anneaux sont fixés ensemble pour constituer les parois du tunnel (figure 7). Sept voussoirs sont nécessaires pour former un anneau.

L'espace situé entre l'extérieur de l'anneau et la surface creusée du sol est continuellement rempli de béton projeté.

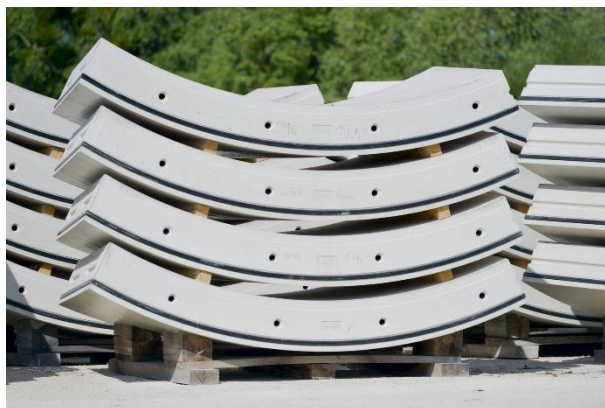


Fig. 6 Voussoirs préfabriqués et entreposés avant livraison



Fig. 7 Les anneaux constituant les parois d'un tunnel

Pour fabriquer les voussoirs (figure 10), on utilise du béton armé, c'est-à-dire du béton coulé autour de cages d'armatures métalliques massives (figure 8 et 9). A l'aide d'un moule, le béton est coulé puis lissé avant d'entrer dans une étuve à 50 degrés et 80 % d'humidité pendant 7 heures.



Fig. 8 Structure métallique de voussoirs



Fig. 9 Armature du voussoir dans le moule avant la coulée

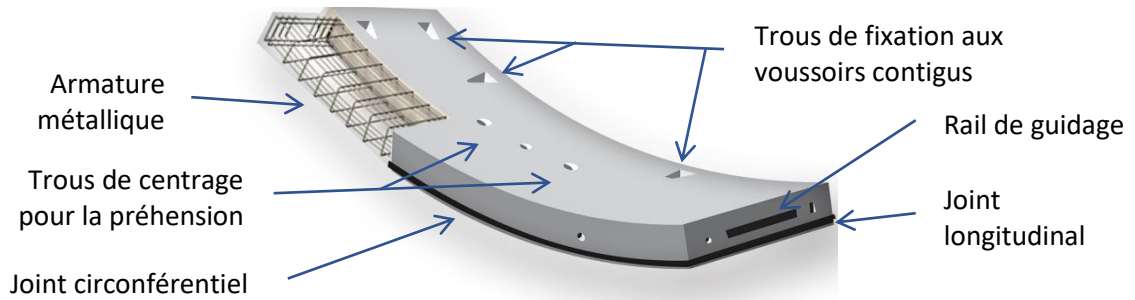


Fig. 10 Description d'un voussoir

### L'érecteur de voussoirs

La pose des voussoirs à l'arrière du bouclier est assurée par un érecteur situé derrière la tête de forage à l'intérieur du tunnelier entre le bouclier et la jupe.

Les vérins de poussée situés à l'intérieur du bouclier (figure 11) rentrent leurs tiges pour laisser la place à la pose du voussoir.

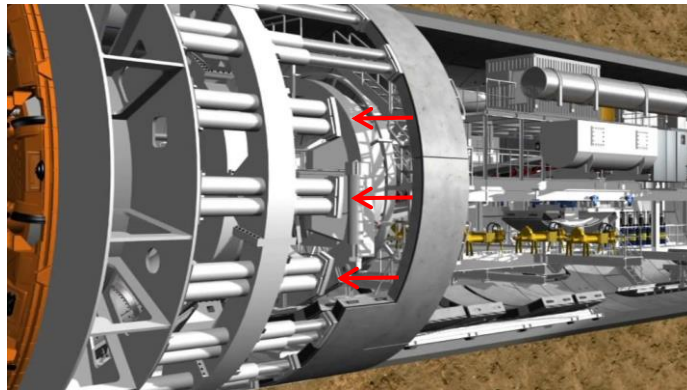


Fig.11 Retrait des tiges de vérins de poussée avant la pose d'un nouveau voussoir

L'érecteur (figure 12) est un manipulateur mécanique à commande hydraulique évoluant à 360° pour assurer la préhension, le positionnement (selon  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ ) et la dépose unitaire des voussoirs. Il se compose de quatre éléments principaux que sont : le châssis 0, le chariot longitudinal 1, l'anneau rotatif 2, et le chariot radial 3.

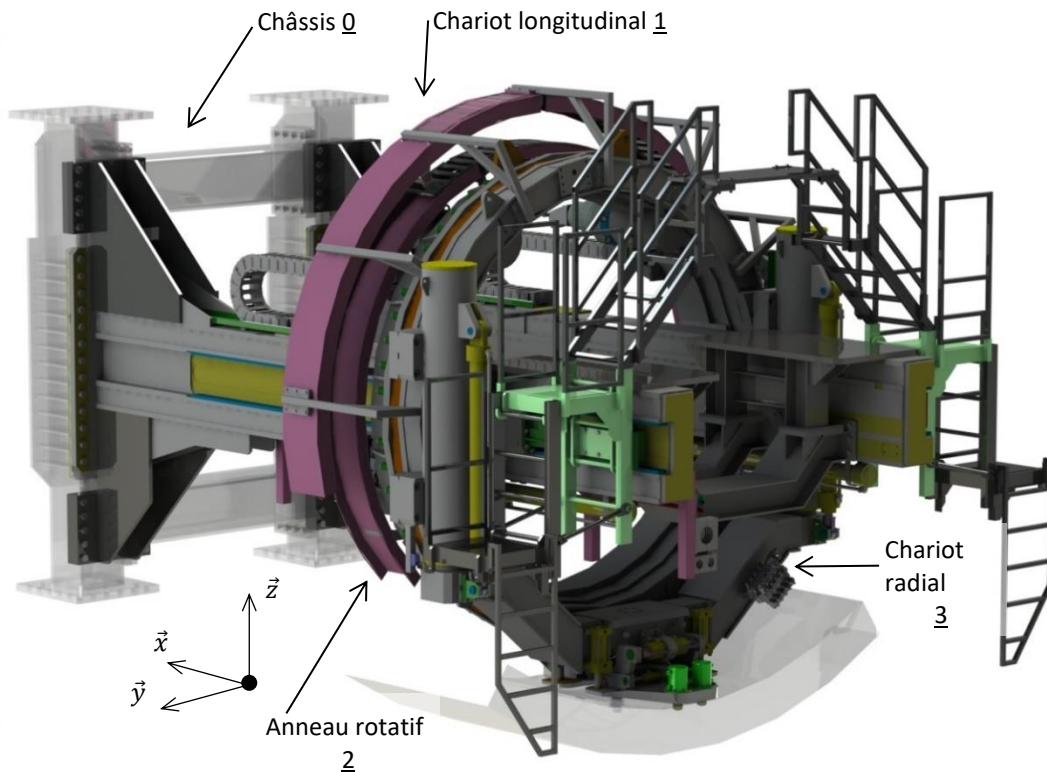


Fig.12 Erecteur de voussoir

A l'extrémité du chariot radial 3 se trouve le préhenseur (figure 13) qui permet la saisie du voussoir ainsi que le réglage fin de sa position grâce à quatre mouvements de faibles amplitudes.

L'excavation et le forage sont séquentiels. La mise en place des voussoirs dans l'anneau est réalisée lorsque le tunnelier est à l'arrêt. L'avance du bouclier reprend à la fin de la pose de l'anneau.

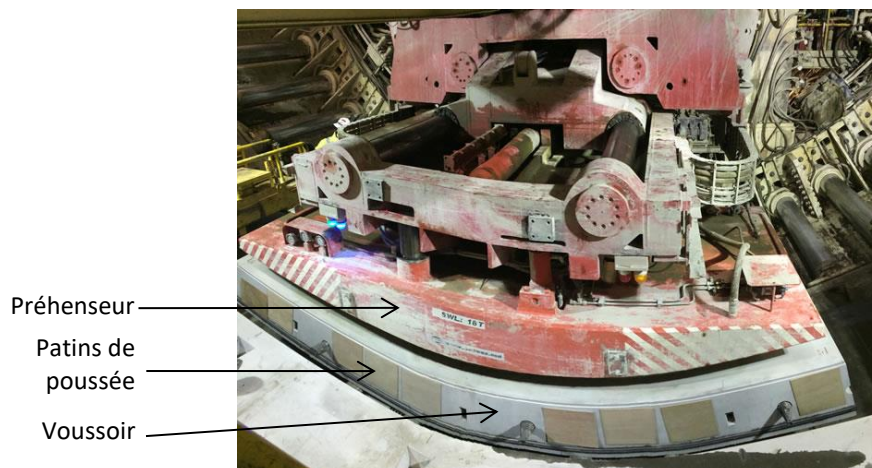


Fig.13 La table d'aspiration

## Description du cycle de pose

L'érecteur (figure 14) assure la mise en place des voussoirs à l'intérieur de la jupe du bouclier en suivant un cycle de pose.

Durant la manipulation des voussoirs par l'érecteur (figure 16), le châssis 0 est fixe, le chariot longitudinal 1 peut se déplacer en translation rectiligne selon  $\vec{x}$  par rapport au châssis 0, l'anneau rotatif 2 peut se déplacer en rotation autour de l'axe  $\vec{x}$  par rapport au chariot longitudinal 1, et le chariot radial 3 peut se déplacer en translation rectiligne selon un axe radial par rapport à l'anneau 2.

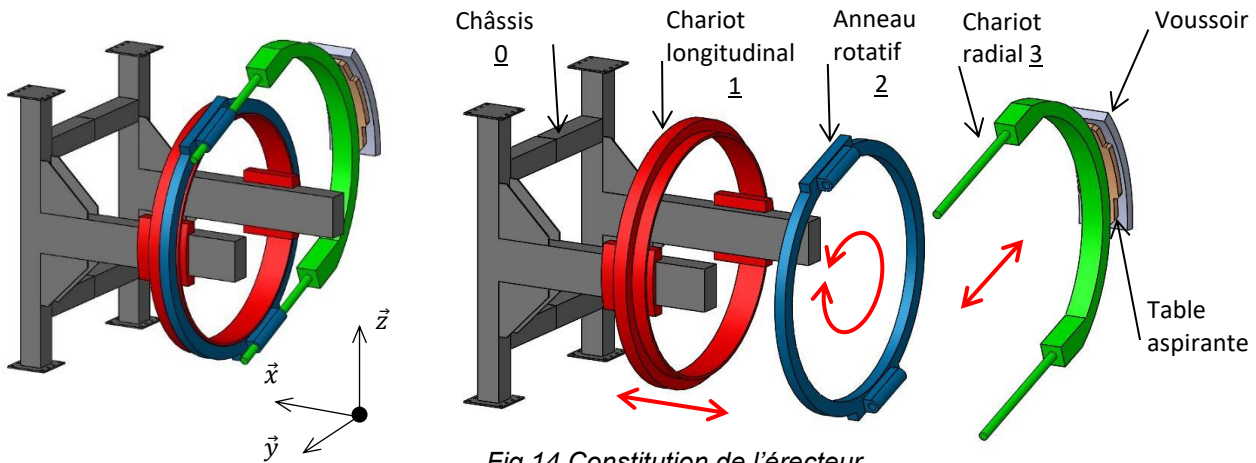


Fig.14 Constitution de l'érecteur

### Cycle de fonctionnement :

- sortie du chariot radial 3 puis saisie du voussoir par la table aspirante ;
- rentrée de l'ensemble chariot radial 3, table aspirante, voussoir ;
- mouvements simultanés en vitesse rapide de translation du chariot longitudinal 1 et de rotation de l'anneau rotatif 2 ;
- sortie du chariot radial 3 pour présentation du voussoir en face de l'emplacement choisi ;
- réglages fin de la position et de l'orientation du voussoir ;
- mise en charge des joints longitudinaux et circonférentiels (figure 15), par poussée du chariot longitudinal 1 en appui contre l'anneau précédent et de l'anneau rotatif contre le voussoir contigu du même anneau ;
- vissage des connecteurs du voussoir sur l'anneau précédent ;
- relâchement des efforts de compression des joints ;
- retour des éléments mobiles de l'érecteur à leurs positions initiales.

