

## Chaîne de recuit continu de tôles en alliage de nickel

### Présentation de la chaîne de recuit continu

Le support de cette étude est une installation industrielle de recuit continu mise en place par l'entreprise MSX CLAL. La fonction globale de cette installation est d'effectuer un traitement thermique de recuit sur une tôle se déroulant en continu à l'intérieur d'un four (chauffage par résistances sous atmosphère protectrice).

La chaîne de traitement permet un déroulement continu, majoritairement dans un plan horizontal, de la tôle guidée par des rouleaux dont certains sont moteurs (nommés *rouleaux tracteurs*).

La figure 16 montre le croquis global de l'installation avec la mention des principaux postes associés à la description structurelle et fonctionnelle suivante :

- **dérouler et alimenter en continu** le four en tôle à recuire par l'intermédiaire :
  - de deux dérouleurs (1 et 2) travaillant l'un après l'autre ;
  - d'une soudeuse (soudage électrique par points) permettant l'assemblage de la fin d'une tôle avec le début de la suivante ;
  - d'un ensemble de rouleaux 7 (le rouleau  $7_2$  est l'effecteur de la chaîne fonctionnelle « *tracteur 1* ») permettant le déroulage de la tôle ;
  - d'un accumulateur (chaîne fonctionnelle « *accumulateur d'entrée* ») dont les fonctions sont :
    - ★ pendant la phase de changement de bobines et de soudage, de stocker suffisamment de tôle en amont du four pour que le recuit puisse se poursuivre en continu ;
    - ★ pendant tout le fonctionnement, de maintenir une tension constante de la tôle en amont du four ;Pendant le déroulement continu d'une bobine de tôle, le chariot de l'accumulateur est en position basse. Il est mis en position haute avant la fin de la bobine.
  - d'un ensemble de 2 rouleaux 10 (éléments de la chaîne fonctionnelle « *orienteur d'entrée* ») dont le rôle est de maintenir une direction de déplacement constante à l'entrée du four ;
- **recuire** la tôle en la déplaçant à vitesse constante à l'intérieur d'un four linéaire par l'intermédiaire :
  - d'un ensemble de 2 rouleaux 35 (éléments de la chaîne fonctionnelle « *tracteur 3* ») permettant le déroulage de la tôle à une vitesse constante imposée ; ces rouleaux tracteurs sont placés presque à la fin de la chaîne de traitement, après le sécheur ;
  - d'un ensemble de 2 rouleaux 11 (le rouleau  $11_2$  est l'effecteur de la chaîne fonctionnelle « *tracteur 2* ») placés à l'entrée du four et dont le rôle est de maintenir une distance constante entre la tôle et les résistances placées dans la partie basse du four (pour qu'elles ne soient pas endommagées) ;
  - d'un rouleau 16 (élément de la chaîne fonctionnelle « *orienteur de sortie* ») dont le rôle est de maintenir une direction de déplacement constante à la sortie du four ;
- **parachever** la tôle par l'intermédiaire :
  - d'un passage dans un bac de refroidissement ;
  - d'un passage dans un bac de décapage ;
  - d'un brossage à l'aide de rouleaux brosses ;
  - d'un séchage final ;
- **rembobiner** la tôle par l'intermédiaire :
  - d'un ensemble de 2 rouleaux 4 (le rouleau  $4_2$  est l'effecteur de la chaîne fonctionnelle « *tracteur 4* ») permettant l'entraînement de la tôle vers les enrouleurs ;
  - d'une cisaille pour permettre le changement de bobine ;
  - de deux enrouleurs (1 et 2) travaillant l'un après l'autre.

Les caractéristiques des tôles recuites sont :

- matière principale : alliage de nickel ; masse volumique  $\rho = 8,9 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  ;
- température de recuit :  $\theta = 920^\circ\text{C}$  ;
- la vitesse de déplacement de la tôle dans le four (valeur de consigne imposée au rouleau du *tracteur 3*) est fonction de son épaisseur. Trois cas vont être étudiés :

Cas	Épaisseur de la tôle		Vitesse nominale de la tôle	Masse de tôle sur une bobine
1	Épaisseur la plus élevée	$e_{t_1} = 1,9 \text{ mm}$	$v_{0_1} = 0,075 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	2500 kg
2	Épaisseur la plus faible	$e_{t_2} = 0,2 \text{ mm}$	$v_{0_2} = 0,283 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	500 kg
3	Épaisseur moyenne	$e_{t_3} = 1 \text{ mm}$	$v_{0_3} = 0,18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	2000 kg

- pour ces 3 cas, la largeur de la tôle est prise égale à la valeur moyenne des tôles recuites :  $l_1 = 430 \text{ mm}$ .

La description partielle des chaînes d'énergies associées aux chaînes fonctionnelles citées est donnée figure 1.

