

Le sujet comporte les documents suivants :

- le texte du sujet qui comprend 24 pages
- un document réponse séparé qui sera à joindre à la copie.

Les calculatrices sont autorisées.

Calculatrice électronique de poche – y compris programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

Tout document et tout matériel électronique sont interdits.

Toute documentation autre que celle fournie est interdite.

### Recommandations générales

L'épreuve se compose de parties indépendantes. Dans chaque partie, certaines sous-parties sont elles-mêmes indépendantes. Les candidats sont donc invités, d'une part, à lire attentivement l'énoncé avant de commencer à composer et d'autre part, à bien répartir leur temps de composition entre les différentes parties. Pour chaque partie, il est demandé aux candidats de rédiger dans l'ordre proposé par le sujet.

Il est rappelé aux candidats qu'ils doivent impérativement utiliser les notations indiquées dans le texte ou sur les figures, et qu'ils doivent présenter les calculs clairement, dégager et encadrer les résultats relatifs à chaque question référencée dans le sujet. Tout résultat incorrectement exprimé ne sera pas pris en compte. Les candidats traceront tous les schémas ou chronogrammes qui leur permettront d'étayer leurs raisonnements.

# ZCA 2000 LGV - Électrification de la traction

## 1 Introduction

### 1.1 La société FRAMAFER

Depuis plus de 60 ans, la société française de construction de matériel ferroviaire (FRAMAFER) conçoit, réalise et assure la maintenance régulière et occasionnelle d'engins de travaux ferroviaires. FRAMAFER emploie 157 collaborateurs sur son site de Béning-lès-Saint-Avold (Moselle).

L'étude qui suit porte sur la bourreuse - niveleuse - dresseuse mixte ZCA 2000 LGV conçue et réalisée par FRAMAFER (figure 1). Une bourreuse est un engin de travaux ferroviaire destiné à assurer la rectification de la géométrie des voies ferrées.



FIGURE 1 – Bourreuse ZCA 2000 LGV

### 1.2 Bourrage des voies ferrées

Une voie ferrée est constituée de deux files de rails reliées entre elles par des traverses posées sur un lit de ballast (figure 2). Le passage répété des trains sur la voie provoque des mouvements du ballast qui, à la longue, altèrent la géométrie de la voie (figure 3). Ces défauts de géométrie peuvent engendrer des accélérations verticales et transversales non désirées des trains qui circulent sur la voie, ce qui peut obliger le gestionnaire du réseau ferré à diminuer la vitesse sur les tronçons de voie altérés afin d'éviter les inconforts voire les déraillements. Une maintenance périodique des voies ferrées permet de rectifier leur géométrie.

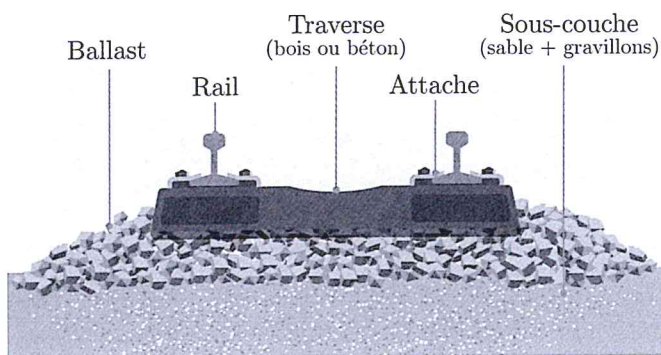


FIGURE 2 – Constitution d'une voie ferrée



FIGURE 3 – Défaut (important) de nivellement

**Principe du bourrage** Pour corriger la géométrie de la voie, la bourreuse

1. soulève les files de rail au dessus de la hauteur finale désirée,
2. resserre le ballast sous les traverses et
3. repose le rail sur le ballast rehaussé et resserré.

Le rehaussement et le resserrage du ballast sont assurés par le groupe de bourrage (figure 4). Le groupe de bourrage serre le ballast en dessous de chaque traverse en enfonçant des pioches, appelées « bourroirs », de

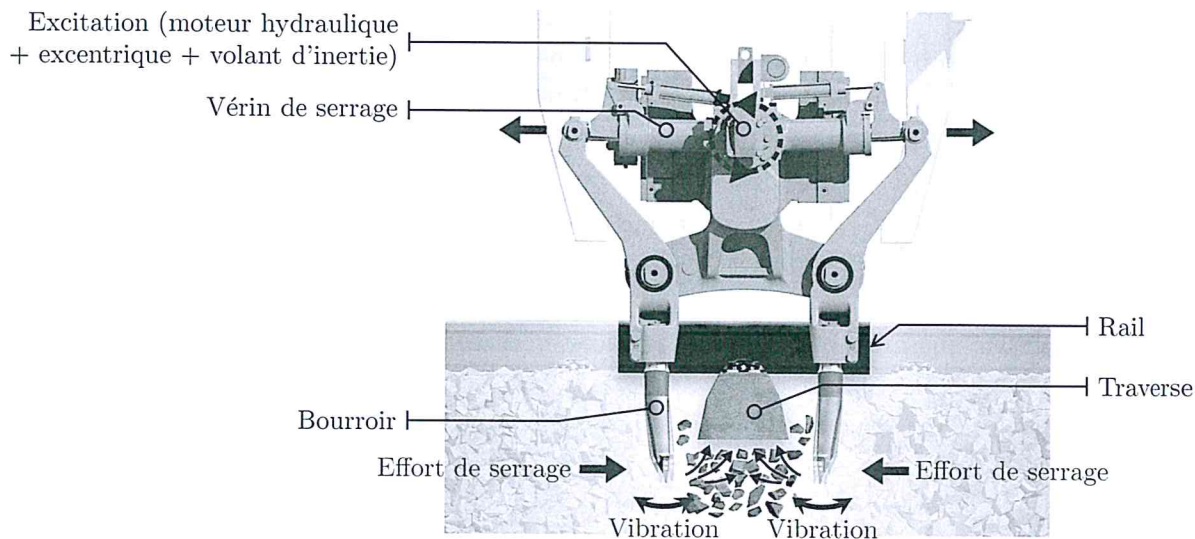


FIGURE 4 – Principe de fonctionnement du groupe de bourrage

chaque côté de la traverse. Afin de fluidifier le ballast et d'augmenter l'efficacité du bourrage, les bourroirs sont excités en vibration à la fréquence de 35 Hertz (fréquence de fluidification du ballast). Sous l'action combinée de l'excitation vibratoire et des vérins de serrage, les bourroirs se resserrent sous la traverse et compactent le ballast afin de stabiliser la voie.

**Modes de fonctionnement d'une bourreuse** Il existe deux modes de fonctionnement pour une bourreuse.

- **Mode travail** : la bourreuse est utilisée pour rectifier la géométrie de la voie sur laquelle elle se trouve.
- **Mode circulation** : la bourreuse se déplace sur les voies comme un train classique.

**Rendement horaire d'une bourreuse** Afin de s'adapter aux besoins de ses clients, la société FRAMAFER propose plusieurs modèles de bourreuses. Le rendement horaire, c'est à dire la longueur de voie bourrée par heure de travail de l'engin, constitue l'un des principaux critères de choix d'une machine. Le rendement horaire dépend principalement :

- du nombre de traverses bourrées simultanément (de 1 à 4),
- du type d'avance de la bourreuse :
  - avance discontinue** : la bourreuse est à l'arrêt lors du bourrage et avance par « bonds successifs » entre les phases de bourrage ;
  - avance continue** : le groupe de bourrage est monté sur un satellite qui se translate par rapport au châssis de la bourreuse. La bourreuse peut alors avancer à vitesse constante en mode travail.

### 1.3 Bourreuse ZCA 2000 LGV

la bourreuse - niveleuse - dresseuse mixte ZCA 2000 LGV est une bourreuse à avance discontinue capable de bourrer une traverse à la fois. Cette bourreuse permet de traiter jusqu'à 200 mètres de voie par heure de travail.

### 1.4 Problématique

La motorisation de la bourreuse doit permettre son fonctionnement en mode circulation et en mode travail. Ces deux modes de fonctionnement sont cependant radicalement différents :

- en mode circulation, le moteur travaille principalement en régime stabilisé et sous forte puissance ;
- en mode travail, la puissance demandée au moteur est plus faible et le régime de fonctionnement du moteur change sans cesse.

Pour qu'elle puisse tracter un convoi de 100 tonnes à la vitesse de 100 km/h (cas d'utilisation le plus énergivore), la bourreuse est pourvue d'un moteur à combustion interne dont la puissance nominale est de 486 kW. En mode travail, la puissance requise pour le fonctionnement de l'engin est significativement plus faible. Il en résulte qu'en mode travail, la motorisation de la bourreuse n'est pas exploitée de manière optimale.

**Solution envisagée** Afin de réduire la consommation énergétique de la bourreuse en mode travail, il est envisagé d'en électrifier le fonctionnement. Cette évolution permettra également de réduire les émissions sonores et le niveau de vibration de la bourreuse en mode travail, améliorant ainsi le confort et la sécurité des personnels opérant sur ou à proximité de l'engin.

## 1.5 Étude proposée

L'étude proposée dans ce sujet est divisée en 5 parties **indépendantes**, éventuellement divisées en sous-parties indépendantes également.

- L'étude démarre par une mise en évidence des effets d'un défaut de nivellement de la voie sur les accélérations subies par un train (partie 2).

L'étude se focalise ensuite sur l'électrification de la propulsion de la bourreuse ZCA-2000-LGV qui occupe les quatre parties suivantes.

- Le choix d'une architecture pour la chaîne d'énergie de la bourreuse ainsi que le pré-dimensionnement de la batterie sont abordés partie 3.
- Le dimensionnement de la motorisation électrique occupe la partie 4.
- La partie 5 traite de la mise en place d'un asservissement de la vitesse de déplacement de la bourreuse.
- L'étude s'achève sur l'étude du modulateur de chargement de la batterie (partie 6).

## 2 Préambule : effet d'un défaut de nivellement

### Objectif

Mettre en évidence l'effet d'un défaut de nivellement sur les accélérations subies par un train et ses passagers.

On considère un train engagé sur une voie présentant un défaut de nivellement transversal. Un défaut de nivellement transversal est une différence de hauteur non souhaitée entre les deux files de rails.

**Modélisation géométrique** On considère un essieu d'un train se déplaçant en ligne droite et à vitesse constante ( $v$ ) sur une voie normalement horizontale de direction  $\vec{x}_T$  (figure 5). On suppose que la voie présente un défaut de nivellement transversal modélisé de la manière suivante (figure 6) :

- le rail de gauche est parfaitement horizontal,
- la hauteur du rail de droite évolue selon la loi suivante :

$$z_d = A \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} x\right)$$

où  $A$  désigne l'amplitude du défaut,  $\lambda$  sa longueur d'onde et  $x$  la position de l'essieu considéré sur la voie.

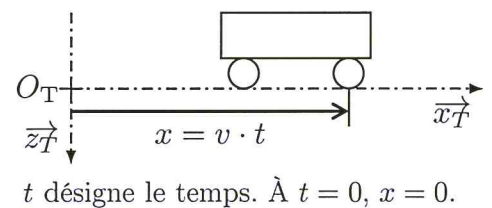


FIGURE 5 – Position longitudinale de l'essieu considéré

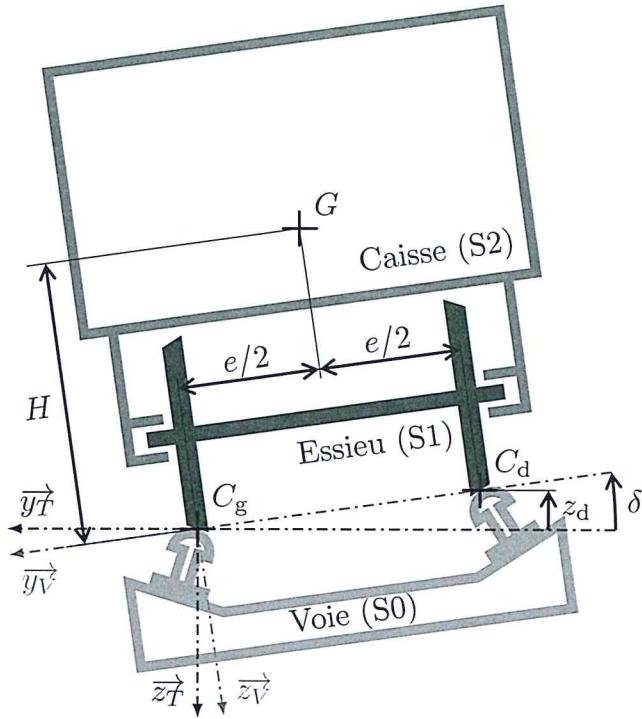
**Liaison Essieu - Caisse** La présence d'un système de suspension de la caisse par rapport à l'essieu est ignorée dans cette partie. On suppose donc que la caisse du train (S2) et l'essieu (S1) sont en contact direct par l'intermédiaire d'une liaison pivot d'axe parallèle à celui de l'essieu.