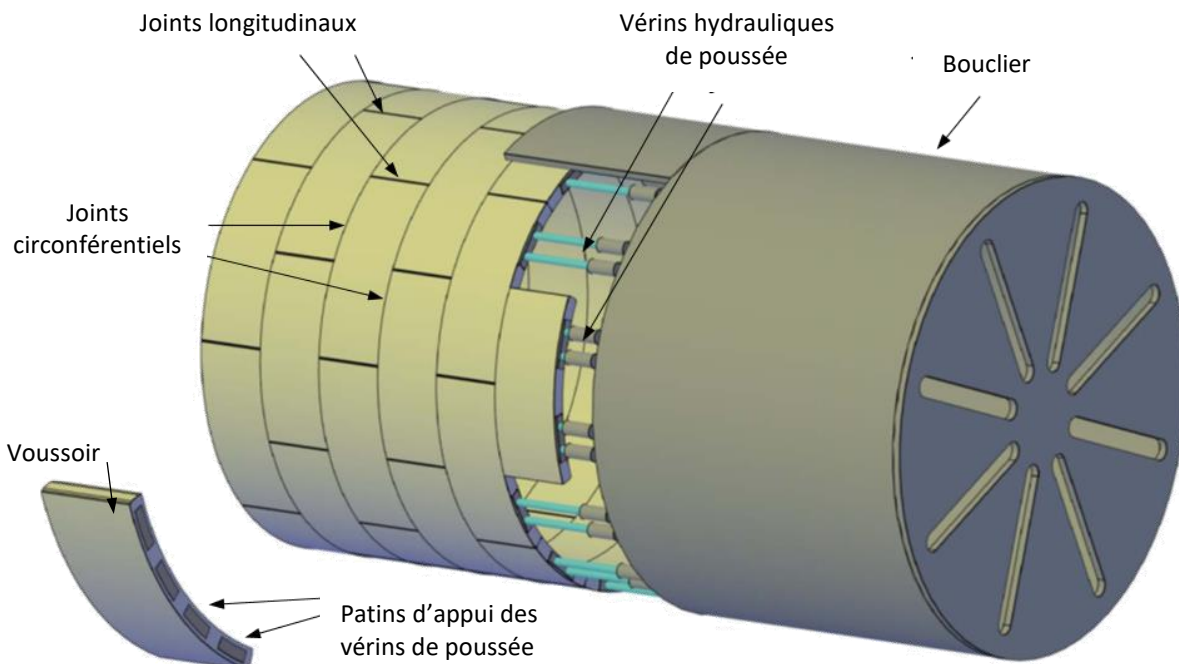


Fig.15 Mise en charge des joints

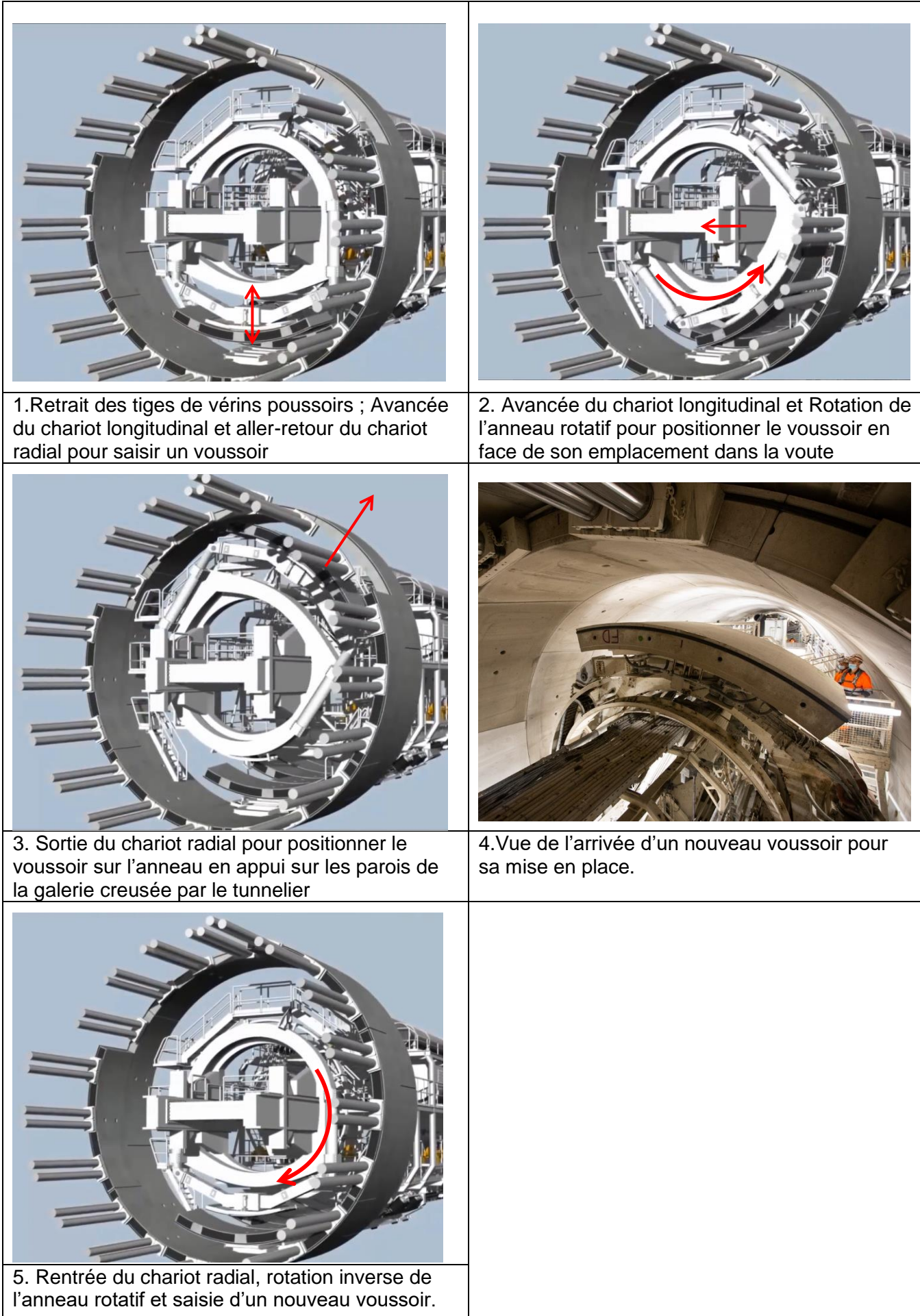


Fig.16 Cycle de mise en place d'un voussoir



## Le préhenseur de voussoir

Le préhenseur de voussoirs (figure 17) est situé à l'extrémité du chariot radial 3.



Fig. 17. Les formes concaves du préhenseur et du voussoir

La mise en position d'un voussoir sur le préhenseur (figure 18) se fait par le contact cylindrique de la table aspirante avec la face interne du voussoir au travers de 4 plots de contact (figure 19).

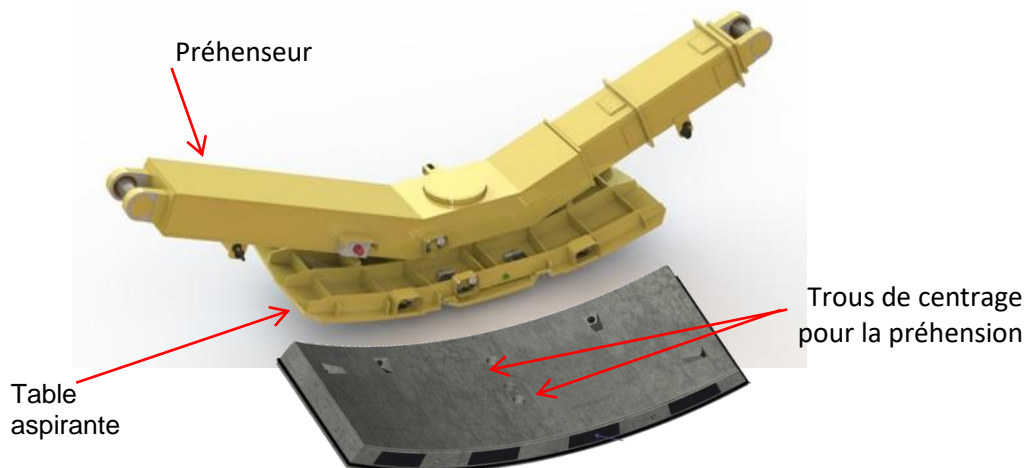


Fig. 18. Mise en position de la table aspirante et du voussoir

La mise en position est complétée par deux cônes de positionnement.

Les joints d'étanchéité synthétiques permettent de délimiter trois chambres étanches, les ventouses, qui sont mises en dépression par une pompe à vide aspirante.

Chaque ventouse est pilotée par une électrovanne et contrôlée par un capteur de vide (vacuostats 4-20 mA).

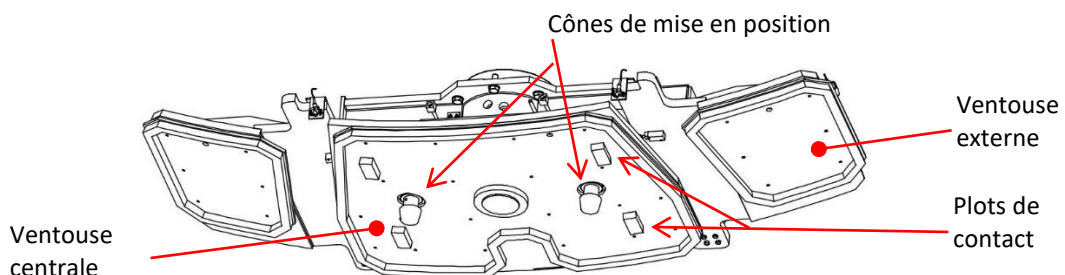


Fig. 19 Face inférieure de la table aspirante

## Objectifs généraux

- La partie 1 a pour objet l'étude cinématique de l'érecteur.
- La partie 2 a pour objet l'étude de la préhension du voussoir.
- La partie 3 a pour objet l'étude d'automatisation du processus de pose des voussoirs.
- La partie 4 a pour objet l'étude des trames de communication.

Les quatre parties peuvent être traitées indépendamment.

## Hypothèses générales

- O est un point fixe par rapport au sol. Une base orthonormée directe  $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lui est attachée. Le repère  $R_0(0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est supposé galiléen, il est associé au châssis 0.
- Le repère  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est associé au chariot 1 en translation par rapport au châssis 0.
- Le repère  $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  est associé à l'anneau 2 en rotation par rapport au chariot 1.
- Le repère  $R_3(O_v, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  est associé au chariot 3 en translation par rapport à l'anneau 2.
- Les solides sont indéformables.
- G est le centre de gravité du voussoir ; C le centre géométrique de la table aspirante.
- Le voussoir le plus volumineux, celui opposé à la clé par exemple, est modélisé par un secteur cylindrique (figure 20a).
- La masse volumique du matériau constituant le voussoir est supposée uniforme  $\rho = 2,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .
- Les centres de poussées des trois ventouses sont respectivement  $P_1, P_2$  et  $P_3$ .
- Les surfaces des trois ventouses permettant l'aspiration du voussoir sont respectivement de  $S_1 = S_3 = 0,8 \text{ m}^2$  pour les ventouses V1 et V3 et  $S_2 = 2 \text{ m}^2$  pour la ventouse centrale V2 (figure 20b).

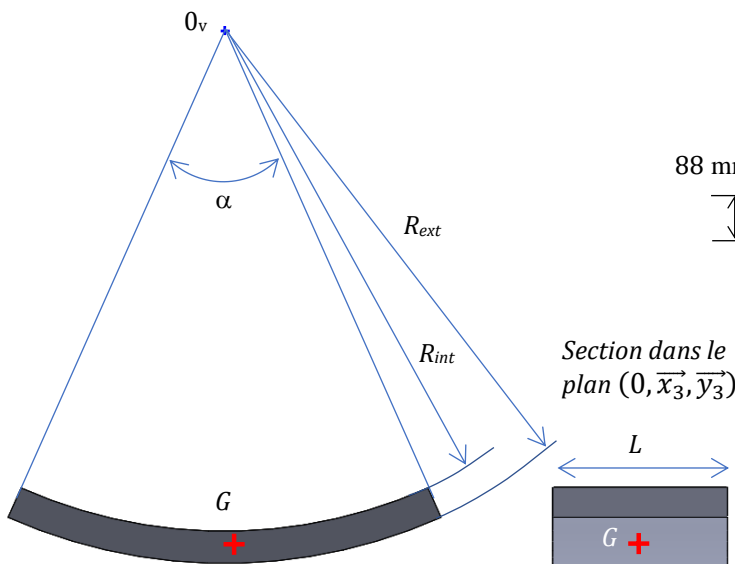


Fig.20a Géométrie du voussoir

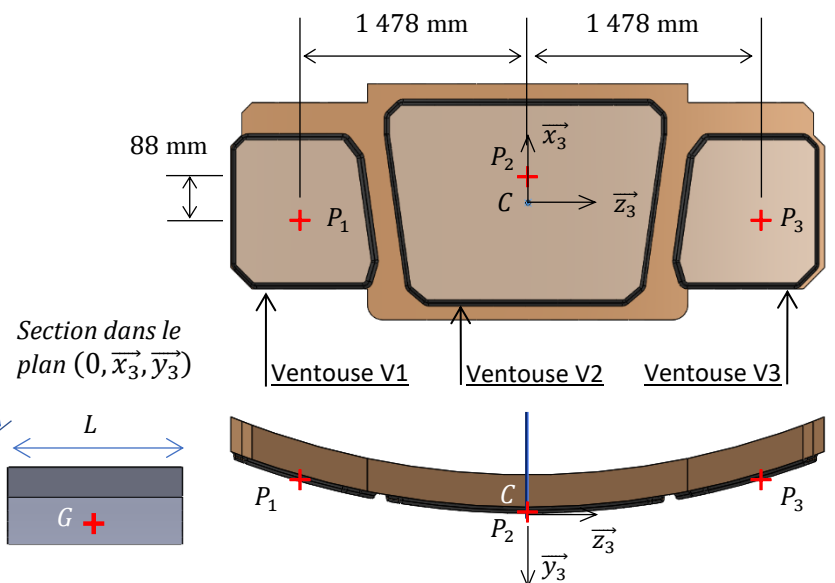


Fig. 20b Vues planes de la table et des ventouses d'aspiration

## Données générales

Dimensions du voussoir	$\alpha = 48^\circ$ $L = 1850 \text{ mm}$ $R_{ext} = 5800 \text{ mm}$ $R_{int} = 5450 \text{ mm}$
Accélération de la pesanteur	$g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ avec $\vec{g} = g \cdot \vec{z}_0$
Position du centre de gravité	$\vec{O}_v \vec{G} = R_G \cdot \vec{y}_3$ avec $R_G = 5460 \text{ mm}$

## Partie 1 - Etude cinématique de l'érecteur

L'objectif de cette sous-partie est le suivant :

- Déterminer les données cinématiques préalables à une étude des actions mécaniques du préhenseur sur le voussoir.