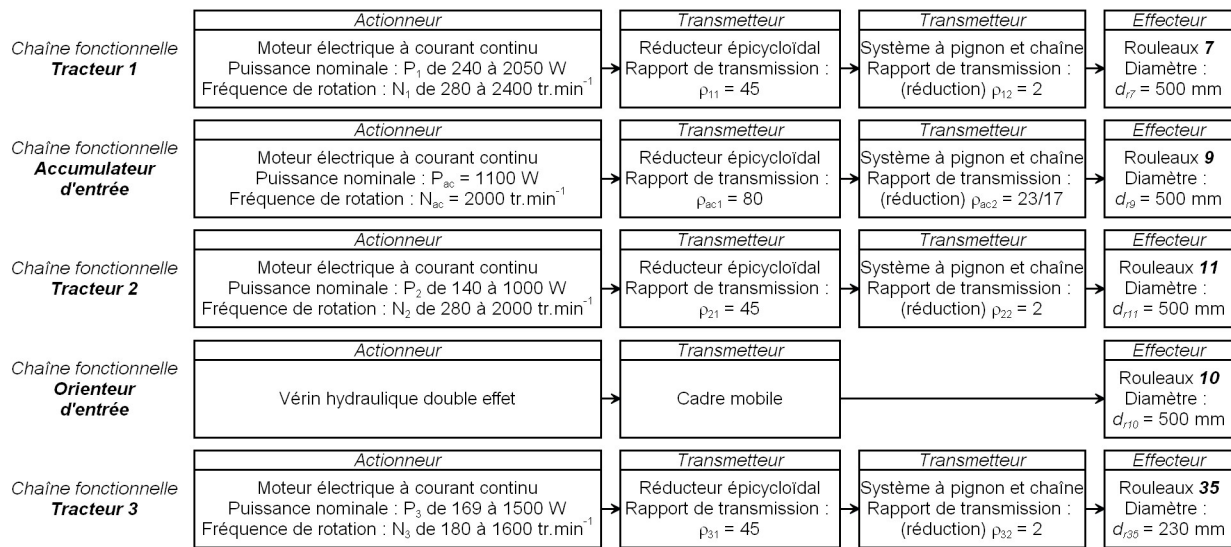


Figure 1 Chaînes d'énergie

Les points suivants seront abordés dans ce sujet :

- analyse du fonctionnement de l'ensemble de la chaîne de recuit continu ;
- respect de la fonction « maintenir une distance constante entre la tôle et les résistances basses du four » ;
- respect de la fonction « maintenir une tension constante de la tôle dans l'accumulateur d'entrée » ;
- respect de la fonction « maintenir une direction de déplacement constante à l'entrée du four » .

Il est conseillé de lire la totalité du sujet avant de répondre aux questions.

## I Analyse du fonctionnement de la chaîne de recuit continu

### Objectif

L'objet de cette partie est de définir le comportement de différents sous-ensembles de la chaîne de traitement et de valider quelques performances globales de l'installation.

### I.A – Performances et chaînes fonctionnelles

**Q 1.** Calculer la longueur totale de la bande de tôle dans les 2 premiers cas d'épaisseur de tôle. Quel est le temps nécessaire au déroulement et donc au traitement complet de la tôle, exprimé en minutes ?

**Q 2.** Définir, pour les chaînes fonctionnelles *Tracteur 1*, *Accumulateur d'entrée*, *Orienteur d'entrée*, *Tracteur 2* et *Tracteur 3*, les grandeurs qui sont effectivement asservies ou régulées.

### I.B – Fonctionnement de l'accumulateur d'entrée

Lorsqu'un changement de bobine est nécessaire à l'entrée de l'installation, l'opérateur déclenche la procédure de stockage (voir figure 16) :

- le rouleau  $7_2$  du tracteur 1 voit sa fréquence de rotation augmenter ce qui permet au chariot de l'accumulateur de passer progressivement de la position basse (position de repos lors du déroulement continu d'une bobine) à la position haute ;
- ensuite, le tracteur 1 s'arrête, la tôle est bloquée à l'aide du rouleau pinceur 8 et l'opérateur peut procéder au changement de bobine puis au soudage des extrémités des deux tôles ;
- pendant ce temps d'arrêt, l'accumulateur se vide progressivement en fonction de l'avancée de la tôle dans le four et son chariot retourne vers sa position basse ;
- dès que le soudage est terminé, l'opérateur relance le fonctionnement continu ; le tracteur 1 est de nouveau commandé afin de maintenir le chariot de l'accumulateur en position basse.

La figure 17 propose une schématisation cinématique plane (par raison de symétrie) du mécanisme de l'accumulateur. Les tendeurs de chaîne ne sont pas représentés.

#### I.B.1) Remplissage de l'accumulateur

### Objectif

L'objectif de cette partie est de déterminer la consigne de vitesse pour le moteur du tracteur 1 pendant cette phase de remplissage pour les différentes épaisseurs de tôle recuite afin de vérifier le choix correct du moteur.