**Notation** La dérivée par rapport au temps d'une grandeur scalaire  $s$  est notée  $\dot{s}$ , sa dérivée seconde par rapport au temps est notée  $\ddot{s}$ .

**Données numériques** L'étude est menée dans la configuration suivante :

Grandeur	Symbole	Valeur
Vitesse de déplacement longitudinale du train	$v$	300 km/h
Amplitude du défaut	$A$	5 mm
Longueur d'onde du défaut	$\lambda$	20 m

□ **Question 1 :** Exprimer l'angle  $\delta$  en fonction du défaut de nivellement  $z_d$  et des paramètres géométriques du problème. Calculer les valeurs extrémales de  $\delta$ .



### Paramétrage

- Le repère  $(O_T, \vec{x}_T, \vec{y}_T, \vec{z}_T)$  est lié à la Terre.
- Le point  $C_g$  désigne le point de contact entre l'essieu et le rail gauche avec :

$$\overrightarrow{O_T C_g} = v \cdot t \cdot \vec{x}_T$$

- Le point  $C_d$  désigne le point de contact entre l'essieu et le rail droit.
- La base  $(\vec{x}_T, \vec{y}_T, \vec{z}_T)$  est liée à la voie. Cette base est définie par pivotement de la base  $(\vec{x}_T, \vec{y}_T, \vec{z}_T)$  autour de l'axe  $(C_g, \vec{x}_T)$  d'un angle  $\delta$  de telle sorte que :

$$(\vec{y}_T, \vec{y}_V) = (\vec{z}_T, \vec{z}_V) = \delta$$

$$\overrightarrow{C_g C_d} = e \cdot \vec{y}_V \quad \text{avec} \quad e = 1,5 \text{ m}$$

- Le point  $G$  désigne le centre de gravité de la caisse (S2). On a :

$$\overrightarrow{C_g G} = \frac{e}{2} \vec{y}_V + H \cdot \vec{z}_V \quad \text{avec} \quad H = 2 \text{ m}$$

FIGURE 6 – Modélisation plane du contact essieu-rail en présence d'un défaut de nivellement et paramétrage associé

**Hypothèse simplificatrice** L'angle  $\delta$  étant très faible, on pourra supposer dans la suite que les égalités suivantes sont vérifiées :  $\sin(\delta) \approx \delta$  et  $\cos(\delta) \approx 1$ . Dans ces conditions, on peut montrer que :

$$\dot{\delta} \approx \frac{A}{e} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot v}{\lambda} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot v}{\lambda} \cdot t\right) \quad \text{et} \quad \ddot{\delta} \approx \frac{A}{e} \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot v}{\lambda}\right)^2 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot v}{\lambda} \cdot t\right)$$

□ **Question 2 :** Exprimer le vecteur vitesse du point  $G$  dans le mouvement de la caisse par rapport à la Terre,  $\overrightarrow{V(G, S2/Terre)}$ , en fonction de  $v$ ,  $\delta$  et des paramètres géométriques du problème.

**Accélération transversale de la caisse** On définit l'accélération transversale  $\gamma_y$  de la caisse par rapport à la Terre comme la projection sur  $\vec{y}_V$  du vecteur accélération du point  $G$  dans le mouvement de la caisse par rapport à la Terre :

$$\gamma_y = \overrightarrow{\Gamma(G, S2/Terre)} \cdot \vec{y}_V$$

□ **Question 3 :** Exprimer  $\gamma_y$ , en fonction :

- de  $\dot{\delta}$ ,  $\ddot{\delta}$  et des paramètres géométrique du problème dans un premier temps,
- de  $A$ ,  $\lambda$ ,  $v$  et des paramètres géométrique du problème dans un second temps.

**Exigence de confort des passagers** Pour ne pas générer d'inconfort pour les passagers, les compagnies ferroviaires imposent de limiter l'accélération transversale de la caisse par rapport à la Terre à des valeurs de l'ordre de  $1,4 \text{ m/s}^2$

□ **Question 4 :** En remarquant que :

$$\left| H \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot v}{\lambda} t\right) \right| \gg \frac{A}{2} \cdot \sin^2\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot v}{\lambda} t\right)$$

calculer la valeur maximale  $\gamma_y$ . Conclure quant à la compatibilité du défaut de nivellement considéré avec l'exigence de confort des passagers.

Le besoin de rectifier la géométrie d'une voie ferrée étant établi, l'étude se focalise désormais sur l'électrification de l'engin qui permet d'effectuer ces opérations de maintenance du réseau ferré.

### 3 Pré-dimensionnement de la chaîne d'énergie de la bourreuse

**Travail proposé** Cette partie de l'étude vise à :

- choisir l'architecture d'hybridation de la chaîne d'énergie de la bourreuse (sous-section 3.2),
- dimensionner la capacité de la batterie à installer (sous-section 3.3).

#### 3.1 Cahier des charges de l'hybridation

Les principales exigences auxquelles doit répondre la chaîne d'énergie de la bourreuse sont synthétisées sous la forme du diagramme des exigences de la figure 7.

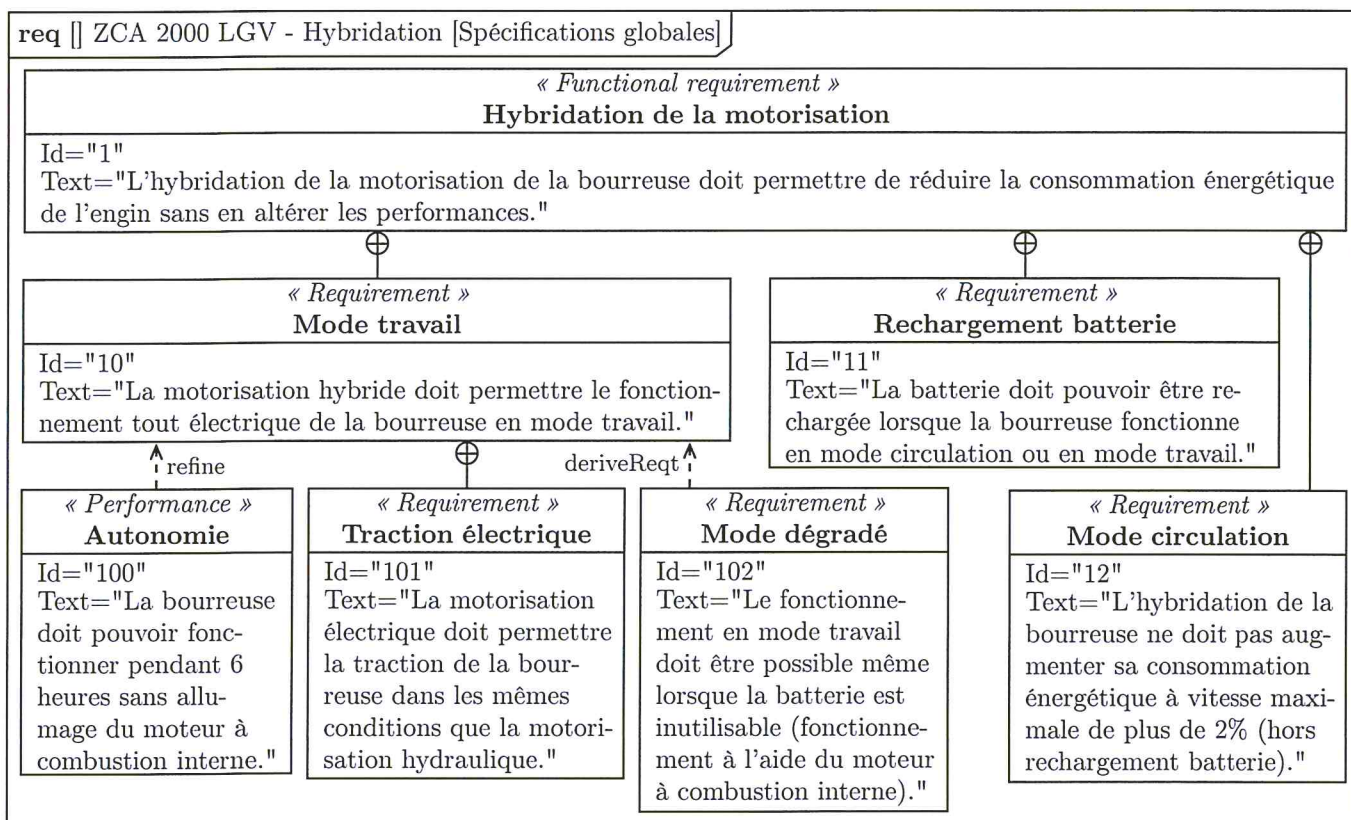


FIGURE 7 – Diagramme des exigences relatif à l'hybridation de la bourreuse

#### 3.2 Architecture d'hybridation

##### Objectif

Choisir l'architecture d'hybridation de la bourreuse.

Une représentation simplifiée de la chaîne d'énergie de la bourreuse ZCA 2000 LGV est proposée sous la forme du diagramme de la figure 8. Dans un souci de simplification, bien que les trois essieux soient motorisés, un seul est schématisé.

##### 3.2.1 Architectures envisagées

Deux solutions sont envisagées pour électrifier la traction de la bourreuse : le recours à une architecture de type « hybride série » (schématisée figure 9) ou la mise en place d'une architecture de type « hybride parallèle » (figure 10).