### Hypothèses complémentaires

- L'étude a lieu lors du cycle de mise en place du voussoir tel qu'illustré par la figure 16.
- Le schéma cinématique de l'érecteur est fourni sur la figure 21.
- On pose  $\overrightarrow{OA} = x_A \cdot \overrightarrow{x}_0$  ;  $\overrightarrow{AG} = R \cdot \overrightarrow{y}_3$  ;  $\theta = (\overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{y}_3) = (\overrightarrow{z}_0, \overrightarrow{z}_3)$

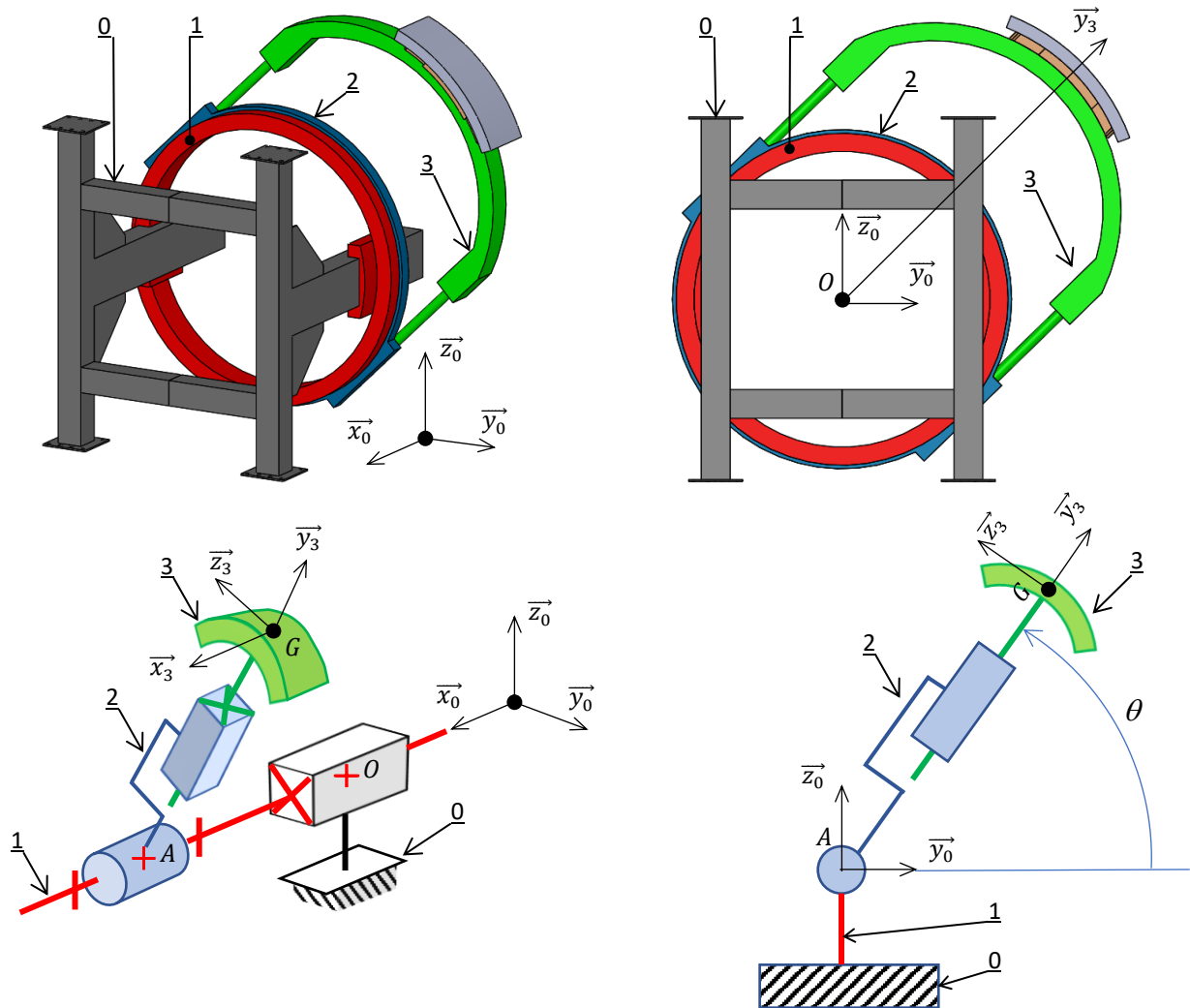


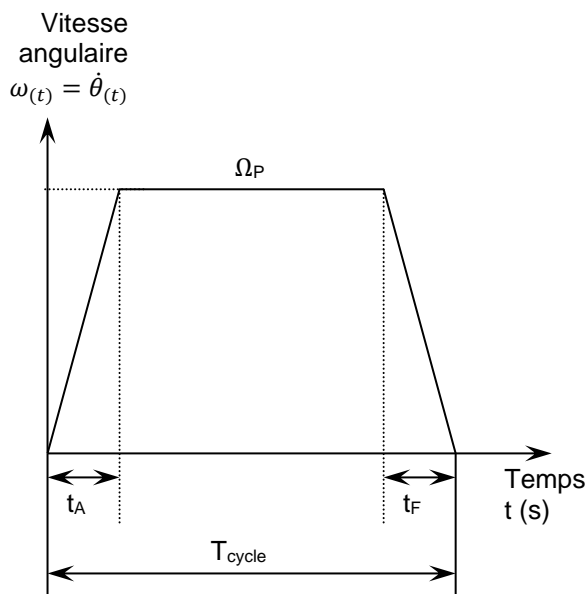
Fig. 21 Modèle 3D simplifié et schéma cinématique de l'érecteur

- Q1.** Donner les noms et les caractéristiques puis établir les expressions des torseurs cinématiques des liaisons entre les solides  $\underline{0}$ - $\underline{1}$  en 0,  $\underline{1}$ - $\underline{2}$  en A et  $\underline{2}$ - $\underline{3}$  en A.
- Q2.** Déterminer, en G, l'expression du torseur cinématique du solide  $\underline{3}$  dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen  $R_0$ .
- Q3.** Déterminer, l'expression dans la base  $(\overrightarrow{x}_3, \overrightarrow{y}_3, \overrightarrow{z}_3)$  de l'accélération  $\overrightarrow{a_{G,3/0}}$  du point G appartenant au solide  $\underline{3}$  dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen  $R_0$  en fonction des caractéristiques dimensionnelles.

Pour les questions suivantes, on considère le seul mouvement de rotation de l'anneau rotatif 2. Les vitesses de translation du chariot 1 par rapport au châssis 0 et du chariot 3 par rapport à l'anneau 2 sont nulles au cours du temps.

Le tunnelier doit permettre une progression de 3 à 20 cm par minute (suivant la nature géologique du terrain). La recherche de temps de cycles de pose des voussoirs réduits et d'un maintien du voussoir garantissant des manipulations en toute sécurité, impose une loi de commande de la rotation  $\theta$  de l'anneau rotatif 2.

Cette loi de vitesse au cours du temps est de type « en trapèze » (figure 22).



Loi de commande en trapèze :

$t_A$  : durée de la phase d'accélération 1 s

$\Omega_P$  : vitesse en régime permanent 16 °/s

$t_F$  : durée de la phase de freinage 1 s

$T_{cycle}$  : durée totale maximale du cycle permettant de respecter la cadence d'avance du tunnelier 12 s

Fig. 22 Courbe de la vitesse angulaire de l'anneau rotatif 2 lors de la mise en position d'un voussoir

La position initiale correspond à la fin de la phase de saisie du voussoir sur la table de convoyage. Le voussoir est alors dans la position  $\theta = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ , telle que  $\overrightarrow{AG} = -R \cdot \overrightarrow{z_0}$

**Q4.** Etablir les équations du mouvement pour les trois phases de fonctionnement en fonction des caractéristiques.

Représenter, sur le document réponses, l'allure des courbes d'accélération angulaire et de position angulaire pour les trois phases. Renseigner les tracés avec les caractéristiques connues.

**Q5.** A partir des équations du mouvement, déterminer la position angulaire maximale qu'il est possible d'atteindre à la fin du temps de cycle.

Le voussoir le plus éloigné du tapis de convoyage est celui positionné à  $\theta = +\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ . C'est celui qui demande l'angle de rotation le plus grand.

**Q6.** Vérifier qu'avec le cycle proposé ( $T_{cycle}, \Omega_P, t_A, t_F$ ) que la pose du voussoir le plus éloigné est possible.

## Partie 2 - Préhension du voussoir

L'objectif de cette sous-partie est le suivant :

- **Rechercher** la valeur de la dépression nécessaire pour garantir le non-décollement, le non-glissement et le non-bascullement du voussoir par rapport à la table d'aspiration.

Cette partie porte sur la préhension du voussoir le plus volumineux d'un anneau régulier. La géométrie du voussoir est modélisée par un secteur cylindrique (figure 20).

Lorsque la dépression est créée à l'intérieur des ventouses, celle-ci plaque le voussoir sur la table d'aspiration, en appui sur les joints d'étanchéité.

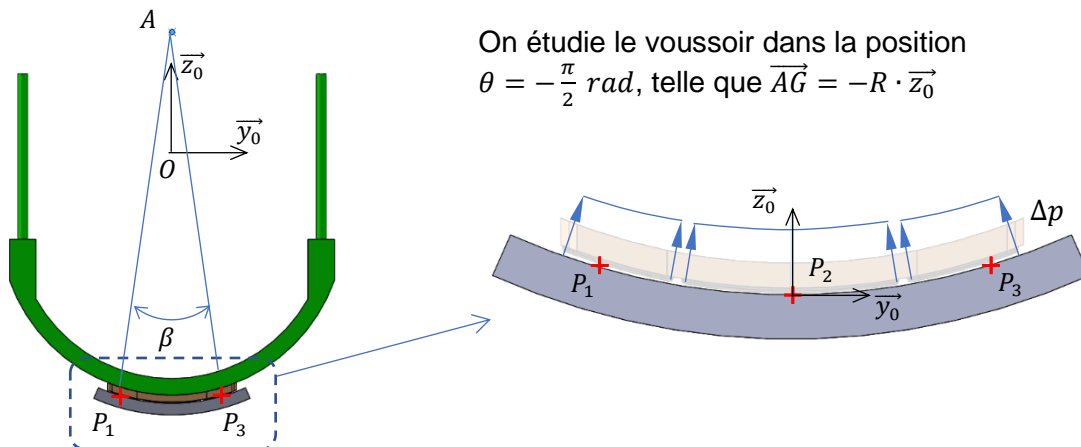
### A-Etude statique du levage

#### Hypothèses complémentaires

- On suppose que dans la phase de levage, l'évolution de la vitesse est suffisamment faible pour considérer les effets de l'accélération négligeable (étude statique).
- On adopte une modélisation plane de l'érecteur dans le plan  $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .
- On se place à la limite de décollement des ventouses.  
Dans cette configuration on considère qu'il n'y a plus de contact entre le voussoir et les plots de la table d'aspiration.
- La pression atmosphérique est égale à  $p_{atm} = 1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 0,1 \text{ MPa}$
- La répartition de pression au contact table d'aspiration / voussoir est supposée constante (pilotage par électrovannes et contrôle par vacuostats).  
La pression absolue à l'intérieur de la ventouse vaut  $p_{abs} = 0,15 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- L'angle formé par les deux normales au contact entre la table d'aspiration et le voussoir aux points  $P_1$  et  $P_2$  est défini par  $\beta = 30^\circ$

**Q7.** Déterminer l'expression du volume du voussoir le plus volumineux en fonction de ses caractéristiques géométriques (figure 20a).

**Q8.** En déduire l'expression puis la valeur du poids  $P_v$  du plus gros voussoir.



On étudie le voussoir dans la position  $\theta = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ , telle que  $\vec{AG} = -R \cdot \vec{z}_0$

Fig. 23 Répartition de pression relative sur le voussoir en position verticale

**Q9.** Déterminer l'expression et calculer la valeur de la pression relative  $\Delta p$  générée par la pompe à vide.

On rappelle que les surfaces des trois ventouses sont respectivement de  $S_1 = S_3 = 0,8 \text{ m}^2$  pour les ventouses V1 et V3 et  $S_2 = 2 \text{ m}^2$  pour la ventouse centrale V2 (figure 20b).

**Q10.** A partir de la répartition de pression (figure 23) dues aux ventouses V1 à V3 :

- déterminer l'expression de l'action de pression  $\vec{F}_1$  au point  $P_1$ , dans la base  $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  en fonction de  $\Delta p$ ,  $\beta$  et  $S_1$ .
- déterminer l'expression de l'action de pression  $\vec{F}_2$  au point  $P_2$ , dans la base  $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  en fonction de  $\Delta p$ ,  $\beta$  et  $S_2$ .
- déterminer l'expression de l'action de pression  $\vec{F}_3$  au point  $P_3$ , dans la base  $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  en fonction de  $\Delta p$ ,  $\beta$  et  $S_3$ .

Quelle que soit la valeur trouvée précédemment on prendra pour le poids du voussoir :

$$P_v = 80\,000 \text{ N}$$

**Q11.** A partir d'une étude statique sur le voussoir isolé, déterminer l'expression de la dépression minimale  $\Delta p_{\text{mini}}$  permettant de soulever le voussoir en fonction du poids du voussoir  $P_v$ , des surfaces des ventouses  $S_1, S_2, S_3$  et de l'angle  $\beta$ .

**Q12.** La valeur de  $\Delta p_{\text{mini}}$  ainsi déterminée est-elle compatible avec celle générée par la pompe à vide ? Justifier votre réponse.

On constate sur la figure 20b que les trois centres de poussées  $P_1, P_2$  et  $P_3$  ne sont pas alignés selon la direction  $(\vec{z}_3)$ .

**Q13.** Justifier, sans faire de calcul, le choix du positionnement des centres de poussées vis-à-vis de la position du centre de gravité du voussoir lors de l'avancée du chariot longitudinal (suivant l'axe  $(O, \vec{x}_0)$ ) durant l'étape de préhension d'un voussoir.

## B- Etude statique en phase de sortie du chariot radial

---

On s'intéresse à la position de pose du voussoir la plus défavorable pour la tenue par les ventouses.

### Hypothèses complémentaires

- On adopte une modélisation plane de l'érecteur dans le plan  $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .
- On suppose que dans la phase de mise en position, l'évolution de la vitesse est suffisamment faible pour considérer les effets de l'accélération négligeable (étude statique).
- On étudie le voussoir dans la position  $\theta = 0 \text{ rad}$  telle que  $\vec{AG} = R \cdot \vec{y}_0$
- On suppose le voussoir en équilibre strict, c'est-à-dire à la limite du glissement.
- On suppose maintenant que la géométrie des ventouses est représentée par une surface cylindrique unique continue de largeur  $l = 1,6 \text{ m}$  dont l'angle de contact est  $\delta = 40^\circ$ .
- Le champ de pression sous la ventouse est celui de la figure 24  
Pour la suite du problème on prendra comme valeur de dépression générée par la pompe à vide  $\Delta p = 0,85 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .
- Le coefficient de frottement des joints d'étanchéité de la table d'aspiration sur le voussoir en béton est  $\mu_{jb} = 0,65$ , il en résulte un angle du demi-cône de frottement  $\varphi_{jb} = 33^\circ$ .

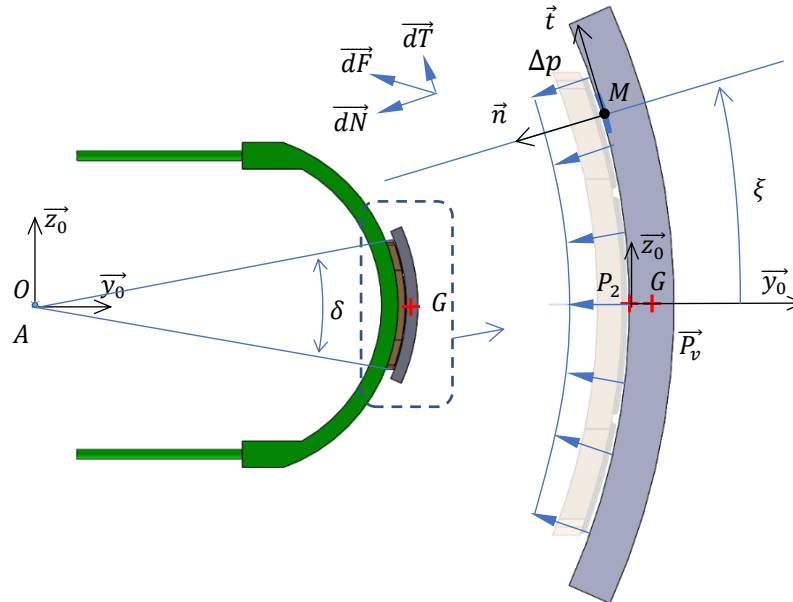


Fig. 24 Représentation des actions de pression sur le voussoir en position horizontale

Pour étudier les actions locales de contact  $\vec{dF}$ , on repère un point courant M appartenant à la surface de contact entre la table d'aspiration et le voussoir par l'angle  $\xi$ .

**Q14.** Donner l'expression de la surface élémentaire  $dS$  en fonction de  $R_{int}$ ,  $d\xi$  et  $L$ .

**Q15.** Donner l'expression de la force élémentaire  $dN$  en fonction de  $\Delta p$  et  $dS$ .

**Q16.** Donner la relation vectorielle entre  $\vec{dF}$ ,  $\vec{dN}$  et  $\vec{dT}$ , en déduire la relation vectorielle entre  $\vec{dF}$ ,  $\Delta p$ ,  $dS$  et  $\varphi_{jb}$

**Q17.** Déterminer l'expression de la force  $\vec{F}$  résultante des actions de pression. Cette force sera exprimée dans la base  $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  et placée au point  $P_2$ .

### Hypothèses complémentaires

- L'angle formé par les deux normales au contact entre les plots de la table d'aspiration et le voussoir aux points  $P_4$  et  $P_5$  est défini figure 25 par  $\psi = 10^\circ$
- Les actions de contact entre les plots de la table d'aspiration sont représentées par les vecteurs  $\vec{Q}_4$  au point  $P_4$  et  $\vec{Q}_5$  au point  $P_5$ .
- Le coefficient de frottement des plots en acier sur le voussoir en béton est  $\mu_{ab} = 0,27$ , il en résulte une inclinaison des résultantes  $\vec{Q}_4$  et  $\vec{Q}_5$  d'un angle  $\varphi_{ab} = 15^\circ$  par rapport aux normales  $\vec{n}_{P_4}$  et  $\vec{n}_{P_5}$ .

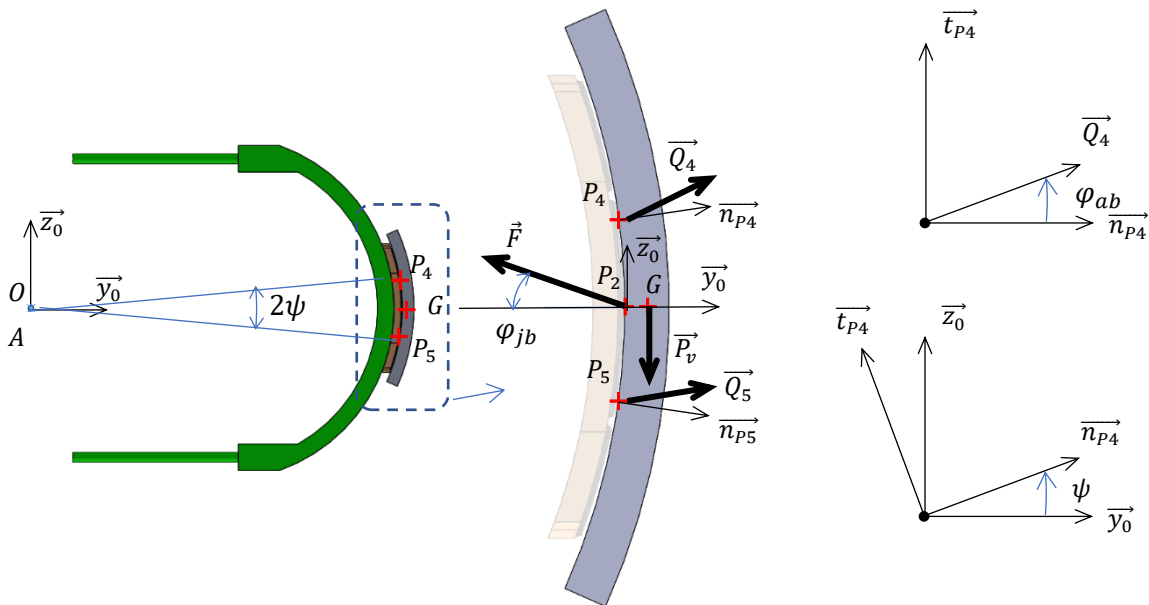


Fig. 25 Représentation des actions mécaniques sur le voussoir en position horizontale

- Le coefficient de frottement des joints d'étanchéité de la table d'aspiration sur le voussoir en béton est  $\mu_{jb} = 0,6$ , il en résulte une inclinaison de la résultante  $\vec{F}$  par rapport à la normale.  $\varphi_{jb} = 30^\circ$ .
- La résultante des actions de pression de la table d'aspiration sur le voussoir est représentée par la force  $\vec{F}$
- La distance entre les points G et  $P_2$  étant très faible (10 mm), ses effets seront négligés, c'est-à-dire que G et  $P_2$  sont considérés confondus et on considèrera que  $\vec{AG} = \vec{AP}_2 = R \cdot \vec{y}_0$ .

**Q18.** Appliquer le Principe Fondamental de la Statique au voussoir isolé et en déduire l'expression de la pression relative minimale  $\Delta p_{mini}$  permettant d'éviter le glissement au contact table d'aspiration / voussoir, en fonction de  $P_v$ , et des angles  $\varphi_{ab}$  et  $\varphi_{jb}$ .

**Q19.** La valeur de  $\Delta p_{mini}$  ainsi déterminée est-elle compatible avec la valeur  $\Delta p = 0,85 \cdot 10^5$  Pa générée par la pompe à vide ? Justifier votre réponse.

### C- Etude dynamique de la tenue lors de la rotation

La table d'aspiration doit maintenir le voussoir en toutes circonstances. Il est donc nécessaire d'effectuer son étude dynamique dans la phase d'approche. L'étude se limite au démarrage de la phase de rotation de l'anneau rotatif.

#### Hypothèses complémentaires :

- L'étude se déroule en début de phase d'accélération de l'anneau rotatif 2. La rotation de ce dernier a lieu autour de l'axe  $(O, \vec{x}_0)$
- La distance entre les points G et  $P_2$  étant très faible (10 mm) devant le rayon  $AG$ , ses effets seront négligés et on considèrera que  $\vec{AG} = \vec{AP}_2 = R \cdot \vec{y}_3$  avec  $R = 3$  m (constant)
- La position initiale correspond à la fin de la phase de saisie du voussoir sur la table de convoyage.

On étudie le voussoir dans la position  $\theta = -\frac{\pi}{2}$  rad telle que  $\vec{AG} = R \cdot \vec{y}_3 = -R \cdot \vec{z}_0$

- On adopte une modélisation plane de l'érecteur dans le plan  $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .
- On donne la valeur de l'accélération angulaire  $\ddot{\theta} = 16^\circ \cdot s^{-2}$  et l'expression de l'accélération

$$\vec{a}_{G,3/0} = a_t \cdot \vec{z}_3 \quad \text{avec} \quad a_t = \pi \text{ m} \cdot s^{-2}$$



- Le coefficient de frottement des joints d'étanchéité de la table d'aspiration sur le voussoir en béton est  $\mu_{jb} = 0,60$ , il en résulte une inclinaison des résultantes des actions  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  par rapport aux normales  $\varphi_{jb} = 30^\circ$ . Chaque action  $\vec{F}_i$  peut donc se décomposer en  $\vec{N}_i$  et  $\vec{T}_i$ .
- On se place à la limite du basculement. Dans cette situation les plots de la table d'aspiration ne sont plus en contact avec le voussoir (figure 26).
- Le contact table d'aspiration / voussoir a lieu au point B.
- On donne les coordonnées des vecteurs position dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  (unité en m)

$\overline{P_2 G} (0 \ 0 \ 0)$	$\overline{P_2 B} (0 \ y_B \ z_B)$
$\overline{P_2 P_1} (0 \ y_1 \ z_1)$	$\overline{P_2 P_3} (0 \ y_3 \ z_3)$

- La matrice d'inertie du voussoir réduite en G dans la base  $B_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  est :

$$\overline{I_G(v)} = \begin{bmatrix} I_{G,x} & 0 & 0 \\ 0 & I_{G,y} & 0 \\ 0 & 0 & I_{G,z} \end{bmatrix}_{B_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)} = \begin{bmatrix} 1\,700 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 270 \cdot 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 1\,500 \cdot 10^6 \end{bmatrix}_{B_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)}$$

Unités :  $kg \cdot m^3$

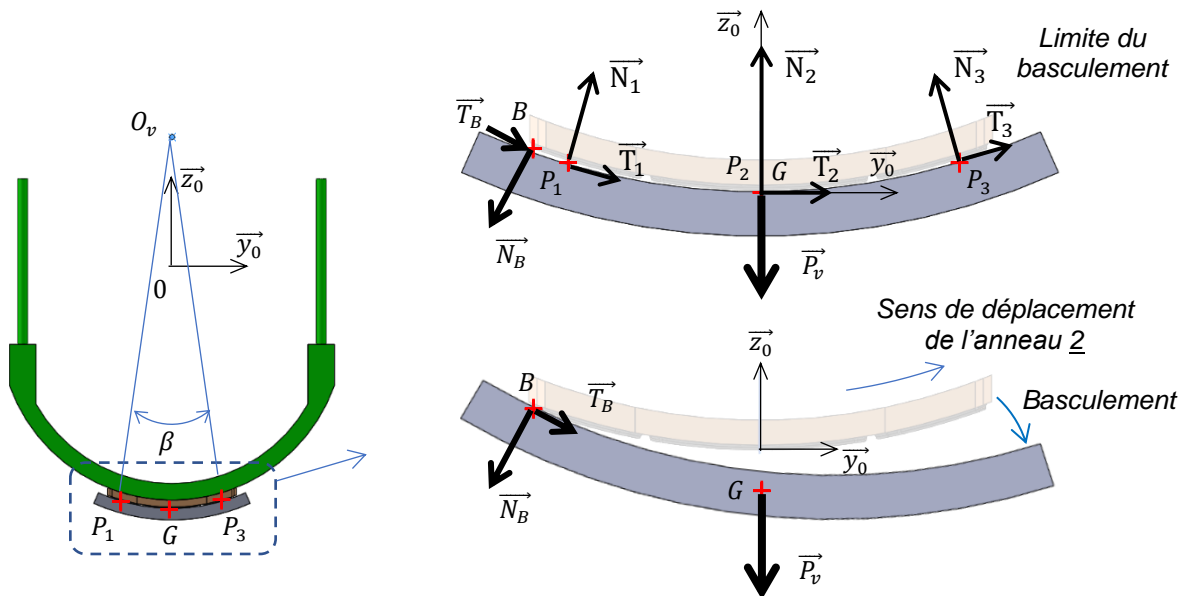


Fig. 26 Représentation des actions mécaniques sur le voussoir en fonction du basculement

**Q20.** A partir de la géométrie du voussoir (figure 20a), justifier la forme de sa matrice d'inertie (le calcul des expressions de chaque terme de la matrice n'est pas demandé).