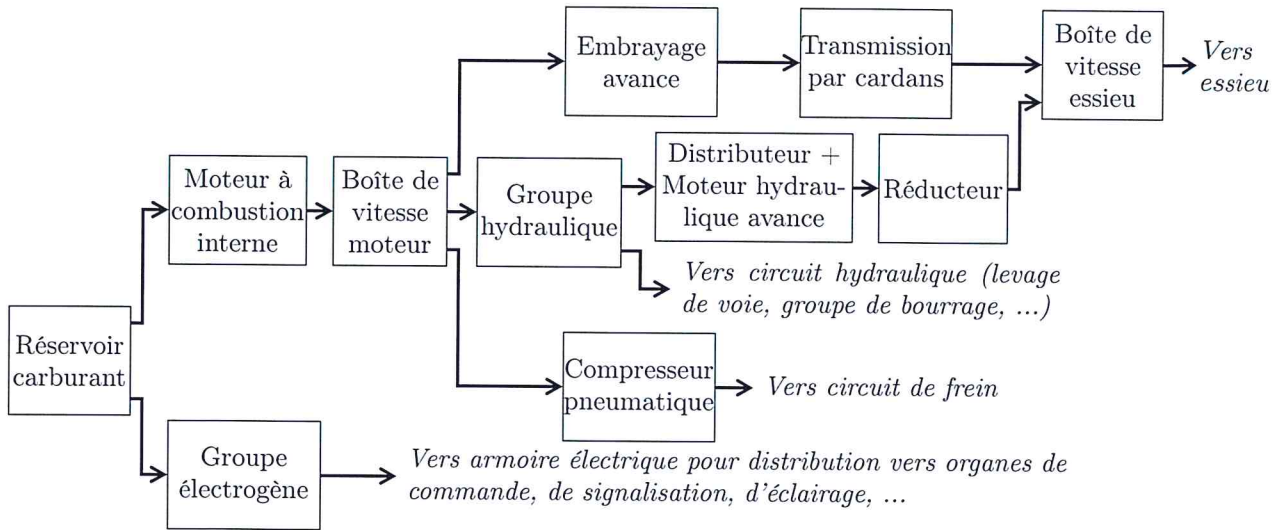


FIGURE 8 – Architecture conventionnelle

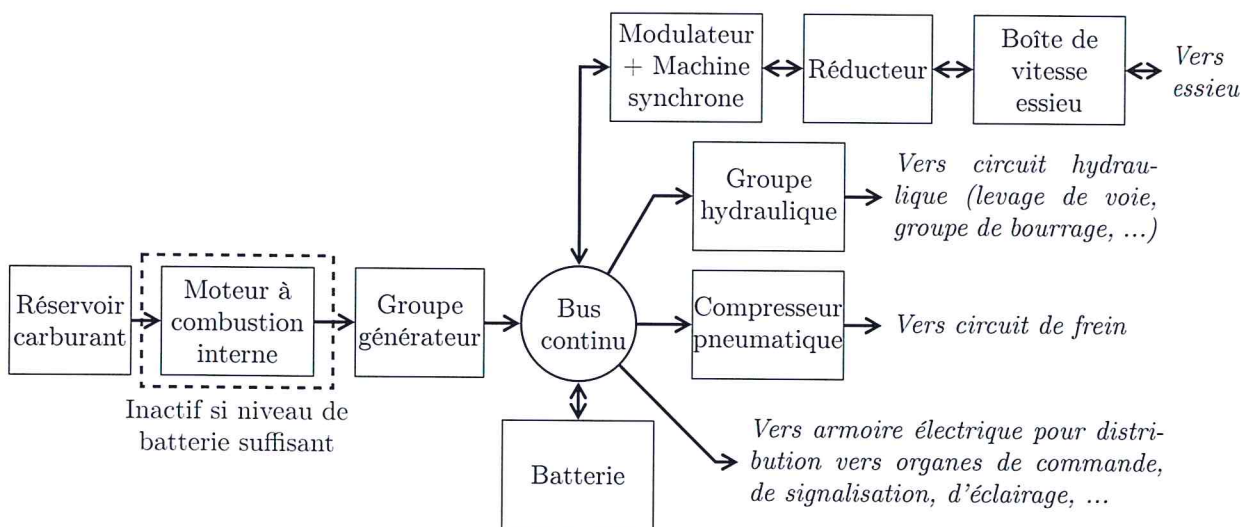


FIGURE 9 – Architecture hybride série

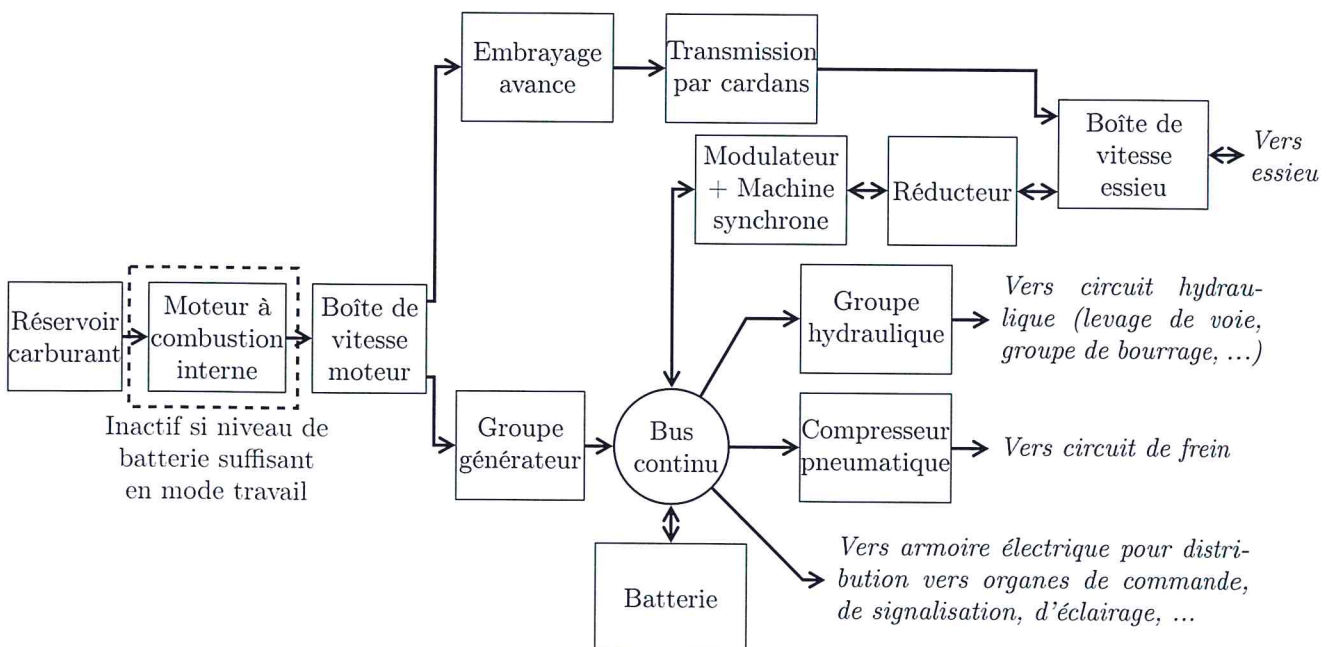


FIGURE 10 – Architecture hybride parallèle

**Modes de propulsion de la burreuse** Le mode de propulsion de la burreuse dépend de l'architecture considérée.

**Architecture conventionnelle** Dans sa version conventionnelle, la burreuse dispose de deux modes de propulsion.

- En mode circulation, la puissance nécessaire à la propulsion de la burreuse est acheminée depuis le moteur à combustion interne (MCI) vers les essieux via la chaîne de transmission mécanique (boîte de vitesse moteur, embrayage, transmission par cardans et boîte de vitesse essieu). Le groupe hydraulique est désactivé en mode circulation et le moteur hydraulique est mécaniquement désaccouplé de l'essieu par la boîte de vitesse essieu.
- En mode travail, la propulsion de la burreuse est assurée par un moteur hydraulique qui entraîne l'essieu par l'intermédiaire d'un réducteur et de la boîte de vitesse essieu. La transmission par cardans est alors désaccouplée de l'essieu par la boîte de vitesse essieu.

**Cas de l'hybridation série** Dans le cas de l'hybridation série (figure 9), toute la puissance délivrée par le MCI est, au rendement du groupe générateur près, convertie en puissance électrique. La propulsion de la burreuse est alors uniquement assurée par la chaîne d'entraînement électrique quel que soit le mode de travail de l'engin.

**Cas de l'hybridation parallèle** Dans le cas de l'hybridation parallèle (figure 10), la propulsion de la burreuse dépend de son mode de fonctionnement :

- en mode circulation, la propulsion est assurée par la même chaîne d'énergie que dans le cas de la burreuse conventionnelle ;
- en mode travail, seule la chaîne d'entraînement électrique assure la propulsion de la burreuse.

### 3.2.2 Respect de l'exigence 12

Pour arrêter une architecture d'hybridation, on s'intéresse au respect de l'exigence 12 (voir diagramme des exigences, figure 7).

**Hypothèses de travail** L'étude du respect de l'exigence 12 est menée dans le cadre des hypothèses suivantes :

**Point de fonctionnement de la burreuse** La burreuse est en mode circulation et se déplace à sa vitesse maximale (100 km/h).

**Consommation des auxiliaires**

- Le groupe hydraulique est désactivé.
- Les consommations énergétiques du groupe électrogène ou de l'armoire électrique ainsi que du compresseur pneumatique sont négligées devant la puissance nécessaire pour la traction de l'engin.

**Chaîne de transmission**

- Dans le cas de la motorisation conventionnelle, les dissipations de puissance dans l'embrayage avance sont suffisamment faibles pour être négligées.
- Dans le cas des motorisations hybrides, les dissipations de puissance au niveau du bus continu sont suffisamment faibles pour être négligées.

**Prise en compte de la batterie** Dans le cas des chaînes d'énergie hybrides, on considère que la batterie est chargée. Elle n'absorbe ni ne délivre donc aucune puissance.

**Données** Les données et notations utiles au choix de l'architecture d'hybridation sont recensées dans le tableau 1 (page 10).

**Question 5 :** Dans le cas de l'architecture conventionnelle de la burreuse, exprimer la puissance mécanique délivrée par le moteur à combustion interne ( $P_{MCI}$ ) en fonction des données du tableau 1. Calculer sa valeur.

**Question 6 :** Dans le cas de l'architecture hybride série, exprimer la puissance mécanique délivrée par le moteur à combustion interne ( $P_{MCI}$ ) en fonction des données du tableau 1. Calculer sa valeur.

**Question 7 :** Dans le cas de l'architecture hybride parallèle, exprimer la puissance mécanique délivrée par le moteur à combustion interne ( $P_{MCI}$ ) en fonction des données du tableau 1. Calculer sa valeur.



Grandeur	Symbole	Valeur
Rendement boîte de vitesse moteur	$\eta_{bvm}$	0,96
Rendement transmission par cardans	$\eta_{tra}$	0,98
Rendement boîte de vitesse essieu	$\eta_{bve}$	0,98
Rendement du réducteur	$\eta_{red}$	0,96
Rendement du groupe générateur	$\eta_{gg}$	0,92
Rendement de l'association {Modulateur + machine synchrone}	$\eta_{mot}$	0,90
Puissance mécanique transférée à l'essieu	$P_{es}$	400 kW
Puissance mécanique délivrée par le MCI	$P_{MCI}$	

Tableau 1 – Données et notations utiles à l'étude et au dimensionnement de la chaîne d'énergie de la bourreuse

□ **Question 8 :** Conclure quant au choix de l'architecture d'hybridation qui permet de satisfaire l'exigence 12 du diagramme des exigences donné figure 7.

### 3.3 Dimensionnement de la batterie

#### Objectif

Calculer la capacité de la batterie qui permet de satisfaire l'exigence 100 (« Autonomie »).

On considère désormais que la bourreuse est dotée d'une motorisation hybride parallèle et qu'elle fonctionne en mode travail avec un niveau de charge de la batterie suffisant pour assurer le fonctionnement du système. Sous ces conditions, la chaîne d'énergie de la bourreuse peut se simplifier sous la forme du schéma de la figure 11.

**Rappel** Afin d'en simplifier la représentation, on ne considère qu'un seul essieu dans la schématisation de la chaîne d'énergie de la bourreuse. L'intégralité de la puissance nécessaire à la traction de la bourreuse transite donc par cet essieu.

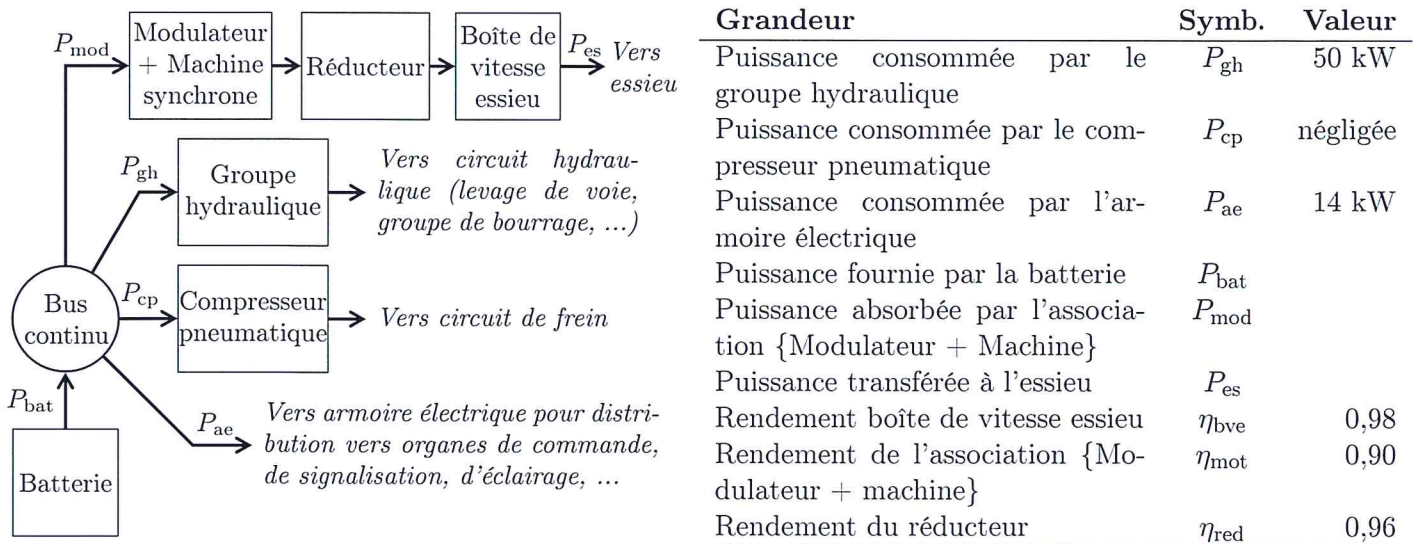


FIGURE 11 – Éléments de la chaîne d'énergie actifs en mode travail, données et notations associées

**Freinage récupératif** Afin de minimiser la consommation d'énergie de la bourreuse ainsi que l'usure de ses freins mécaniques, la bourreuse est pourvue d'un dispositif de freinage récupératif. En mode travail, la machine électrique qui assure l'entraînement de la bourreuse peut être utilisée :

- pour la traction : cette machine fonctionne alors dans un quadrant moteur ( $P_{mod} > 0$ );
- pour le freinage : la machine fonctionne alors dans un quadrant générateur ( $P_{mod} < 0$ ).

**Hypothèses de travail** Le dimensionnement de la batterie est mené dans le cadre des hypothèses suivantes :

#### Puissances

- Les puissances consommées par le groupe hydraulique et par l'armoire électrique sont constantes.

- La puissance consommée par le compresseur pneumatique est négligeable devant les autres puissances consommées dans le système.