Pour déterminer les conditions de basculement, il est nécessaire de calculer les moments des actions mécaniques extérieures au voussoir.

**Q21.** Etablir au point B les expressions des torseurs des actions  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  et  $\vec{P}_v$  dans la base  $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

**Q22.** Déterminer successivement le moment cinétique  $\overline{\sigma_{G,v/0}}$  puis le moment dynamique en G,  $\overline{\delta_{G,v/0}}$ , du voussoir  $v$  solidaire de l'anneau rotatif dans son mouvement par rapport au châssis  $\underline{0}$ .

**Q23.** Déterminer le moment dynamique en B,  $\overline{\delta_{B,v/0}}$ , du voussoir  $v$  solidaire de l'anneau rotatif dans son mouvement par rapport au châssis  $\underline{0}$ .

**Q24.** Déterminer l'expression de la projection autour  $(B, \vec{x}_0)$  de l'équation du moment dynamique appliquée au voussoir dans son mouvement par rapport au châssis  $\underline{0}$ .

**Q25.** Déterminer l'expression de la dépression minimale  $\Delta p_{mini}$  permettant d'éviter le basculement au contact table d'aspiration / voussoir, en fonction de  $P_v$ , et de l'angle  $\varphi_{jb}$  et des grandeurs liées aux positions des points.

Pour la suite on prendra :

$\overline{P_2G} (0 \ 0 \ 0)$	$\overline{P_2B} (0 \ -1,9 \ 0,325)$
$\overline{P_2P_1} (0 \ 1,48 \ 0,194)$	$\overline{P_2P_3} (0 \ -1,48 \ 0,194)$

**Q26.** La valeur de  $\Delta p_{mini}$  ainsi déterminée est-elle compatible avec la valeur  $\Delta p = 0,85 \cdot 10^5$  Pa générée par la pompe à vide ? Justifier votre réponse.

L'aspiration de l'air de chaque ventouse du préhenseur est créée par une pompe à vide associée à un réservoir maintenu en dépression. Les pressions au niveau de chaque élément clé du circuit pneumatique, sont contrôlées par des pressostats et des vacuostats connectés à une carte de commande qui gère la mise en action d'une machine asynchrone fonctionnant en moteur d'entraînement de la pompe à vide.

#### D- Dimensionnement de l'actionneur de pompe à vide

Extrait du cahier des charges relatif au fonctionnement de la pompe à vide :

Identifiant	Exigence	Critère - Niveau
Id= "1.4.3.2 "	Les pressions au niveau de chaque élément clé du circuit pneumatique doivent être contrôlées	Au moins un vacuostat un pressostat et un manomètre par ventouse
Id= "1.4.3.3 "	Les ventouses doivent pouvoir maintenir le voussoir après une coupure de l'alimentation électrique	$t_{secu} \geq 30 \text{ min}$
Id= "1.4.2 "	Le pic d'intensité de courant absorbé par le moteur de la pompe à vide doit rester limité.	$I_{pic} \leq 3I_n$

Les caractéristiques principales tirées de la plaque signalétique de la machine asynchrone sont résumées dans le tableau ci-dessous :

	Fréquence		Puissance nominale	Vitesse nominale	Couple nominal	Intensité de courant nominale	Facteur de puissance	Rendement
			$P_n$ <i>kW</i>	$N_n$ <i>tr · mn<sup>-1</sup></i>	$C_n$ <i>N · m</i>	$I_n$ <i>A</i>	$\cos \varphi$	$\eta$
3~	50Hz	$\Delta 230V / Y 400V$	3	1437	19.9	6,5	0,72	83,4%

**Les objectifs de cette sous-partie sont les suivants :**

- **Identifier** les paramètres principaux de la machine asynchrone pour **choisir** une stratégie de commande au démarrage (démarrage direct, utilisation d'un démarreur électronique, ou utilisation d'un variateur de vitesse) et une stratégie de pilotage (fonctionnement intermittent à vitesse constante ou pilotage à vitesse variable).

La machine asynchrone est branchée en Y sur le réseau 400V.

On note :

- $\omega_s$  , vitesse de rotation du champ au stator en *rad · s<sup>-1</sup>* ;
- $n_s$  , vitesse de rotation du champ au stator en *tr · s<sup>-1</sup>* ;
- $\omega$  , vitesse de rotation du rotor en *rad · s<sup>-1</sup>* ;

**Q27.** Déterminer le nombre de paires de pôle  $p$  de cette machine et donner l'expression du glissement  $g$  en fonction de  $\omega_s$  et de  $\omega$  en déduire la valeur  $g_n$  du glissement au point de fonctionnement nominal de la machine.

Le schéma équivalent ramené au stator d'une phase du moteur est représenté figure 27.

$V_1$ , tension efficace d'une phase du stator ;

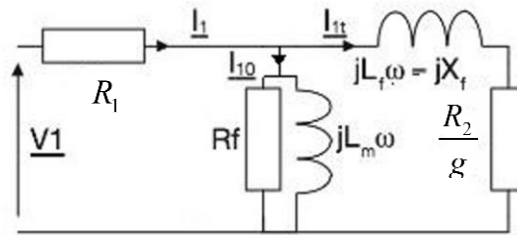


Fig.27 Schéma équivalent ramené au stator d'une phase du moteur

$I_1$ , intensité efficace d'une phase du stator ;

$R_1$ , résistance d'une phase du stator ;

$R_f$ , résistance modélisant les pertes fer ;

$L_m \omega = X_0$ , réactance magnétisante ;

$L_f \omega = X_f$ , réactance de fuite au rotor, ramenée au stator ;

$\frac{R_2}{g}$ , résistance modélisant la puissance transmise au rotor ;

On néglige la chute de tension aux bornes de la résistance  $R_1$ .

**Q28.** Reproduire le schéma de la figure 27 en tenant compte de cette simplification et donner

l'expression de l'intensité efficace  $I_{1t}$  en fonction de  $V_1$ ,  $\frac{R_2}{g}$  et  $X_f$ .

On rappelle que le couple électromagnétique  $C_{em} = C = \frac{P_{TR}}{\omega_s}$  où  $P_{TR}$  représente la puissance transmise au rotor ( $P_{TR} = 3 \cdot \frac{R_2}{g} \cdot I_{1t}^2$ ).

**Q29.** Donner l'expression de  $C_{em}$  en fonction de  $p$ ,  $\omega$ ,  $V_1$ ,  $R_2$ ,  $g$  et  $X_f$  en plaçant le résultat sous la

forme  $C_{em} = H \cdot \frac{X_R}{X_R^2 + X_f^2}$  et en précisant les expressions de  $X_R$  et  $H$ .

L'allure de la caractéristique mécanique  $C_{em} = C = f(\omega \text{ ou } g)$  est donnée figure 28.

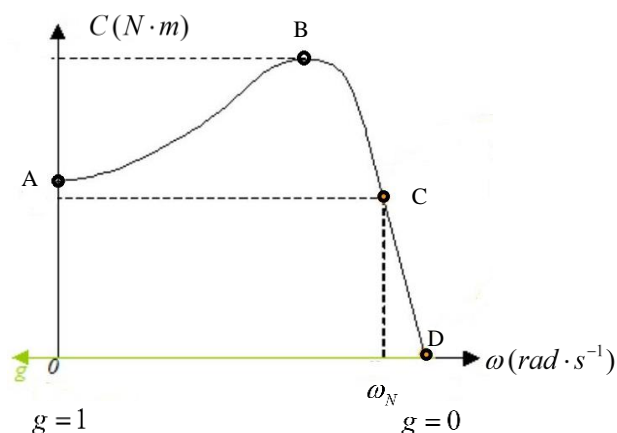


Fig.28 : Allure de la caractéristique mécanique  $C_{em} = C = f(\omega \text{ ou } g)$

**Q30.** Indiquer à quoi correspondent les points A, B, C et D qui figurent sur la caractéristique mécanique de la figure 28. Préciser la partie utile de cette caractéristique si l'on souhaite commander la machine à vitesse variable.

Des essais sur la machine ont permis de déterminer que celle-ci pouvait fournir un couple de démarrage  $C_d = 40 N.m$  avec un pic d'intensité au démarrage  $I_{1pic} = 39 A$ .

On assimile le couple résistant du compresseur de la pompe à vide à un couple constant

$$C_{res} = 8 N \cdot m$$

**Q31.** Indiquer en justifiant votre réponse si un démarrage en charge du moteur est possible.

On admet que lors d'un démarrage en charge du moteur, l'intensité du courant absorbé est

$$I_1 = \frac{V_1}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + X_f^2}} \text{ car on suppose } i_{10} \ll i_{1t}$$

**Q32.** Indiquer la valeur de  $g$  au démarrage et en déduire l'expression du pic d'intensité  $I_{1pic}$  au démarrage.

**Q33.** Déterminer la valeur du rapport  $\frac{I_{1pic}}{I_n}$  et conclure sur le respect de l'exigence Id= "1.4.2 " concernant la limitation du pic d'intensité au démarrage.

**Q34.** Proposer une solution technologique permettant de respecter l'exigence Id= "1.4.2 ".

### Partie 3 – Asservissement de la position angulaire de l’anneau rotatif 2

**L’objectif de cette partie est le suivant :**

- Vérifier que les exigences de stabilité, précision et rapidité de l’asservissement de l’assiette de la tête de l’érecteur à voussoir sont satisfaites.

Après avoir saisi un voussoir et après l’avoir translaté au niveau de l’anneau en construction, l’érecteur effectue une rotation pour positionner le voussoir en face de son emplacement prévu dans la voute de l’anneau.

La position angulaire de l’anneau rotatif de l’érecteur portant le voussoir, appelée « assiette », est définie par  $\theta$  (figure 29). Elle est asservie de façon à faciliter la mise en place du voussoir.

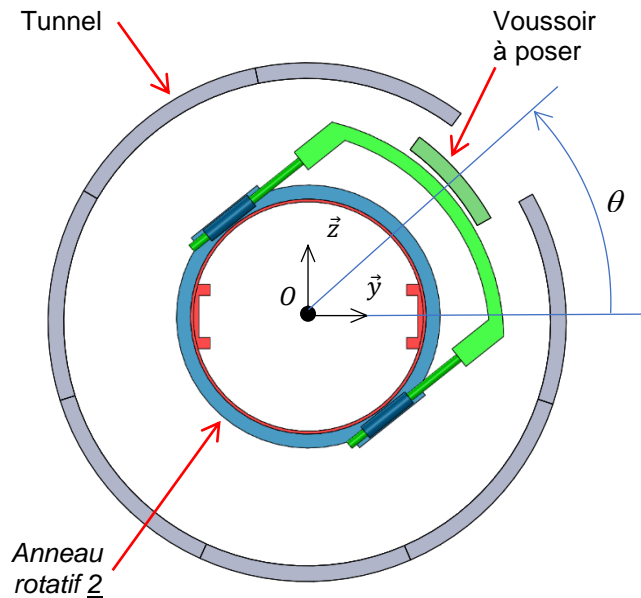


Fig.29 Position angulaire de l’anneau rotatif 2

Le schéma de cet asservissement est détaillé sur la figure 30.

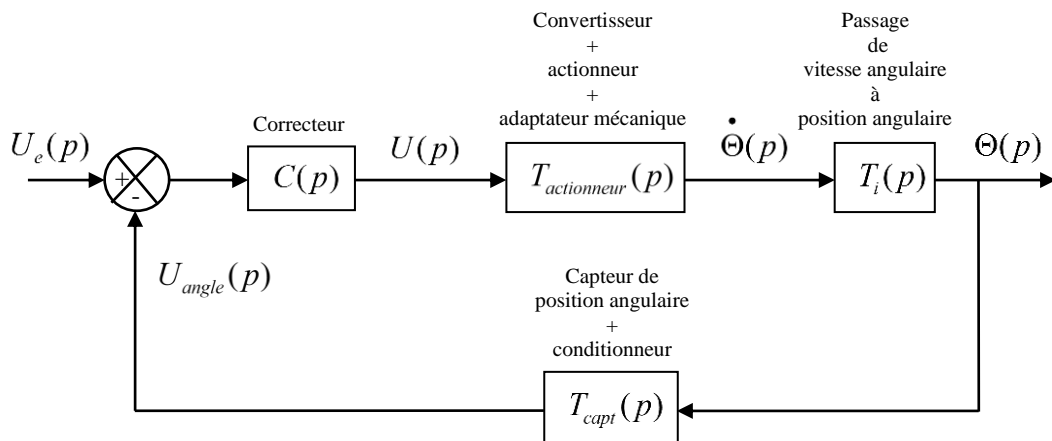


Fig.30 Schéma simplifié de l’asservissement de l’assiette de la tête de l’érecteur

Avec :

$u_e(t)$  , tension représentative de la consigne de position angulaire de l’anneau rotatif (en V) ;

$\theta(t)$  , position angulaire de l’anneau rotatif (en rad) (cet angle est également appelé assiette) ;

$u_{angle}(t)$  , tension représentative de l’angle  $\theta(t)$  (en V) ;

$u(t)$  , tension de commande de l’actionneur (en V) ;

$\dot{\theta}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$  , vitesse de rotation de la tête de l’érecteur en (rad/s) ;

$C(p) = k$ , fonction de transfert du correcteur à action proportionnelle ;

$T_{actionneur}(p)$ , fonction de transfert de l'ensemble constitué du convertisseur, de l'actionneur et de l'adaptateur mécanique (cette fonction de transfert sera à déterminer par identification dans une prochaine question) ;

$T_{capteur}(p)$ , fonction de transfert associée au capteur de position angulaire de la tête de l'érecteur.

$T_i(p)$ , fonction de transfert permettant le passage de la vitesse angulaire à la position angulaire (Cette fonction de transfert sera à déterminer dans une prochaine question) ;

Remarque : par convention, les variables dans le domaine de Laplace sont notées avec des majuscules, alors qu'elles sont notées avec des minuscules dans le domaine temporel.

Extrait du cahier des charges relatif à l'asservissement de l'assiette :

Identifiant	Exigence	Critère - Niveau
Id= "1.3.1.1 "	La valeur de l'assiette doit être codée sous forme binaire avec une précision suffisante.	Plus petit angle que l'on peut coder $\theta_{codable} \leq 0,5^\circ$
Id= "1.3.1.1 "	L'incertitude sur la valeur codée de l'assiette doit être faible	Ecart entre valeur réelle et la valeur codée $\varepsilon_{angle} \leq 0,2^\circ$
Id= "1.3.2 "	L'asservissement de l'assiette doit être stable avec une marge de stabilité raisonnable	Stabilité : Marge de phase $M_\phi \geq 45^\circ$ Stabilité : Marge de gain $M_G \geq 10dB$
Id= "1.3.3 "	L'asservissement de l'assiette doit être suffisamment rapide	Temps de réponse à 5% tel que $t_{r5\%} \leq 3 s$
Id= "1.3.4 "	L'asservissement de l'assiette doit être précis	$\varepsilon_{rr-pos} = 0$

La fonction de transfert  $T_{actionneur}(p)$  étant inconnue, on souhaite procéder à l'identification de celle-ci en relevant la réponse indicielle (réponse à un échelon unitaire) de l'ensemble constituant ce bloc.

La réponse à un échelon unitaire obtenue est représentée figure 31.

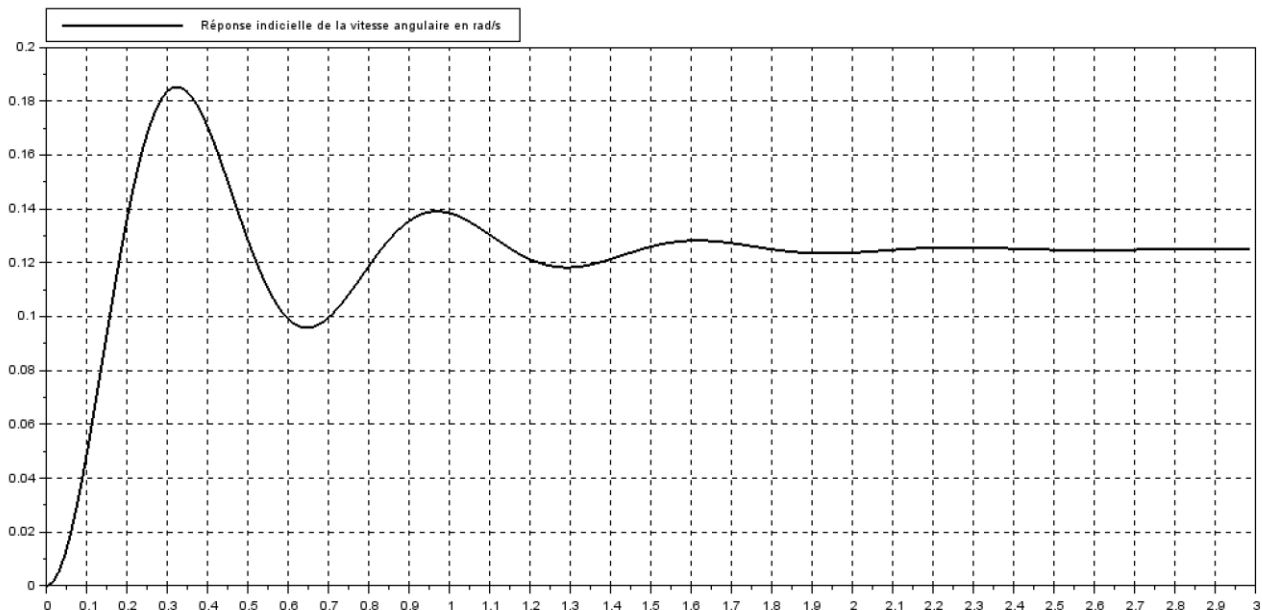


Fig.31 : réponse à un échelon unitaire (échelon de 1V) de l'ensemble {convertisseur + actionneur + adaptateur mécanique} (l'axe des abscisses est gradué en s, l'axe des ordonnées est gradué en  $rad \cdot s^{-1}$ ).

On rappelle que pour un système du deuxième ordre amorti ( $0 < m < 1$ ) :

La fonction de transfert  $T_{actionneur}(p)$  de cet actionneur dans le formalisme de Laplace est de la forme :  $T_{actionneur}(p) = \frac{K_{act}}{1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$

On rappelle également que : Le premier dépassement se produisant à l'instant  $t_1$  est tel que :

$$D_1 = \left| \frac{\dot{\theta}_{max} - \dot{\theta}_{\infty}}{\dot{\theta}_{\infty}} \right| = e^{\frac{-\pi m}{\sqrt{1-m^2}}}$$

De plus, la pseudo période  $T_{pseudo}$  permet d'identifier la pulsation  $\omega_0$ .

$$\text{On a : } \omega_0 = \frac{2\pi}{T_{pseudo}\sqrt{1-m^2}}$$

**Q35.** Relever sur la figure 31, la valeur de  $\dot{\theta}_{max}$ ,  $\dot{\theta}_{\infty}$  et  $T_{pseudo}$ .

**Q36.** En déduire les valeurs de  $K_{act}$ ,  $m$  puis  $\omega_0$ .

**Q37.** Exprimer la grandeur  $\dot{\theta}(p)$  en fonction de  $\theta(p)$  sachant que ces deux grandeurs représentent respectivement les expressions de  $\dot{\theta}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$  et  $\theta(t)$  dans le formalisme de Laplace.

**Q38.** En déduire la fonction de transfert  $T_i(p) = \frac{\dot{\theta}(p)}{\theta(p)}$ .

**Q39.** La fonction de transfert  $T_{capt}(p) = \frac{U_{angle}(p)}{\theta(p)}$  peut être assimilé à un coefficient  $K_{capt}$  tel que :

$$u_{angle} = 5V \text{ pour } \theta = 2\pi \text{ rad et } u_{angle} = 0V \text{ pour } \theta = 0 \text{ rad.}$$

Déterminer la valeur numérique et l'unité de  $K_{capt}$ .

**Q40.** Donner l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle ouverte et l'exprimer sous forme canonique :  $FTBO(p) = \frac{U_{angle}(p)}{U_e(p)} = \left(\frac{1}{p}\right)^\alpha \cdot K_{BO} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2m}{\omega_0}p + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$

Dans cette expression,  $\alpha$  représente la classe du système et  $K_{BO}$  représente l'amplification en boucle ouverte.

**Q41.** Indiquer la classe du système et en déduire l'erreur  $\varepsilon_{rr-pos}$  de position angulaire faite par le dispositif à la suite d'un échelon de la consigne.

**Q42.** Conclure sur le respect de l'exigence Id= "1.3.4 "concernant la précision de l'asservissement de l'assiette.

Le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO(p)) pour le correcteur réglé à  $k = 1$ , est représenté figure 32.

Diagramme de Bode de la FTBO avec  $k=1$

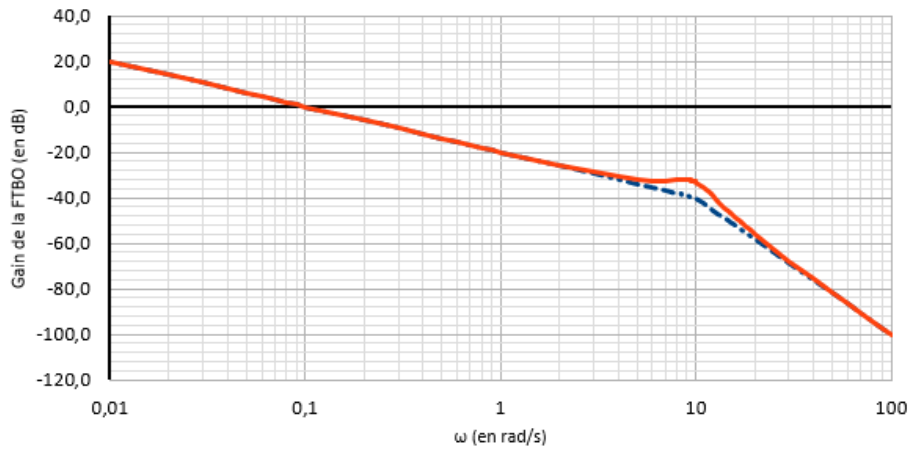
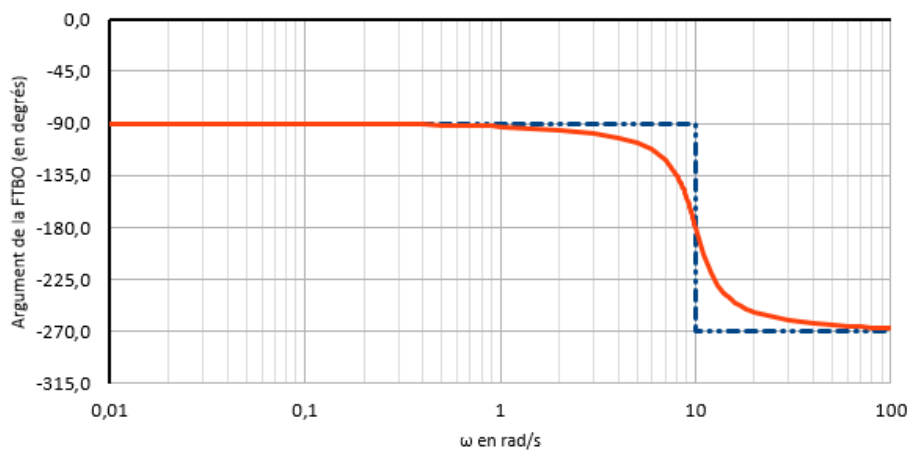


Diagramme de Bode de la FTBO pour  $k=1$



Extrait des valeurs du diagramme de Bode de la FTBO pour  $K=1$

$\omega$ (en rad/s)	Gain asymptotique de la FTBO (en dB)	Gain réel de la FTBO (en dB)	Argument asymptotique de la FTBO (en degrés)	Argument réel de la FTBO (en degrés)
0,1	0,0	0,0	-90,0	-90,3
0,2	-6,0	-6,0	-90,0	-90,5
0,3	-9,5	-9,5	-90,0	-90,8
0,4	-12,0	-12,0	-90,0	-91,0
0,5	-14,0	-14,0	-90,0	-91,3
0,6	-15,6	-15,5	-90,0	-91,6
0,7	-16,9	-16,9	-90,0	-91,8
0,8	-18,1	-18,0	-90,0	-92,1
0,9	-19,1	-19,0	-90,0	-92,3
1	-20,0	-19,9	-90,0	-92,6
2	-26,0	-25,7	-90,0	-95,4
3	-29,5	-28,8	-90,0	-98,4
4	-32,0	-30,7	-90,0	-102,1
5	-34,0	-31,9	-90,0	-106,7
6	-35,6	-32,4	-90,0	-112,9
7	-36,9	-32,5	-90,0	-121,7
8	-38,1	-32,2	-90,0	-135,0
8,1	-38,2	-32,2	-90,0	-136,7
8,2	-38,3	-32,1	-90,0	-138,4
8,3	-38,4	-32,1	-90,0	-140,2
8,4	-38,5	-32,1	-90,0	-142,1
8,5	-38,6	-32,1	-90,0	-144,0
8,6	-38,7	-32,1	-90,0	-146,1
8,7	-38,8	-32,1	-90,0	-148,2
8,8	-38,9	-32,1	-90,0	-150,3
8,9	-39,0	-32,1	-90,0	-152,6
9	-39,1	-32,1	-90,0	-154,9
9,1	-39,2	-32,1	-90,0	-157,2
9,2	-39,3	-32,2	-90,0	-159,6
9,3	-39,4	-32,2	-90,0	-162,1
9,4	-39,5	-32,3	-90,0	-164,6
9,5	-39,6	-32,4	-90,0	-167,2
9,6	-39,6	-32,5	-90,0	-169,7
9,7	-39,7	-32,6	-90,0	-172,3
9,8	-39,8	-32,7	-90,0	-174,9
9,9	-39,9	-32,9	-90,0	-177,4
10	-40,0	-33,1	-90,0	-180,0
10	-40,0	-33,1	-270,0	-180,0
11	-42,5	-35,4	-270,0	-203,0
12	-44,8	-38,4	-270,0	-219,2

Fig.32 : Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour un réglage du correcteur à action proportionnelle tel que  $k = 1$



**Q43.** Indiquer si le système est stable en justifiant la réponse et en précisant éventuellement les valeurs respectives de la marge de phase  $M_\varphi$  et de la marge de gain  $M_G$  qui correspondent à ce réglage.