### Rendements

- Les rendements de la boîte de vitesse essieu et de l'association {Modulateur + Machine synchrone} (abrégé en {Modulateur + Machine} dans le tableau de la figure 11) sont identiques quel que soit le sens de transfert de l'énergie.
- Les dissipations de puissance au niveau du bus continu et de la batterie sont négligées.

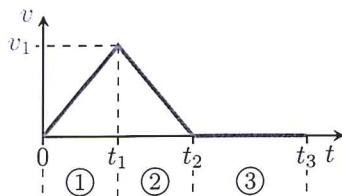
### Bourreuse

- La bourreuse évolue sur voie plane.
- La résistance au roulement des roues sur les rails et les effets aérodynamiques sont négligés.
- La bourreuse est assimilée à un solide de masse  $M_b = 63 \cdot 10^3$  kg ayant un mouvement de translation par rapport à la Terre.

□ **Question 9 :** Déterminer la relation qui lie la puissance transférée à l'essieu ( $P_{es}$ ) à la puissance absorbée par l'association {Machine + Modulateur} ( $P_{mod}$ ) et les rendements de la chaîne d'énergie dans les cas où :

1. la machine est utilisée pour la traction de la bourreuse ( $P_{mod} > 0$ );
2. la machine est utilisée pour freiner la bourreuse ( $P_{mod} < 0$ ).

**Profil de vitesse** En mode travail, la bourreuse avance par bonds successifs de 60 cm (correspondant à l'espacement entre deux traverses). La puissance  $P_{es}$  transférée par la boîte de vitesse essieu vers l'essieu ne peut donc pas être considérée comme constante. On cherche ici à déterminer la quantité d'énergie à transférer à l'essieu pour déplacer la bourreuse d'une traverse afin de calculer la puissance moyenne nécessaire à la propulsion de la bourreuse. Le profil de vitesse suivi par la bourreuse au cours d'une séquence comprenant le déplacement de l'engin et le bourrage d'une traverse est représenté figure 12.



**Phases du mouvement :**

- 1 Accélération
- 2 Freinage récupératif
- 3 Travail

Grandeur	Symb.	Valeur
Durée du déplacement	$t_2$	3 s
Durée de la séquence déplacement + bourrage	$t_3$	10 s
Vitesse de la bourreuse à un instant $t$ quelconque	$v(t)$	
Vitesse à l'instant $t_1$	$v_1$	
Accélération entre l'instant initial et $t_1$	$+\gamma$	
Accélération entre les instants $t_1$ et $t_2$	$-\gamma$	
Distance parcourue entre l'instant initial et $t_3$	$d_2$	60 cm

FIGURE 12 – Profil de vitesse suivi par la bourreuse en mode travail, données et notations associées

- **Question 10 :** Calculer la vitesse maximale  $v_1$  atteinte par la bourreuse au cours de son déplacement.
- **Question 11 :** Calculer l'énergie cinétique  $\mathcal{E}_{c1}$  accumulée par la bourreuse à la date  $t_1$ . En déduire l'énergie électrique  $\mathcal{E}_{e1}$  consommée par l'association {Modulateur + Machine} entre l'instant initial ( $t = 0$ ) et l'instant  $t_1$ .
- **Question 12 :** Calculer l'énergie électrique  $\mathcal{E}_{e2}$  envoyée par l'association {Modulateur + Machine} vers le bus continu entre les instants  $t_1$  et  $t_2$ .
- **Question 13 :** Calculer alors l'énergie électrique consommée par l'association {Modulateur + Machine} au cours du déplacement de la bourreuse. En déduire la valeur moyenne de la puissance  $P_{mod}$  (puissance électrique consommée par l'association {Modulateur + Machine}).
- **Question 14 :** Calculer la capacité de la batterie (quantité d'énergie emmagasinée) à installer pour permettre le fonctionnement en mode travail pendant 6 heures (exigence 100, figure 7). Exprimer cette capacité en kilowatt-heure (kW·h).

## 4 Dimensionnement de la motorisation électrique

**Travail proposé** Cette partie de l'étude vise à :

- déterminer le nombre d'essieux à pourvoir d'une motorisation électrique (sous-section 4.2) ;
- calculer le courant maximal absorbé par les machines électriques ainsi que la tension maximale à appliquer à leurs bornes (sous-section 4.3).

### 4.1 Cahier des charges de la motorisation électrique

Les exigences relatives à la traction électrique de la bourreuse sont recensées dans le diagramme des exigences donné figure 13.

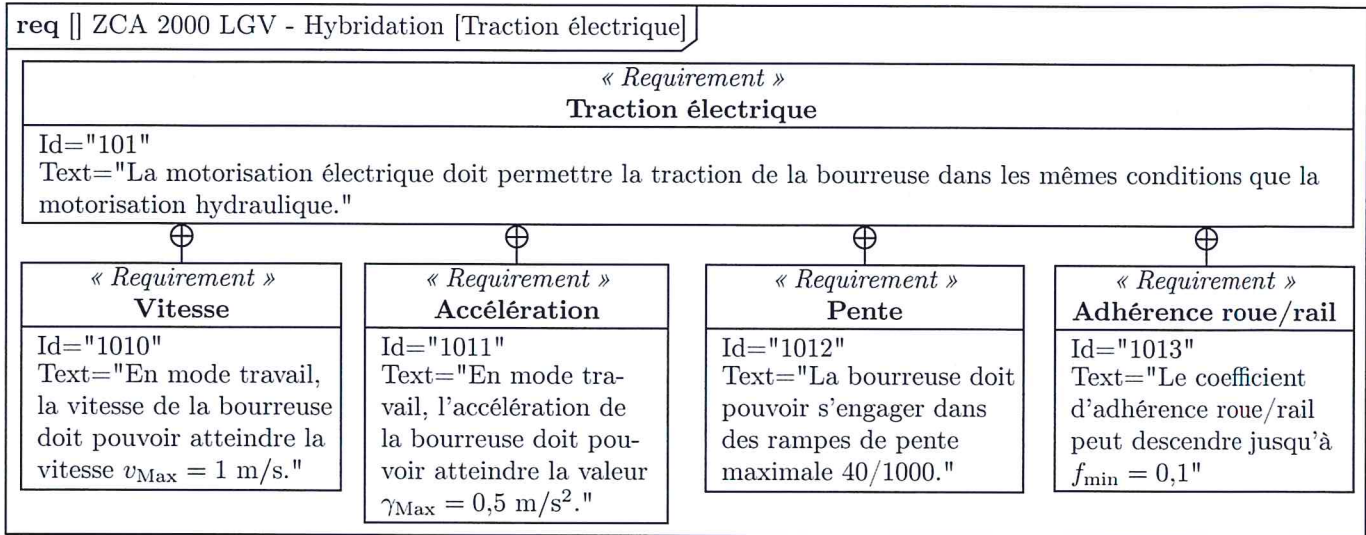


FIGURE 13 – Expansion de l'exigence 101 relative à la traction électrique de la bourreuse

### 4.2 Étude la motricité de la bourreuse

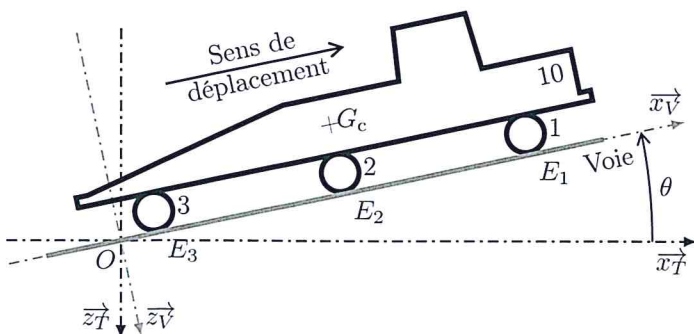
#### Objectif

Déterminer le nombre d'essieux à pourvoir d'une motorisation électrique.

L'électrification de la traction de la bourreuse requiert de modifier la conception des essieux utilisés pour la traction en mode travail. On cherche à déterminer le nombre d'essieux à pourvoir d'une motorisation électrique afin de respecter les exigences du diagramme de la figure 13.

#### 4.2.1 Configuration étudiée

La détermination du nombre d'essieux à motoriser est menée dans la configuration la plus défavorable : la bourreuse est engagée dans une rampe de pente 40/1000 sur un rail rendu glissant par l'humidité. Cette configuration est schématisée figure 14, les données utiles au calcul sont recensées dans le tableau 2.



#### Paramétrage

- Le repère  $(O, \vec{z}_T, \vec{x}_T, \vec{y}_T)$  est lié à la Terre.  $\vec{z}_T$  est vertical descendant.
- Le repère  $(O, \vec{z}_V, \vec{x}_V, \vec{y}_V)$  est lié à la voie.
- L'inclinaison de la voie par rapport à l'horizontale est notée  $\theta$  :  $\theta = (\vec{x}_T, \vec{x}_V) = (\vec{z}_T, \vec{z}_V)$ .

$$\overline{E_3 E_2} = \overline{E_2 E_1} = l \cdot \vec{x}_V \quad \text{avec } l = 10 \text{ m}$$

FIGURE 14 – Schématisation relative à l'étude de la motricité de la bourreuse et paramétrage associé

## Mouvement de la bourreuse

- La bourreuse a un mouvement de translation rectiligne de direction  $\overrightarrow{x_V}$  par rapport à la voie.
- L'accélération de la bourreuse par rapport à la voie est notée  $\gamma$ .

## Géométrie

- L'étude est contenue dans le plan  $(O, \overrightarrow{x_T}, \overrightarrow{x'_T})$  (plan médian de la bourreuse).
- Le contact entre un essieu et la voie est modélisé par un unique contact ponctuel. Les points  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  désignent les points de contact de chacun des essieux 1, 2 et 3 avec la voie.

## Données

Grandeur	Symbole	Valeur
Masse du châssis de caisse 10 (inclut tous les éléments suspendus)	$M_c$	$61 \cdot 10^3$ kg
Masse de chacun des essieux (1, 2 et 3)	$M_e$	660 kg
Masse totale de la bourreuse	$M_b$	$63 \cdot 10^3$ kg
Coefficient d'adhérence roue/rail minimum	$f_{\min}$	0.1
Accélération maximale de la bourreuse	$\gamma_{\text{Max}}$	0,5 m/s <sup>2</sup>
Inclinaison de la voie par rapport à l'horizontale	$\theta$	$\tan(\theta) = 40/1000$
Accélération de la pesanteur	$g$	10 m/s <sup>2</sup>

Tableau 2 – Données utiles pour l'étude de la motricité de la bourreuse

## Notations

- Le torseur cinématique du mouvement d'un solide  $S_i$  par rapport à un solide  $S_j$  est noté :

$$\{\mathcal{V}(S_i/S_j)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega}(S_i/S_j) \\ \overrightarrow{V}(P, S_i/S_j) \end{array} \right\}$$

- Le torseur de l'action mécanique appliquée par un ensemble matériel  $S_1$  sur  $S_2$  est noté :

$$\{\mathcal{F}(S_1 \rightarrow S_2)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{F}(S_1 \rightarrow S_2) \\ \overrightarrow{M}(P, S_1 \rightarrow S_2) \end{array} \right\}$$

- Dans le cas où l'action mécanique considérée est un glisseur s'appliquant en point  $P$ , on adoptera la notation suivante :

$$\{\mathcal{F}(S_1 \rightarrow S_2)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{P}(S_1 \rightarrow S_2) \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

Par exemple, l'effort appliqué par la voie 0 sur l'essieu 1 est modélisé par le glisseur suivant :

$$\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{E_1}(0 \rightarrow 1) \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

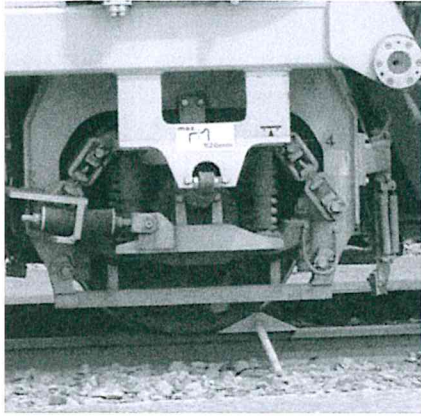
### 4.2.2 Modélisation de la suspension

La bourreuse est en contact avec les rails par l'intermédiaire de trois essieux (solides 1 à 3). Ces trois essieux sont liés châssis de caisse par le biais d'un mécanisme de suspension représenté figure 15a et modélisé, pour le premier essieu, figure 15b (les deux autres essieux se modélisent de manière similaire).

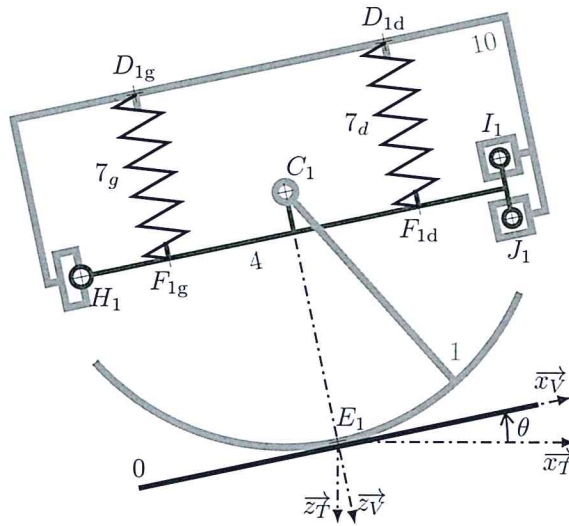
On cherche dans un premier temps à simplifier la modélisation du mécanisme de suspension ainsi qu'à déterminer la relation qui lie l'effort exercé par le rail 0 sur l'essieu 1 à celui appliqué par les ressorts  $7_g$  et  $7_d$  sur le châssis de caisse 10.

**Hypothèses** L'étude du mécanisme de suspension de l'essieu 1 est menée dans la configuration définie au point 4.2.1 (page 12) et dans le cadre du modèle défini ci-dessous.

- **Liaisons** : à l'exception du contact essieu/voie, les frottements sont négligés dans toutes les liaisons.
- **Modélisation des actions mécaniques** :



a – Système réel



b – Modélisation cinématique

### Désignation des solides

0	Voie
1	Essieu
4	Châssis de bogie
$7_g, 7_d$	Ressorts de suspension
10	Châssis de caisse

### Paramétrage (partiel)

$$\overrightarrow{H_1 I_1} = a \cdot \overrightarrow{x_V} - b \cdot \overrightarrow{z_V}$$

$$\overrightarrow{H_1 J_1} = a \cdot \overrightarrow{x_V} + b \cdot \overrightarrow{z_V}$$

FIGURE 15 – Mécanisme de suspension d'un essieu

- On note  $X_{01}$  et  $Z_{01}$  les composantes de l'effort appliqué par la voie 0 sur l'essieu 1 :

$$\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\}_{E_1} = \begin{Bmatrix} X_{01} \cdot \overrightarrow{x_V} + Z_{01} \cdot \overrightarrow{z_V} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

- Les ressorts de suspension sont montés entre le châssis de bogie 4 et le châssis de caisse 10. Ils exercent sur ces deux solides un effort de direction  $\overrightarrow{z_V}$  :

$$\{\mathcal{F}(7_g \rightarrow 10)\}_{D_{1g}} = \begin{Bmatrix} -F_g \cdot \overrightarrow{z_V} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \text{ et } \{\mathcal{F}(7_d \rightarrow 10)\}_{D_{1d}} = \begin{Bmatrix} -F_d \cdot \overrightarrow{z_V} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

- **Masse des solides :**

- Les masses des solides 4,  $7_g$  et  $7_d$  sont négligées devant la masse de l'essieu.
- Le centre de gravité de l'essieu est situé sur son axe de rotation (soit le point  $C_1$ ).

□ **Question 15 :** Tracer le graphe d'architecture de la liaison existant entre le châssis de bogie 4 et le châssis de caisse 10. Il est rappelé que les éléments déformables ne sont pas considérés.

□ **Question 16 :** Par la méthode de votre choix, déterminer les degrés de libertés offerts par la liaison équivalente aux trois liaisons qui existent entre le châssis de bogie 4 et le châssis de caisse 10.

□ **Question 17 :** Déterminer l'expression de  $F_g + F_d$  en fonction de  $Z_{01}$ ,  $M_e$  et de  $\theta$ .

### 4.2.3 Efforts exercés par chacun des ressorts

**Simplification du mécanisme de suspension** Dans la suite de cette étude, chacun des trois mécanismes de suspension est modélisé par un unique ressort comme schématisé figure 16.

**Hypothèses** L'étude de la motricité de la brouseuse est menée dans la configuration définie au point 4.2.1 (page 12) et dans le cadre du modèle défini ci-dessous.

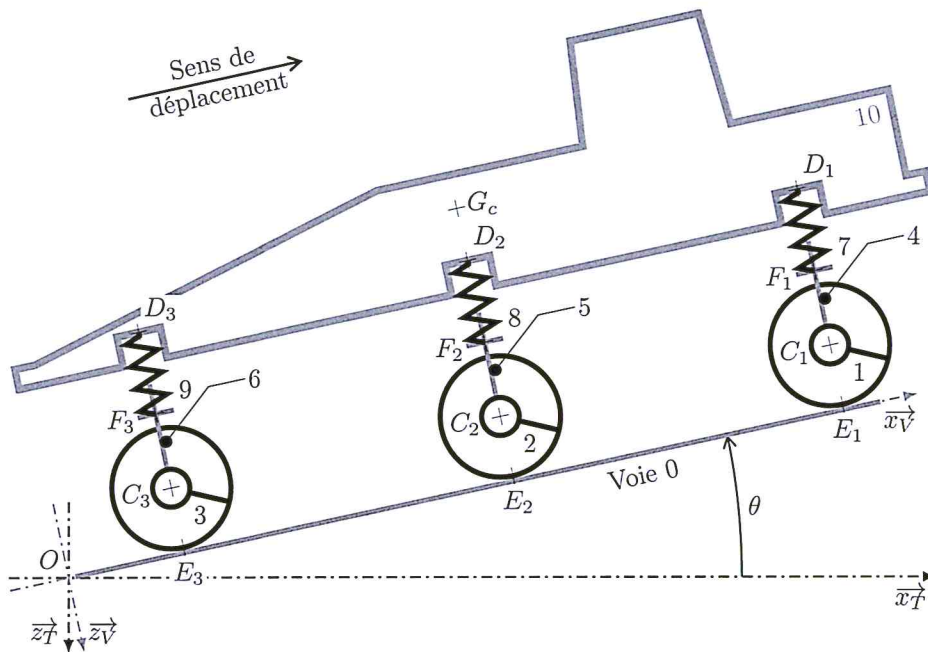
- **Géométrie :**

- Le point  $G_c$  désigne le centre de gravité du châssis de caisse 10.
- Les différences d'écrasement entre les ressorts de suspension sont suffisamment faibles pour pouvoir considérer que le châssis de caisse 10 reste parallèle à la voie.

- **Modélisation des actions mécaniques :** Chacun des trois ressorts de suspension exerce sur le châssis de caisse 10 un effort modélisé par le torseur suivant :

$$\{\mathcal{F}(j \rightarrow 10)\}_{D_i} = \begin{Bmatrix} X_j \cdot \overrightarrow{x_V} + Z_j \cdot \overrightarrow{z_V} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \text{ avec } j = 7, 8 \text{ ou } 9 \text{ et } i = 1, 2 \text{ ou } 3.$$

On admet que pour la configuration étudiée on a  $|Z_9| > |Z_8| > |Z_7|$ .



Désignation des solides	
0	Voie
1, 2, 3	Essieux
4, 5, 6	Châssis de bogie
7, 8, 9	Ressorts de suspension
10	Châssis de caisse

#### Paramétrage

$$\overrightarrow{D_3 D_2} = \overrightarrow{D_2 D_1} = l \cdot \overrightarrow{x_V}$$

$$\overrightarrow{G_c D_2} = h \cdot \overrightarrow{z_V}$$

avec  $l = 10$  m et  $h = 1$  m

FIGURE 16 – Schématisation relative à l'étude de la motricité de la bourreuse et paramétrage associé

□ **Question 18 :** À l'aide du principe fondamental de la dynamique, déterminer les expressions :

- de la différence  $Z_9 - Z_7$  et
- de la somme  $Z_7 + Z_8 + Z_9$

en fonction de  $\gamma$ ,  $\theta$ ,  $M_c$ ,  $g$ ,  $h$  et  $l$ .

□ **Question 19 :** Dédurre de la question précédente et des hypothèses que  $Z_7 \approx Z_8 \approx Z_9$ . En déduire la valeur de ces composantes.

La combinaison du résultat de la question 17 avec le résultat de la question précédente permet de déterminer les valeurs des composantes selon  $\overrightarrow{z_V}$  des efforts de contact des essieux sur la voie :  $Z_{01}$ ,  $Z_{02}$  et  $Z_{03}$ .

#### 4.2.4 Nombre d'essieux à motoriser

Il est rappelé que la configuration de l'étude est définie au point 4.2.1 (page 12).

##### Action de la voie sur les essieux

- L'action de la voie 0 sur un essieu  $i$  ( $i = 1, 2$ , ou  $3$ ) est modélisée par le torseur suivant :

$$\{\mathcal{F}(0 \rightarrow i)\}_{E_i} = \left\{ \begin{array}{l} X_{0i} \cdot \overrightarrow{x_V} + Z_{0i} \cdot \overrightarrow{z_V} \\ \mathbf{0} \end{array} \right\}$$

- Quels que soient les résultats trouvés précédemment, on prendra  $Z_{01} = Z_{02} = Z_{03} = -203 \cdot 10^3$  N.

**Effort de traction nécessaire** On appelle « effort de traction » ( $F_p$ ) la somme des composantes tangentielles des efforts appliqués par la voie sur les essieux :

$$F_p = \left[ \overrightarrow{E_1(0 \rightarrow 1)} + \overrightarrow{E_2(0 \rightarrow 2)} + \overrightarrow{E_3(0 \rightarrow 3)} \right] \cdot \overrightarrow{x_V} = X_{01} + X_{02} + X_{03}$$

□ **Question 20 :** À l'aide du principe fondamental de la dynamique appliqué à la bourreuse, déterminer l'expression de l'effort de traction  $F_p$  permettant d'imposer une accélération  $\gamma$  à la bourreuse engagée dans une pente d'inclinaison  $\theta$ . Faire l'application numérique dans le cas de la configuration étudiée (voir tableau 2).

**Effort tangentiel transmissible** Le nombre d'essieux à motoriser dépend de l'effort tangentiel transmissible au contact des essieux avec la voie.

□ **Question 21** : Déterminer l'expression de l'effort tangentiel transmissible par la voie sur chacun des essieux. Réaliser l'application numérique dans le cas de la configuration étudiée.

□ **Question 22** : Conclure quant au nombre d'essieux qu'il faut motoriser pour satisfaire les exigences du diagramme de la figure 13.

### 4.3 Dimensionnement des modulateurs

#### Objectif

Déterminer le courant maximal absorbé par les machines de traction électrique ainsi que la tension maximale à appliquer à leurs bornes.

Afin de minimiser les modifications de la bourreuse introduites par l'électrification de sa traction, les machines électriques sont installées à la place des moteurs hydrauliques utilisés actuellement pour la traction en mode travail (figure 13). Les réducteurs situés en aval de ces moteurs sont également remplacés afin d'adapter la chaîne d'énergie à sa nouvelle motorisation.

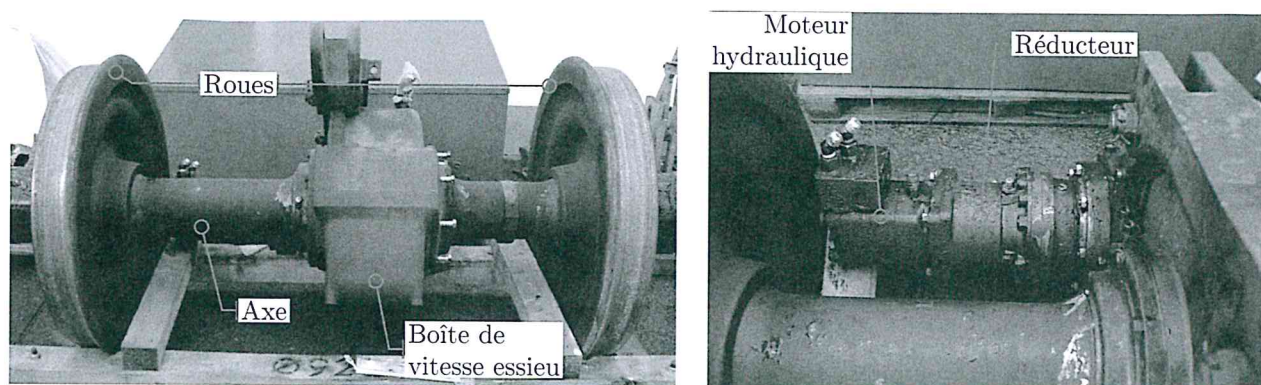


FIGURE 17 – Vue d'un essieu, de sa boîte de vitesse et de la motorisation hydraulique

**Caractéristiques des machines** Les machines utilisées pour la traction de la bourreuse en mode travail sont des machines synchrones triphasées à aimants permanents. Chacune de ces trois machines est alimentée par un onduleur de courant. Les données constructeur relatives à ces machines sont données dans le tableau 3.