On souhaite régler le correcteur à action proportionnelle de façon à avoir la plus grande valeur de  $k$  permettant à la fois de satisfaire l'exigence sur la marge de phase ( $M_\varphi \geq 45^\circ$ ) et l'exigence sur la marge de gain ( $M_G \geq 10dB$ )

**Q44.** Déterminer la valeur de  $k$ , appelée  $k_{r\acute{e}gl\acute{e}e}$  permettant de satisfaire ces conditions.

Une simulation a permis d'obtenir la réponse à un échelon du système bouclé pour  $k_{r\acute{e}gl\acute{e}e}$ . Cette réponse est représentée sur la figure 33.

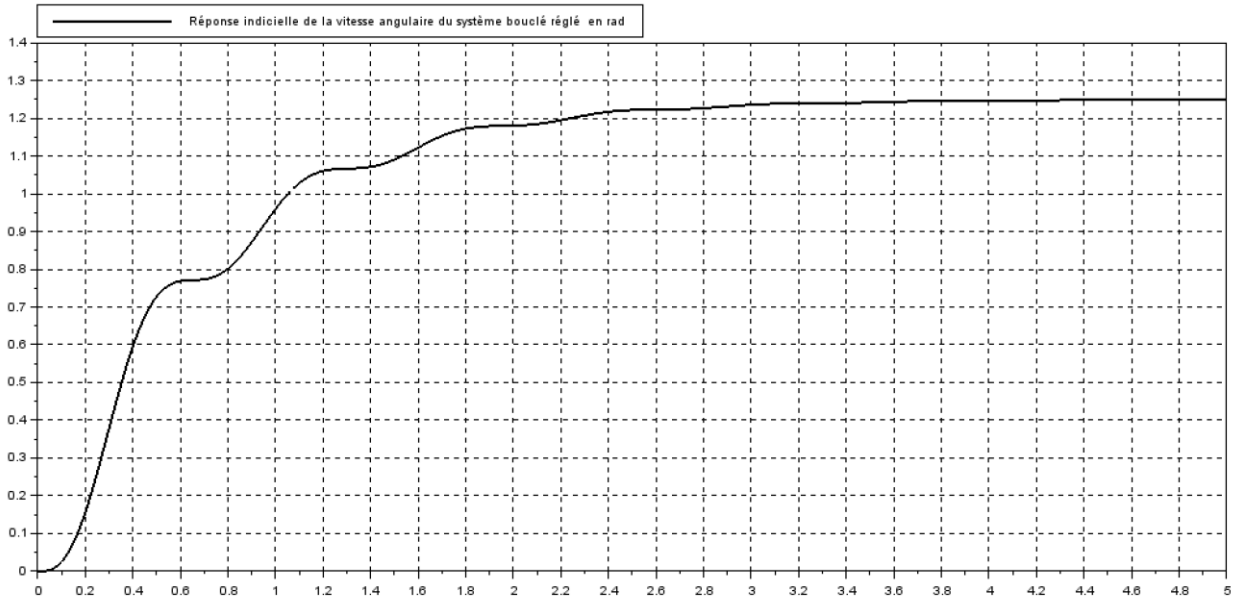


Fig.33 : Réponse indicielle à un échelon, du système bouclé pour  $k_{r\acute{e}gl\acute{e}e}$ .  
(l'axe des abscisses est gradué en s, l'axe des ordonnées est gradué en rad).

**Q45.** Indiquer la valeur du temps de réponse à 5% notée  $t_{r5\%}$  et conclure sur le respect de l'exigence Id= "1.3.3 "relative à la rapidité du système.

On souhaite transmettre les valeurs de fonctionnement de l'érecteur à une centrale de collecte des données. Pour ce faire, la valeur de la tension  $u_{angle}(t)$  représentative de l'angle  $\theta(t)$  est convertie sous forme numérique à l'aide d'une chaîne d'acquisition. Cette chaîne d'acquisition est composée d'un convertisseur analogique numérique 10 bits associé à un échantillonneur bloqueur. Le schéma représentatif de cette chaîne d'acquisition est représenté figure 34.

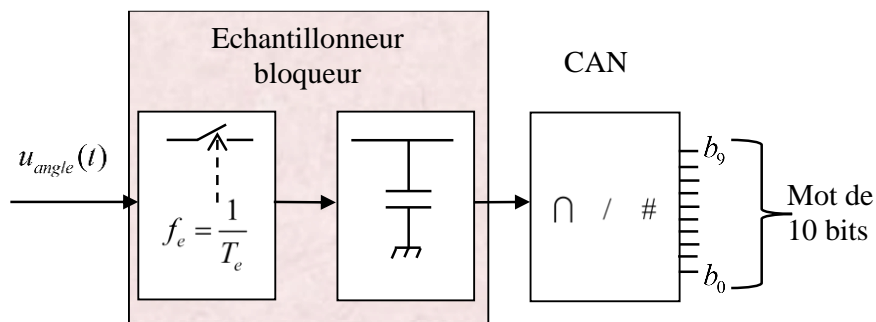


Fig.34 : Schéma représentatif de la chaîne d'acquisition

Le convertisseur analogique numérique (CAN) utilisé est un CAN 10 bits dont la tension pleine échelle est  $P_e = 5V$ . Ce convertisseur analogique numérique est à quantification centrée, l'allure partielle de sa caractéristique de transfert est donnée figure 35.

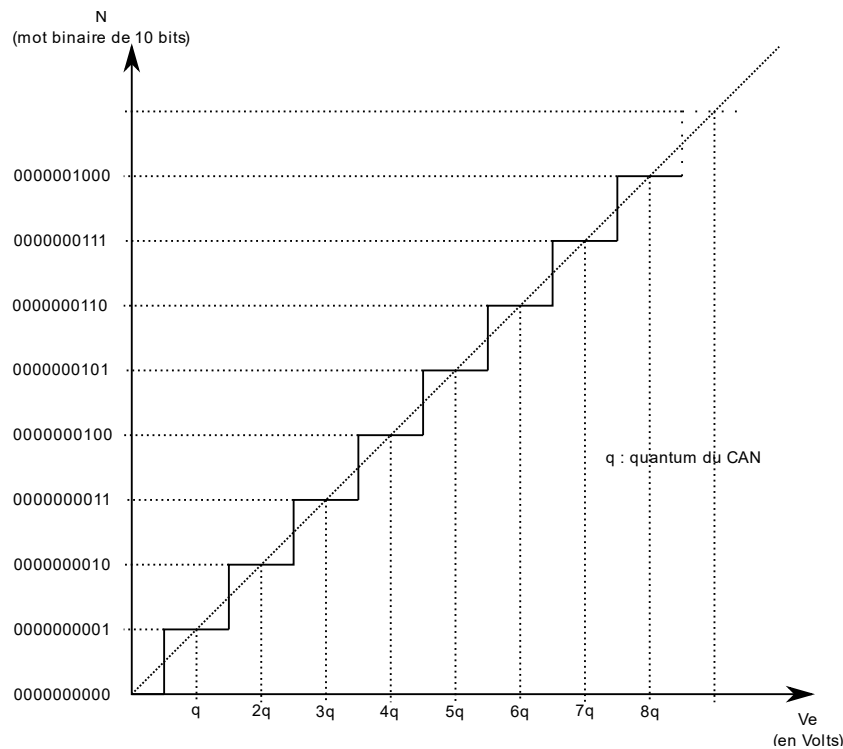


Fig.35 : Allure partielle de la caractéristique de transfert du CAN

Le temps de conversion du CAN est  $t_{conv} = 10ms$ .

On rappelle que la tension  $u_{angle}(t)$  évolue linéairement entre  $0V$  et  $5V$  pour  $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$

A la sortie du CAN, l'angle  $\theta = 0^\circ$  sera codé 0b0000000000.

On place un échantillonneur bloqueur de façon à garder une valeur fixe à l'entrée du CAN durant toute la durée  $t_{conv}$  de la conversion.

- Q46.** Déterminer en fonction de  $t_{conv}$ , la valeur  $f_{e_{maxi}}$  correspondant à la fréquence d'échantillonnage qu'il ne faut pas dépasser pour commander l'échantillonneur bloqueur. Faire l'application numérique.
- Q47.** Déterminer le quantum  $q$  du CAN.
- Q48.** Déduire des valeurs précédentes, la valeur en degrés du plus petit angle  $\theta$  discernable en sortie du CAN.
- Q49.** Donner le code binaire en sortie du CAN pour un angle  $\theta = 48^\circ$
- Q50.** Déterminer la valeur de l'erreur de quantification maximale,  $\varepsilon_{q_{max}}$  commise par ce CAN.
- Q51.** Déduire des valeurs précédentes, la valeur en degrés de l'écart  $\varepsilon_{angle}$ , le plus grand, qu'il est possible d'avoir entre l'angle  $\theta$  réel et l'angle codé en sortie du CAN.
- Q52.** Conclure sur le respect de l'exigence Id= "1.3.1.1 " relative à la valeur détectable de l'angle  $\theta$  et sur le respect de l'exigence Id= "1.3.1.1 " relative à l'écart maximal  $\varepsilon_{angle}$  entre la valeur mesurée et la valeur réelle de l'angle  $\theta$ .

## Partie 4 – Contrôle de l'intégrité des trames de communication lors des échanges entre la carte de commande et les dispositifs de l'érecteur

**L'objectif de cette partie est le suivant :**

- **Mettre en place un algorithme permettant la vérification d'une trame par un code à redondance cyclique CRC-16.**

Une carte de commande communique avec les différents actionneurs et capteurs de l'érecteur à voussoir en utilisant un protocole Modbus RTU.

Une trame Modbus RTU comporte les champs suivants :

Adresse destinataire	Code fonction	Données	Contrôle CRC-16
1 octet	1 octet	N octets	2 octets

On souhaite réaliser un algorithme permettant de créer un code à redondance cyclique que l'on concaténera aux champs « Adresse destinataire » + « Code fonction » + « Données » et qui permettra de vérifier l'intégrité de la trame reçue au niveau du récepteur.

La création du champs CRC-16 et la vérification de l'intégrité de la trame reposent sur la division polynomiale d'un mot binaire par un polynôme générateur judicieusement choisi et connu de l'émetteur et du récepteur.

Le polynôme générateur utilisé dans le protocole Modbus RTU est :

$$G(x) = x^{16} + x^{15} + x^2 + x^0$$

La notation des polynômes générateurs consiste à n'indiquer que les puissances de 2 d'un mot binaire où figurent des « 1 ». Par exemple : le polynôme générateur CRC-3 qui est  $x^3 + x + x^0$  correspond au mot binaire 0b1011

**Q53.** Ecrire le mot binaire correspondant au polynôme générateur du CRC-16.

$$G(x) = x^{16} + x^{15} + x^2 + x^0$$

### Génération du champs CRC :

Au niveau de l'émetteur, la création du champ CRC consiste à faire la division polynomiale modulo 2 entre le mot binaire constitué de la concaténation des champs {« Adresse destinataire » + « Code fonction » + « Données » + « 0000000000000000 »} et le mot binaire représentatif du polynôme générateur

16 zéros

### Constitution de la trame à transmettre :

La trame transmise est constituée de la concaténation des champs {« Adresse destinataire » + « Code fonction » + « Données » + « CRC »}

### Vérification de la trame reçue au niveau du récepteur :

- Au niveau du récepteur on effectue la division polynomiale modulo 2 entre la trame reçue et le polynôme générateur ;
- Si le reste de cette division polynomiale modulo 2 est nul, la trame est intègre ;
- Sinon, il y a une erreur de transmission.

On suppose que l'on dispose de fonctions déjà programmées dont les descriptions sont les suivantes :