Grandeur	Symbole	Valeur
Nombre de phases		3
Couplage		étoile
Nombres de paires de pôles	$p$	4
Fréquence électrique nominale	$f_n$	120 Hz
Puissance nominale	$P_n$	23 kW
Vitesse nominale	$N_n$	1800 tr/min
Tension de couplage nominale	$U_n$	400 V
Intensité nominale	$I_n$	42,90 A
Couple nominal	$T_{mn}$	122 N·m
Rendement au point de fonctionnement nominal	$\eta_n$	0,94
Intensité maximale	$I_{Max}$	62,21 A
Couple maximal	$T_{mMax}$	164,7 N·m

Tableau 3 – Données constructeur relatives aux machines synchrones de traction

#### 4.3.1 Modélisation et détermination des paramètres des machines

Les trois machines étant identiques et sollicitées de la même manière, l'étude se focalise sur une seule machine.

**Modèle électrique** On utilise le modèle de Behn-Eschenburg pour estimer les grandeurs électriques nécessaires au fonctionnement de la machine. Ce modèle et les notations associées sont rappelés figure 18. Le système de tension triphasé est supposé équilibré et une seule phase de la machine est considérée. La résistance d'induit  $R$  et l'inductance  $L$  sont supposés constants quel que soit le point de fonctionnement de la machine.

**Dissipations de puissance** Les seules dissipations de puissance considérées dans la machine sont les pertes cuivre modélisées par la résistance d'induit  $R$ . Les pertes magnétiques et mécaniques sont négligées.

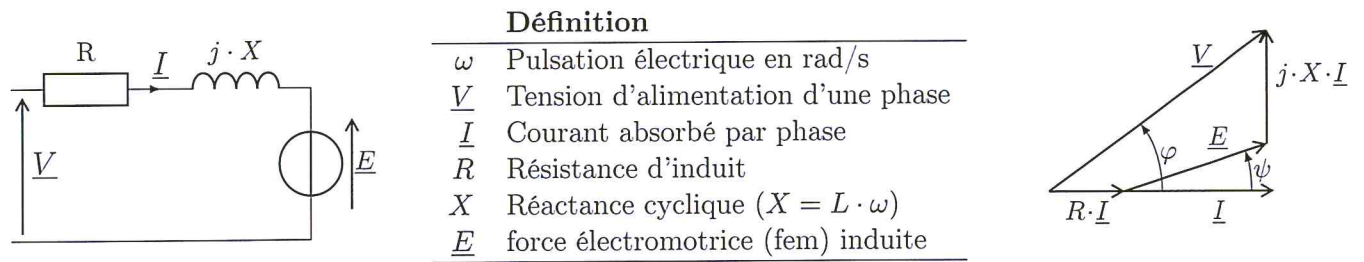


FIGURE 18 – Modèle électrique d'une phase d'une machine, paramètres et diagramme vectoriel associés

□ **Question 23 :** À partir des données constructeur, exprimer et calculer pour le point de fonctionnement nominal :

- la valeur efficace  $V_n$  de la tension d'alimentation  $\underline{V}$  d'une phase de la machine,
- la puissance mécanique  $P_m$  délivrée par la machine,
- la puissance électrique active  $P_{abs}$  qu'elle absorbe.

□ **Question 24 :** Dédire de la question précédente :

- le facteur de puissance de la machine à son point de fonctionnement nominal :  $\cos(\varphi_n)$ ,
- la résistance  $R$  d'une phase d'induit.

□ **Question 25 :** Calculer la valeur de la puissance réactive  $Q_{abs}$  absorbée par la machine à son point de fonctionnement nominal.

**Hypothèse sur l'angle  $\psi$**  On suppose pour les deux questions suivantes (questions 26 et 27) que la fem  $\underline{E}$  est en phase avec le courant  $\underline{I}$ , c'est à dire que :  $\psi = 0$ .

□ **Question 26 :** Exprimer la puissance réactive  $Q_{abs}$  absorbée par la machine en fonction notamment de la réactance cyclique  $X$ . En déduire la valeur de l'inductance cyclique  $L$ .

**Constante de couplage** La valeur efficace de la fem  $E$  est proportionnelle à la vitesse de rotation  $\omega_m$  de la machine :  $E = K \cdot \omega_m$ .

□ **Question 27 :** Déterminer l'expression de la constante de couplage  $K$  et donner sa valeur dans les unités du système international.

### 4.3.2 Grandeurs électriques maximales en entrée de la machine

**Couple délivré par la machine** On admet que le couple  $T_m$  délivré par une machine synchrone à aimants peut, dans le cadre des hypothèses de l'étude, s'exprimer par la relation suivante (les notations de la figure 18 sont conservées) :

$$T_m = 3 \cdot K \cdot \cos(\psi) \cdot I$$

**Points de fonctionnement visés** La détermination des grandeurs électriques maximales en entrée de la machine passe par l'étude de deux points de fonctionnement particuliers : le décollage et la fin de la phase d'accélération.

- Au décollage de la bourseuse (mise en marche à partir de la vitesse nulle), les phénomènes d'adhérence imposent d'appliquer un effort de traction plus important que lorsque la bourseuse est en mouvement. Ce point de fonctionnement impose le courant maximal absorbé par la machine. Lors du décollage de la bourseuse, la machine délivre un couple  $T_{mdec} = 140 \text{ N}\cdot\text{m}$ .
- À la fin de la phase d'accélération, la machine délivre un couple  $T_{mfa} = 115 \text{ N}\cdot\text{m}$  et tourne à la vitesse  $N_{fa} = 1700 \text{ tr/min}$ .



**Paramètres électriques de la machine** Il est rappelé que le modèle électrique de la machine est donné figure 18. Quels que soient les résultats trouvés précédemment, on utilisera les valeurs suivantes dans la suite de cette étude :

$$R = 0,27 \Omega \quad ; \quad L = 4 \text{ mH} \quad ; \quad K = 0,95 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{rad}$$

**Pilotage de la machine** L'onduleur qui alimente la machine est asservi pour maintenir l'angle  $\psi$  (angle d'autopilotage) à 0.

**Question 28** : Expliquer l'intérêt de maintenir l'angle  $\psi$  à 0.

**Question 29** : En supposant  $\psi = 0$ , calculer le courant efficace  $I_{\text{dec}}$  absorbé par la machine lors du décollage de la bourreuse.

**Question 30** : En supposant  $\psi = 0$ , calculer le courant efficace  $I_{\text{fa}}$  absorbé par la machine et la tension efficace  $V_{\text{fa}}$  aux bornes d'une de ses phases à la fin de la phase d'accélération.

## 5 Contrôle de la vitesse de la bourreuse

**Travail proposé** L'hybridation de la bourreuse permet d'envisager de la doter d'une nouvelle fonctionnalité : le contrôle automatique de sa vitesse de déplacement en mode travail. Cette perspective n'est cependant envisageable qu'à la condition de pouvoir asservir cette vitesse. Cette partie de l'étude vise donc à :

- modéliser l'asservissement de la vitesse de déplacement de la bourreuse en mode travail (sous section 5.2) et
- dimensionner le correcteur de cet asservissement (sous section 5.3).

### 5.1 Cahier des charges de l'asservissement de vitesse

Le profil de vitesse de la bourreuse en mode travail est composé de rampes successives (figure 12, page 11). L'asservissement de la vitesse de la bourreuse doit permettre de respecter ce profil de vitesse même si la bourreuse est engagée dans des rampes de pente 40/1000. De plus, pour des raisons de sécurité, cet asservissement doit toujours rester stable.

Sur la base de ces considérations, le cahier des charges auquel doit répondre l'asservissement a été établi. Ce cahier des charges est synthétisé sous la forme du diagramme des exigences de la figure 19.

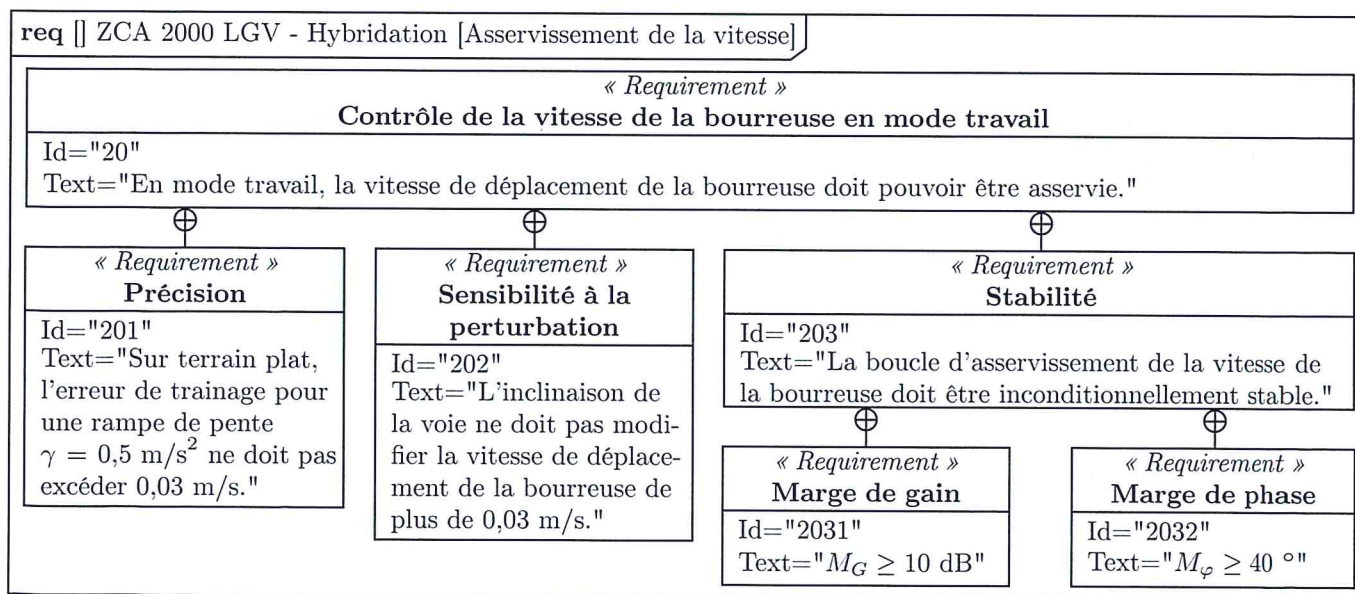


FIGURE 19 – Diagramme des exigences relatif à l'asservissement de la vitesse de déplacement de la bourreuse en mode travail

## 5.2 Modélisation du système asservi

### Objectif

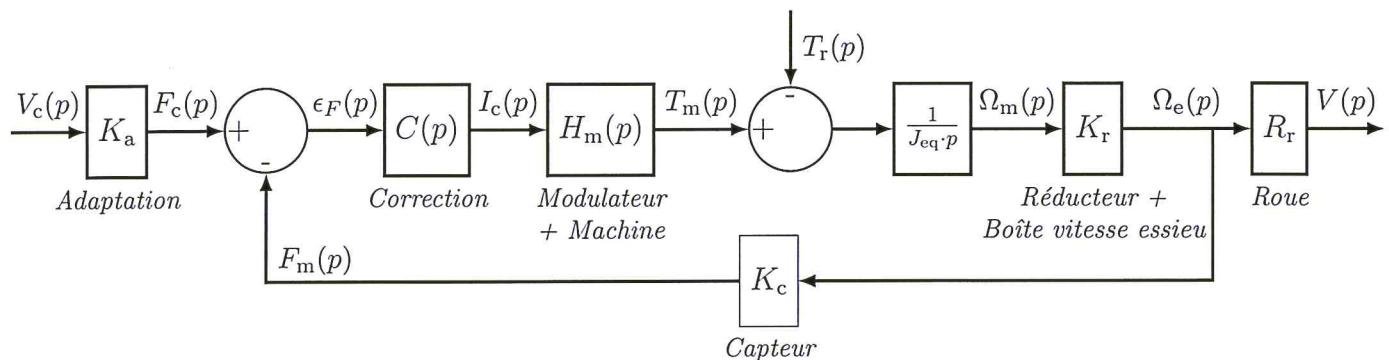
Finaliser la modélisation de l'asservissement de la vitesse de la bourseuse.

**Hypothèses** L'étude de l'asservissement de la vitesse de la bourseuse est menée dans le cadre des hypothèses suivantes.

- Les trois essieux sont identiques et ont le même comportement. L'étude est ainsi limitée au contrôle de la vitesse d'un seul essieu.
- Le système étudié est supposé linéaire, continu et invariant (SLCI).
- Les conditions de Heaviside sont satisfaites : les grandeurs manipulées et leurs dérivées par rapport au temps sont nulles avant l'application d'une consigne ou d'une perturbation.
- L'association {Modulateur + Machine} qui anime l'essieu est modélisée par une fonction de transfert du premier ordre (figure 20).

**Notation** La transformée de Laplace d'une grandeur temporelle  $s(t)$  est notée  $S(p)$ .

**Schéma-Bloc** Le schéma-bloc de l'asservissement étudié est donné figure 20.



Définition des grandeurs dans le domaine de Laplace

Grandeur	Symbole
Vitesse consigne	$V_c(p)$
Fréquence de consigne	$F_c(p)$
Fréquence mesurée	$F_m(p)$
Courant de consigne	$I_c(p)$
Couple moteur	$T_m(p)$
Couple résistant	$T_r(p)$
Vitesse de rotation de la machine	$\Omega_m(p)$
Vitesse de rotation de l'essieu	$\Omega_e(p)$
Vitesse de déplacement de la bourseuse	$V(p)$

Modélisation de l'association Modulateur + Machine

$$H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$$

où  $K_m$  s'exprime en  $N \cdot m/A$ .

Valeurs

$$\begin{aligned} K_m &= 2,85 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{A} \\ \tau_m &= 0,05 \text{ s} \\ K_r &= 1/87,5 \\ R_r &= 0,5 \text{ m} \end{aligned}$$

FIGURE 20 – Schéma fonctionnel de l'asservissement de la vitesse de la bourseuse - Données et notations associées

### 5.2.1 Gain $K_c$ du capteur de vitesse

Chaque essieu est pourvu d'un capteur de vitesse présenté figure 21. Ce capteur se compose d'une roue dentée solidaire de l'essieu et d'un transducteur solidaire du châssis de bogie qui détecte le passage des dents de la roue. Le transducteur utilisé est un capteur inductif qui délivre un signal créneau dont la fréquence égale à la fréquence de défilement des  $Z$  dents de la roue.

La roue du capteur utilisé comporte 200 dents ( $Z = 200$ ).

□ **Question 31** : Calculer la valeur du gain  $K_c$  utilisé pour modéliser le capteur de vitesse dans le schéma bloc de la figure 20.

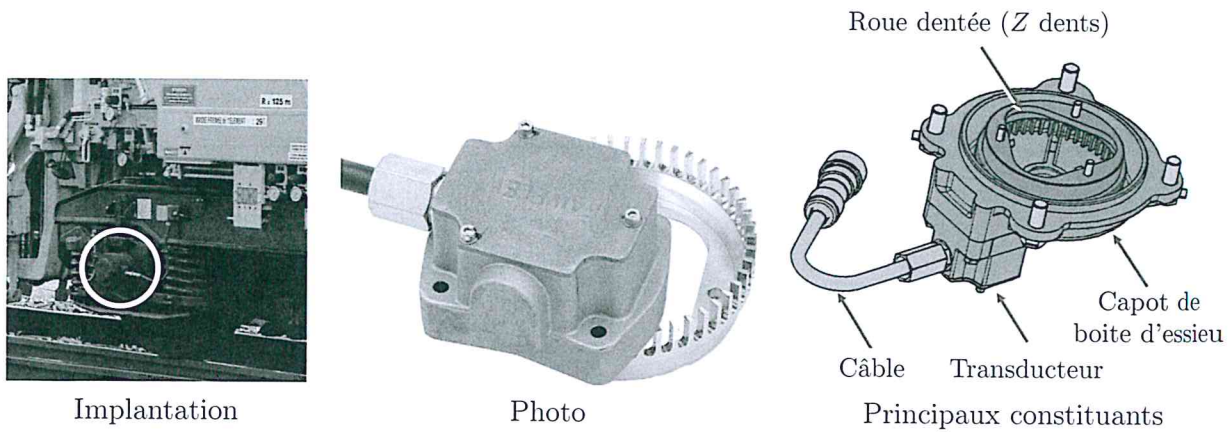


FIGURE 21 – Capteur de vitesse [Images Faiveley]

### 5.2.2 Gain $K_a$ du bloc d'adaptation

Un bloc d'adaptation est placé en amont du comparateur de manière à convertir la consigne  $V_c(p)$  (en m/s) en une fréquence de consigne directement comparable à la sortie  $F_m(p)$  du capteur. Ce bloc consiste en un gain  $K_a$  choisi pour que l'écart  $\epsilon_F(p)$  soit nul lorsque  $V_c(p) = V(p)$ .

□ **Question 32 :** Donner l'expression puis la valeur numérique du gain  $K_a$  permettant de satisfaire cette condition.

### 5.2.3 Inertie équivalente $J_{eq}$ vue par une machine

Une modélisation simplifiée de la chaîne cinématique de la bourreuse en mode travail est représentée figure 22. Les données utiles au calcul de l'inertie équivalente vue par un moteur sont recensées dans le tableau 4.

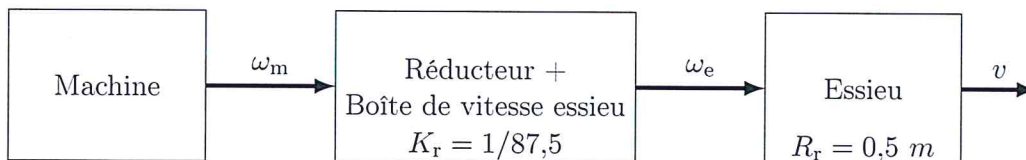


FIGURE 22 – Chaîne cinématique intervenant dans l'asservissement de la vitesse de la bourreuse

Grandeur	Symbole	Valeur
Nombre d'essieux de la bourreuse	$N_e$	3
Masse de la bourreuse	$M_b$	$63 \cdot 10^3$ kg
Moment d'inertie d'une machine	$J_m$	$51,4 \cdot 10^{-3}$ kg·m <sup>2</sup>
Moment d'inertie d'un ensemble {Réducteur + Boîte de vitesse essieu} vu du moteur	$J_r$	$60 \cdot 10^{-3}$ kg·m <sup>2</sup>
Moment d'inertie d'un essieu	$J_e$	80 kg·m <sup>2</sup>
Rapport de réduction de l'ensemble {Réducteur + Boîte de vitesse essieu}	$K_r$	1/87,5
Rayon des roues	$R_r$	0,5 m

Tableau 4 – Données utiles au calcul du moment d'inertie équivalent

**Rappel** La bourreuse comporte trois essieux, tous sont pourvus d'une motorisation électrique et participent, à part égale, à la propulsion de la bourreuse en mode travail.

□ **Question 33 :** À l'aide des données et des notations introduites figure 22 et tableau 4, exprimer l'énergie cinétique accumulée par la bourreuse. En déduire le moment d'inertie équivalent  $J_{eq}$  vu par une machine.

### 5.3 Dimensionnement du correcteur

#### Objectif

Vérifier qu'une correction proportionnelle permet de satisfaire le cahier des charges de l'asservissement et en déterminer la valeur du gain  $K_p$ .

On s'intéresse désormais au dimensionnement d'un correcteur proportionnel :  $C(p) = K_p$ .

Quelle que soit la valeur trouvée précédemment, on prendra  $K_c = 32$  pour la suite de cette étude.

Après déplacement du comparateur et du point de prélèvement, le schéma-bloc de l'asservissement étudié peut se mettre sous la forme du schéma donné figure 23.

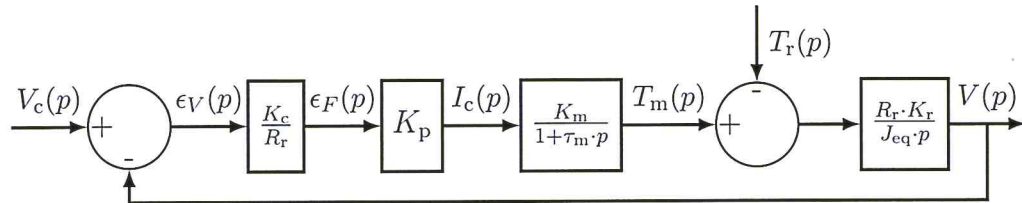


FIGURE 23 – Second schéma fonctionnel de la boucle d'asservissement de la vitesse de la brouseuse

On suppose dans un premier temps (questions 34 à 38) que la perturbation est inexistante :  $T_r(p) = 0$ .

□ **Question 34 :** Pour le schéma-bloc de la figure 23, donner l'expression :

1. de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO}(p)$ ,
2. de la forme canonique de la fonction de transfert en boucle fermée du système non perturbé :

$$H_V(p) = \left. \frac{V(p)}{V_c(p)} \right|_{T_r(p)=0} \quad (\text{on pourra poser } K_V = K_c \cdot K_m \cdot K_p \cdot K_r).$$

**Limitation de l'erreur de traînage** On définit l'erreur de traînage comme la différence, en régime permanent, de la vitesse de consigne  $v_c(t)$  avec la vitesse  $v(t)$  atteinte par la brouseuse dans le cas où la consigne est une rampe :  $\epsilon_T = \lim_{t \rightarrow \infty} (v_c(t) - v(t))$  avec  $v_c(t) = \gamma \cdot t$ .

□ **Question 35 :** Exprimer l'erreur de traînage  $\epsilon_T$ . En déduire la valeur minimale de  $K_p$  qui permet de limiter cette erreur à  $\epsilon_{T_{\text{Max}}} = 0,03$  m/s lorsque  $\gamma = 0,5$  m/s<sup>2</sup> (exigence 201, figure 19, page 18).

**Conservation de la stabilité** L'expression de  $H_{BO}(p)$  déterminée à la question 34 permet de tracer le diagramme de Bode donné document réponse 1.

□ **Question 36 :** Sur le document réponse 1, représenter à l'aide d'une flèche la marge de phase du système. Déterminer graphiquement la valeur de cette marge de phase.

□ **Question 37 :** À l'aide du diagramme de Bode du document réponse 1, donner la valeur de la marge de gain.

□ **Question 38 :** À l'aide du document réponse 1, déterminer la valeur maximale du gain  $K_p$  qui permet de satisfaire les exigences 2031 (marge de gain supérieure ou égale à 10 dB) et 2032 (marge de phase supérieure ou égale à 40°) du diagramme de la figure 19.

**Sensibilité à la perturbation** On s'intéresse à l'effet de la perturbation modélisée par le couple résistant  $T_r(p)$ . La consigne de vitesse  $V_c(p)$  est désormais supposée nulle :  $V_c(p) = 0$ .

Quelles que soient les valeurs limites de  $K_p$  trouvées précédemment, on prend  $K_p = 25$  pour la suite de cette étude.

□ **Question 39 :** Déterminer l'expression, sous forme canonique, de la fonction de transfert relative à l'influence de la perturbation :  $H_p(p) = \left. \frac{V(p)}{T_r(p)} \right|_{V_c(p)=0}$ .

On suppose que la brouseuse est engagée dans une rampe de pente 40/1000. Le couple résistant  $T_r$  appliqué sur l'arbre moteur vaut alors  $T_{r_{\text{Max}}} = 50$  N·m.

□ **Question 40 :** Déterminer l'expression et la valeur de la vitesse  $v(t)$  atteinte par la bourreuse en régime permanent en réponse à un échelon de couple résistant d'amplitude  $T_{rMax}$ . Conclure quant au respect de l'exigence 202 du diagramme des exigences de la figure 19 (page 18).

**Bilan : choix du correcteur**

□ **Question 41 :** Conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel dans la boucle d'asservissement de la vitesse de déplacement de la bourreuse.

## 6 Chargement de la batterie

**Travail proposé** Cette partie de l'étude vise à dimensionner l'inductance de lissage des hacheurs de chargement de la batterie.

### 6.1 Présentation de la batterie

L'énergie nécessaire au fonctionnement de la bourreuse en mode tout électrique est stockée dans une batterie lithium-ion.

#### 6.1.1 Constitution de la batterie

La batterie est construite à partir de cellules élémentaires de tension nominale 3,7 V (valeur imposée par la technologie lithium-ion). Ces cellules sont associées en série et en parallèle pour constituer des modules de tension nominale 518 V (soit 140 cellules en série) et de capacité 257,4 A·h (*Ampères × heures*).

La batterie est constituée de 3 modules associés en parallèle ce qui lui confère une tension nominale de 518 V et une capacité de 772 A·h.

**BMS** La batterie est équipée d'un circuit de gestion appelé BMS pour « *Battery Management System* ». Ce circuit est notamment chargé de :

- surveiller la tension de la batterie (tension totale et tension au niveau des cellules pour en piloter l'équilibrage),
- surveiller la température de la batterie pour en commander le réchauffage ou le refroidissement,
- estimer le niveau de charge et le niveau de santé de la batterie pour en informer l'utilisateur.

#### 6.1.2 Connexion de la batterie au bus continu

Au cours du fonctionnement de la bourreuse, la batterie peut :

- alimenter le bus continu (figure 24a) : dans ce cas les bornes de la batterie sont connectées directement au bus continu ;
- se recharger en prélevant de l'énergie sur le bus continu (figure 24b) : des hacheurs série placés entre le bus continu et chacun des modules de la batterie gèrent alors le transfert de l'énergie du bus continu vers la batterie.