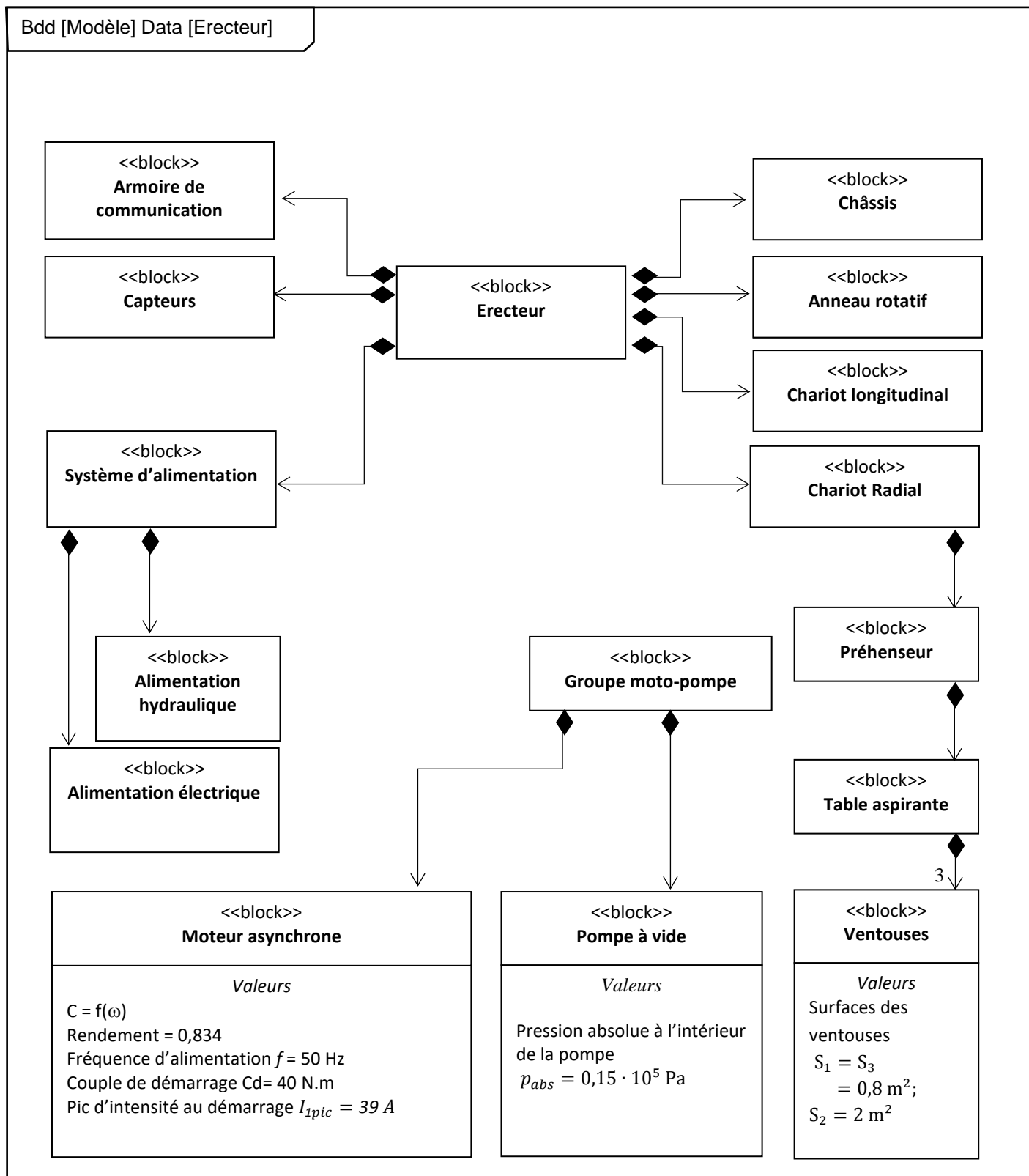
- **Ajoutezzero(*mot*,*n*)** : Cette fonction retourne le mot binaire « mot » concaténé avec n « 0 » ;
- **Reste(*mot1*, *mot2*)** : Cette fonction retourne le reste de la division polynomiale modulo 2 entre « mot1 » et « mot2 » ;
- **Concatene(*mot1*,*mot2*)** : Cette fonction retourne un mot correspondant à la concaténation de « mot1 » et « mot2 ».

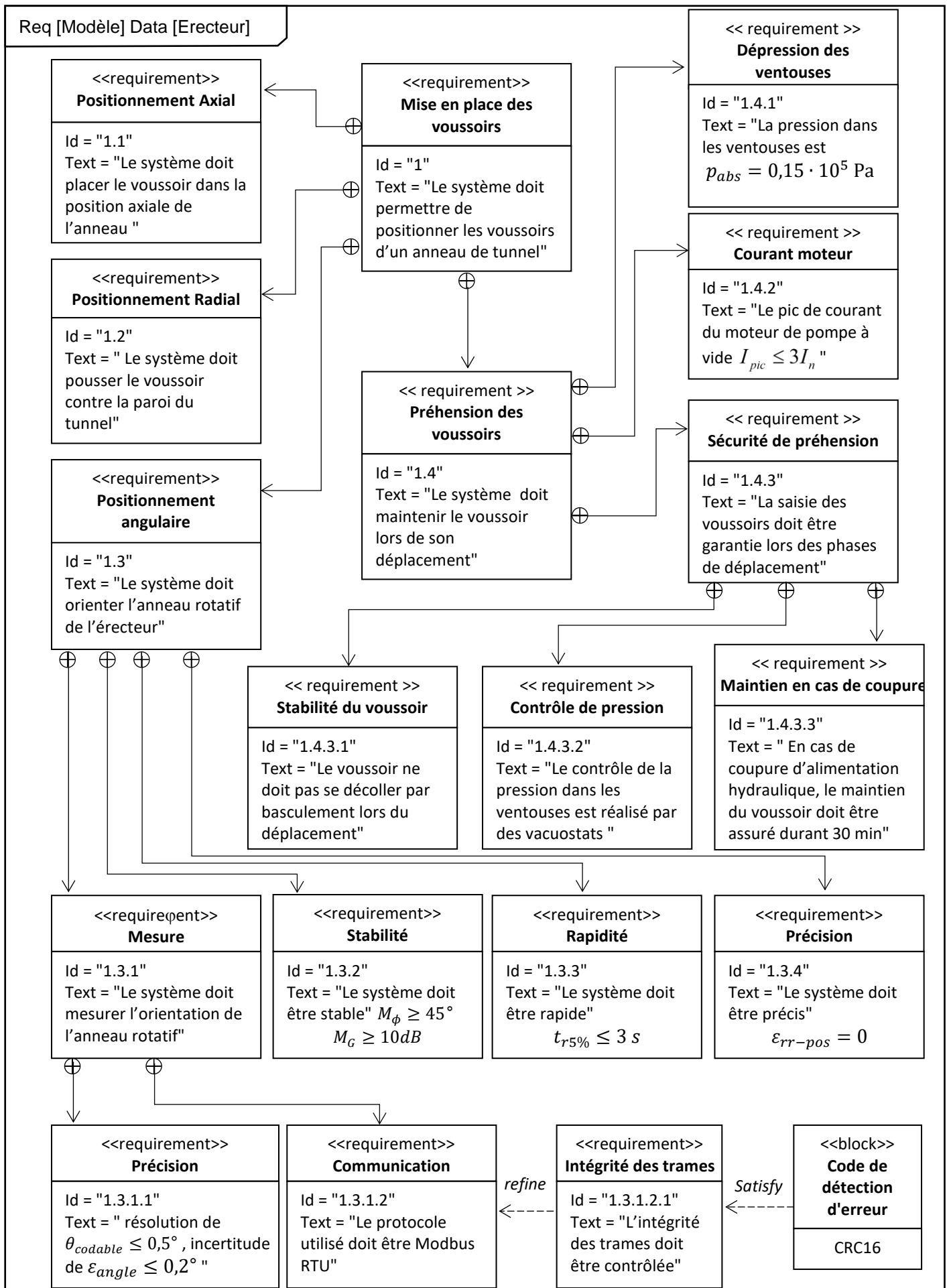
On suppose que les variables suivantes contiennent les grandeurs décrites ci-dessous :

- **g** : Cette variable contient le mot binaire associé au polynôme générateur ;
- **mot\_a\_transmettre** : Cette variable contient le mot binaire constitué de la concaténation des champs {« Adresse destinataire » + « Code fonction » + « Données »}.

**Q54.** Compléter, sur le document réponses, le pseudo code, du programme qui affecte à une variable appelée **trame**, le mot binaire constitué de la concaténation des champs {« Adresse destinataire » + « Code fonction » + « Données » + « CRC »}

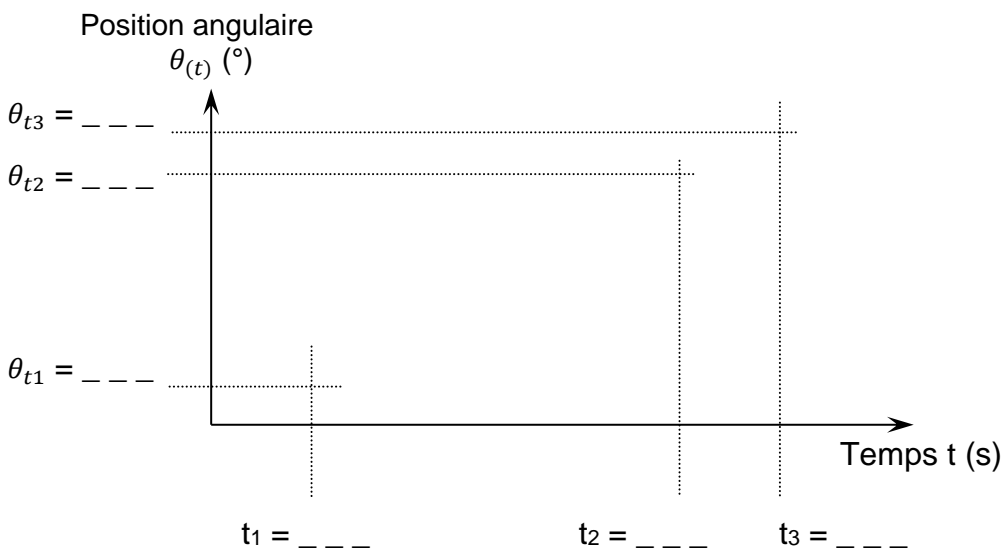
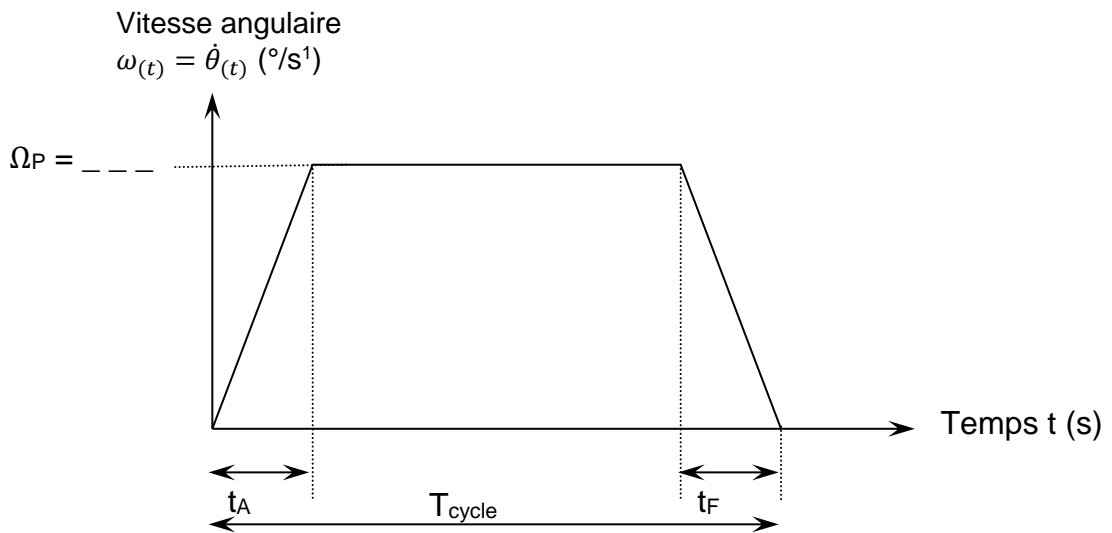
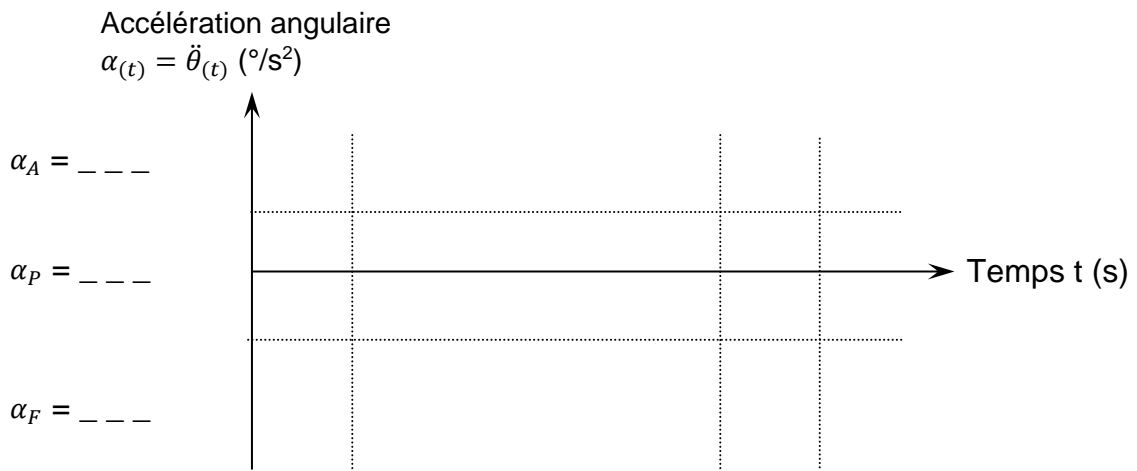
**Q55.** Compléter, sur le document réponses, le pseudo code du programme qui teste l'intégrité du mot « **trame** » et qui affecte à une variable appelée **trame\_correcte**, la valeur True s'il n'y a pas d'erreur et False sinon.





**Q4.** Etablir les équations du mouvement pour les trois phases de fonctionnement.

Représenter l'allure des courbes d'accélération angulaire et de position angulaire pour les trois phases. Renseigner les tracés avec les caractéristiques connues.



Remarque : Les traits de construction sont donnés à titre indicatif (sans échelle) les valeurs exactes sont à reporter dans les cadres réponse

**Q54.** Compléter, sur le document réponses, le pseudo code, du programme qui affecte à une variable appelée **trame**, le mot binaire constitué de la concaténation des champs {« Adresse destinataire » + « Code fonction » + « Données » + « CRC »}

```
# Génération de la trame
```

```
mot1 ← Ajoutezzero(..... , .....)
```

```
CRC ← Reste(mot1, .....)
```

```
Trame ← Concatene(..... , .....)
```

**Q55.** Compléter, sur le document réponses, le pseudo code du programme qui teste l'intégrité du mot « **trame** » et qui affecte à une variable appelée **trame\_correcte**, la valeur True s'il n'y a pas d'erreur et False sinon.

```
#Vérification de l'intégrité de la trame reçue
```

```
si Reste(trame,g) EGAL 0 :
```

```
    Alors trame_correcte ← .....
```

```
sinon :
```

```
    trame_correcte ← .....
```

```
Fin si
```