**À noter :** les organes de sécurité (disjoncteurs, sectionneurs, fusibles, ...) se comportant comme des fils en fonctionnement normal, ils ne sont pas représentés dans les schémas.

#### 6.1.3 Chargement d'une batterie lithium-ion

Le cycle de charge d'une batterie lithium-ion peut se décomposer en deux temps visibles figure 25 et explicités ci-dessous.

**Charge à courant constant** Au début du chargement, lorsque la force électromotrice de la batterie est faible, la charge s'effectue à courant constant. La charge à courant constant est prolongée jusqu'à ce que la tension aux bornes de chaque cellule atteigne 4,2 V (valeur limite à ne pas dépasser sous peine d'endommager la batterie).

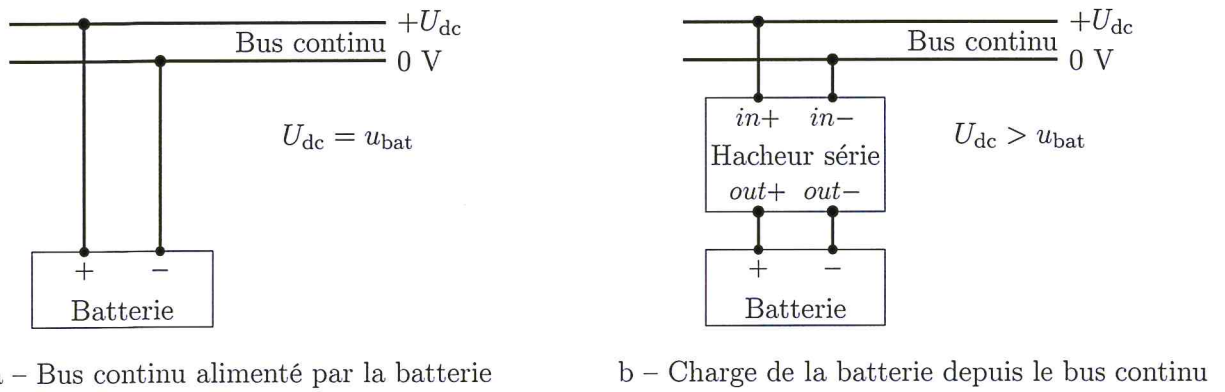


FIGURE 24 – Modes de connexion de la batterie au bus continu

**Charge à tension constante** Une fois la tension limite atteinte (4,2 V par cellule), cette tension est maintenue jusqu'à ce que le courant absorbé par la batterie décroisse jusqu'à 3% de la capacité (en A.h) de la batterie (soit 7,7 A pour les modules considérés).

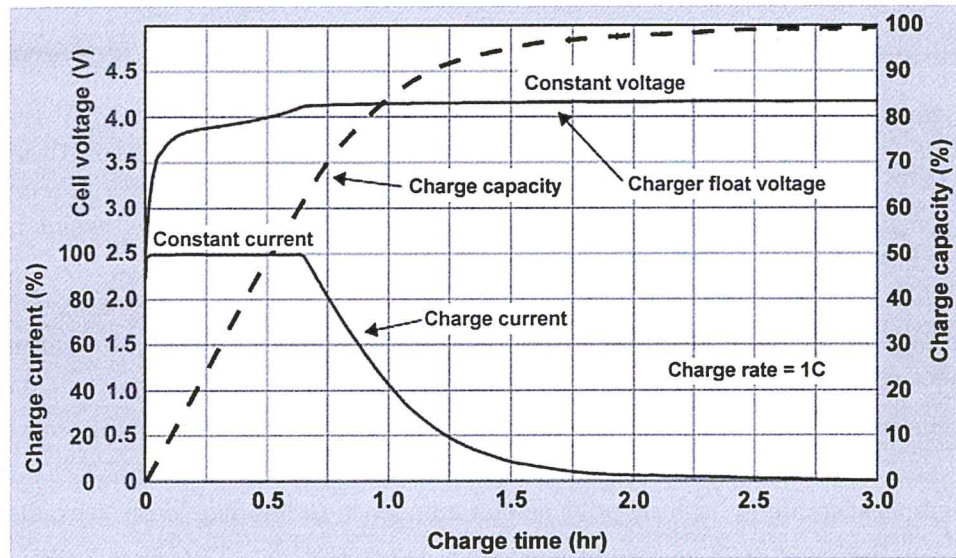


FIGURE 25 – Charge d'une batterie lithium-ion [batteryuniversity.com]

## 6.2 Lissage du courant absorbé par la batterie

### Objectif

Dimensionner l'inductance de lissage du hacheur de recharge.

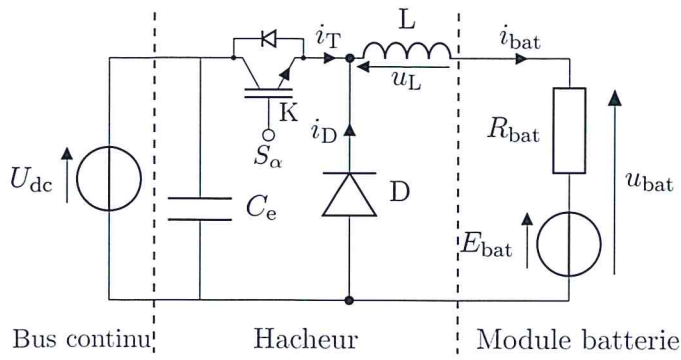
Le circuit de chargement de la batterie est représenté figure 26. Ce circuit est constitué d'un hacheur série destiné à gérer le transfert de l'énergie du bus continu vers la batterie.

**Modélisation de la batterie en charge** La batterie est modélisée par une force électromotrice  $E_{\text{bat}}$  en série avec une résistance interne  $R_{\text{bat}}$ . Cette résistance est supposée constante.

**Fonctionnement du hacheur** Au cours d'une période de découpage ( $t \in [0, T[$ ), le transistor  $K$  est :

- saturé pour  $t \in [0, \alpha \cdot T[$ ,
- bloqué pour  $t \in [\alpha \cdot T, T[$ .

**Notation** La valeur moyenne, à l'échelle de la période de découpage, d'une grandeur  $s$  est notée  $\langle s \rangle$ .



Grandeur	Symb.	Valeur
Tension du bus continu	$U_{dc}$	700 V
Fréquence de découpage	$F$	$20 \cdot 10^3$ Hz
Période de découpage	$T$	$1/F$
Rapport cyclique de commande du hacheur	$\alpha$	
Force électromotrice (fem) de la batterie	$E_{bat}$	
Résistance interne	$R_{bat}$	2,2 $\Omega$
Inductance de lissage	$L$	

FIGURE 26 – Circuit de chargement d'un module batterie, données et notations associées

**Hypothèses** L'étude du circuit de chargement est menée dans le cadre des hypothèses suivantes :

- les interrupteurs sont supposés parfaits (commutation instantanée et aucune dissipation de puissance) ;
- le hacheur fonctionne en régime périodique ;
- le courant  $i_{bat}$  est positif ;
- l'ondulation  $\Delta i_{bat}$  du courant absorbé par la batterie est très faible devant la valeur moyenne de ce courant :  $\Delta i_{bat} \ll \langle i_{bat} \rangle$ , la chute de tension aux bornes de la résistance  $R_{bat}$  peut donc être considérée constante à l'échelle de la période de découpage ;
- la force électromotrice  $E_{bat}$  de la batterie varie lentement et est considérée constante à l'échelle de la période de découpage.

**Déroulement de la recharge** Le chargement de la batterie se déroule en deux temps.

1. Au début de la charge, la fem de la batterie vaut  $E_{bat} = 420$  V. Tant que  $u_{bat} < 588$  V, le courant  $i_{bat}$  est constamment maintenu à la valeur  $i_{batMax} = 60$  A.
2. La tension  $u_{bat}$  est maintenue à 588 V jusqu'à ce que le courant  $i_{bat}$  descende à la valeur  $i_{batmin} = 7,7$  A.

**Question 42 :** Calculer la valeur de la tension  $u_{bat}$  à appliquer à la batterie au début de la charge.

**Question 43 :** Compléter les chronogrammes esquissés sur le document réponse 2 en y traçant les évolutions de la tension  $u_L$  et du courant  $i_{bat}$ .

**Question 44 :** Déterminer l'expression de  $\langle u_{bat} \rangle$  en fonction de  $\alpha$  et  $U_{dc}$ . En déduire la plage de variation du rapport cyclique  $\alpha$  de commande du hacheur au cours d'une recharge.

**Question 45 :** Déterminer l'expression de l'ondulation du courant  $\Delta i_{bat}$  absorbé par la batterie en fonction de  $\alpha$ ,  $U_{dc}$ ,  $L$  et  $T$ .

**Limitation de l'ondulation du courant  $i_{bat}$**  L'ondulation du courant qu'elle absorbe provoque un vieillissement prématuré de la batterie. Afin de limiter cet effet, l'ondulation du courant  $i_{bat}$  ne doit pas dépasser 3 A :  $\Delta i_{bat} < 3$  A.

**Question 46 :** Déterminer la valeur minimale de l'inductance  $L$  qui permet de limiter l'ondulation du courant  $i_{bat}$  à la valeur souhaitée au cours du chargement de la batterie.

*Fin du sujet.*





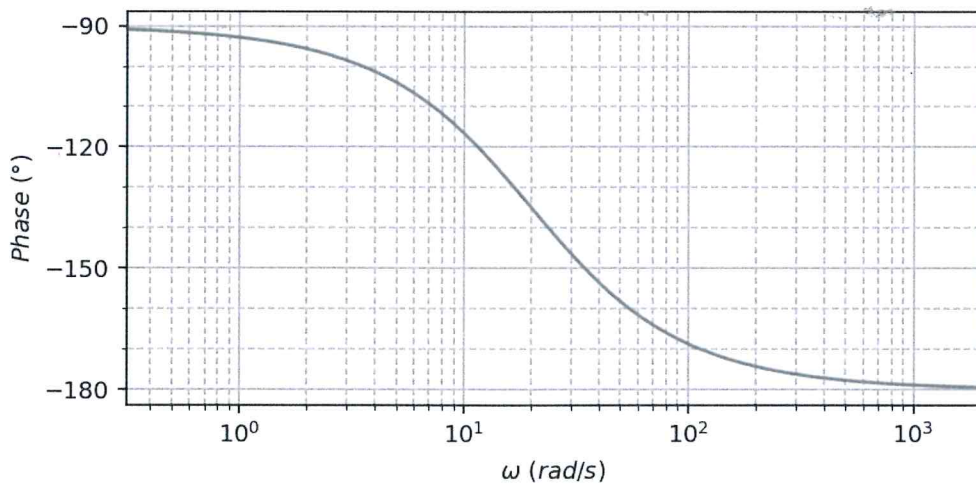
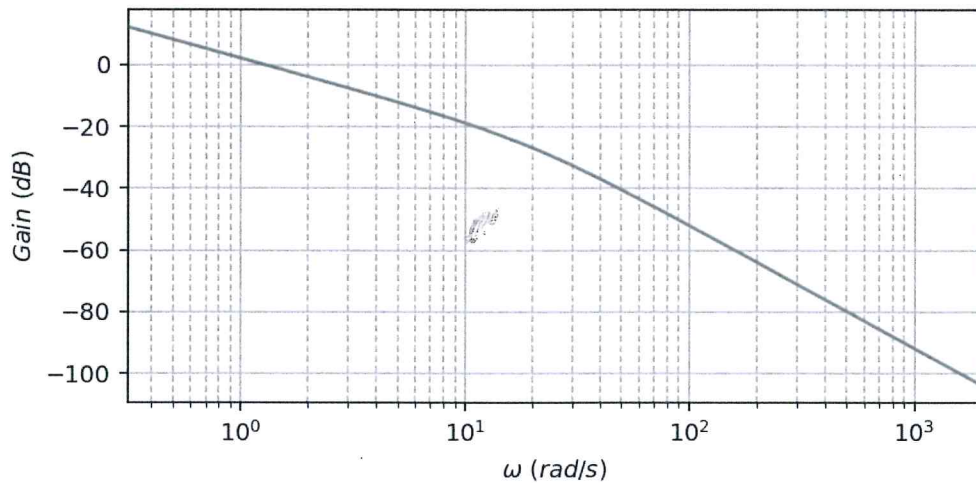
Épreuve de : .....

Code épreuve : ..... Numéro de place :

Épreuve de : ..... *Il est interdit aux candidats de signer leur copie ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.*

## Document réponse

- 1 Diagramme de Bode de la fonction de transfert  $H_{BO}$  pour  $K_p = 1 \text{ A}\cdot\text{s}$  - Questions 36 et 37



- 2 Chronogrammes d'évolution de  $u_L$  et de  $i_{bat}$  - Question 43