**Q 3.** Déterminer la relation entre la vitesse d'entrée de la tôle dans l'accumulateur (donnée par le *tracteur 1*), notée  $v_{ea}$ , la vitesse de la tôle en sortie de l'accumulateur (prise égale à sa valeur nominale,  $v_0$ ) et la vitesse du chariot  $v_{chariot}$ .

Le concepteur du système a choisi d'imposer un temps de remplissage identique quelle que soit l'épaisseur de la tôle et donc la vitesse nominale de celle-ci. Ce temps  $t_{re}$  correspond au temps nécessaire pour passer de la position basse (position de travail) à la position haute (en fin de remplissage); la longueur du déplacement valant  $L_D = 10$  m.

Lors de la montée du chariot de l'accumulateur la consigne d'asservissement de vitesse du chariot de l'accumulateur (donc de l'arbre du moteur du *tracteur 1*) a la forme donnée figure 2, avec  $t_a = 12$  s.

**Q 4.** Déterminer la relation entre la vitesse maximale de montée du chariot de l'accumulateur  $v_{chariot\ max}$ ,  $L_D$ ,  $t_a$ , et  $t_{re}$ .

On souhaite déterminer le temps de remplissage à partir des caractéristiques du moteur du *tracteur 1* données dans la présentation du sujet.

**Q 5.** Calculer la vitesse maximale d'entrée de la tôle à l'entrée de l'accumulateur,  $v_{ea\ max}$ .

**Q 6.** Calculer la vitesse maximale du chariot de l'accumulateur,  $v_{chariot\ max}$ , pour les cas d'épaisseur de tôle n°1 et 2. Choisir la valeur commune pour traiter tous les cas d'épaisseur et calculer le temps de remplissage ainsi que la vitesse d'entrée pour les deux cas d'épaisseur de tôle.

La chaîne d'élévation (figure 17) a un pas  $p_c$  de 1 pouce (25,4 mm). Le diamètre primitif  $d_p$  d'un pignon à chaîne s'obtient par  $d_p = Z \cdot p_c / \pi$ ,  $Z$  étant le nombre de dents.

**Q 7.** Calculer la fréquence de rotation maximale de l'arbre du moteur de l'accumulateur et vérifier sa compatibilité avec la fréquence de rotation maximale de ce moteur.

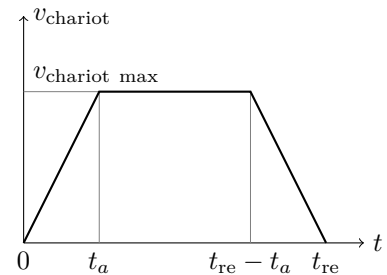
**Q 8.** Calculer les consignes de vitesse angulaire maximales pour le moteur du *tracteur 1* pour les deux cas d'épaisseur de tôle n°1 et 2.

### I.B.2) Vidage de l'accumulateur

On accepte que le vidage de l'accumulateur se fasse avec une vitesse de descente du chariot constante.

**Q 9.** La course totale du chariot de l'accumulateur étant de 10 m, déterminer, pour les 3 cas, le temps de vidage,  $t_v$  de l'accumulateur et donc le temps maximal accordé à l'opérateur pour procéder au changement de bande. Quelle est la vitesse de descente du chariot de l'accumulateur pendant cette phase?

**Q 10.** Bilan : combien de temps, avant la fin de la bande, l'opérateur doit-il déclencher le remplissage de l'accumulateur?



**Figure 2** Loi de vitesse du chariot

## II Étude des solutions technologiques associées au respect de la fonction « maintenir une tension constante de la tôle dans l'accumulateur d'entrée »

### Objectif

Cette partie est dédiée au dimensionnement du moteur de l'accumulateur et au variateur associé ainsi qu'à la conception du guidage en rotation des rouleaux. Deux phases de fonctionnement sont étudiées. Elles correspondent aux deux phases d'utilisation de l'accumulateur : maintien en position basse ou remplissage et vidage de ce dernier.

### II.A – Maintien en position du chariot de l'accumulateur

Pour garantir un fonctionnement correct, il est nécessaire d'exercer une action de tension sur la tôle, en particulier à l'entrée du four. Cette tension est réalisée par une mise en charge du chariot de l'accumulateur sur la tôle par l'ensemble motoréducteur et chaîne d'élévation (voir figure 17).

L'arbre de sortie du réducteur est équipé de deux pignons à chaîne, le chariot étant encastré sur la chaîne d'élévation aux points F et F'. Pour simplifier l'étude, les directions des « brins » de tôles, dans l'accumulateur, sont supposées verticales ( $\vec{z}$ ).

Données de l'étude :

- masse du chariot de l'accumulateur avec les deux rouleaux  $9_1$  et  $9_2$ ,  $m_c = 500$  kg ; masses de la chaîne, et des pignons négligées devant celle du chariot ;
- masse de chaque contrepoids d'équilibrage du chariot en G et G',  $m_{cp} = 250$  kg ;
- masse de chaque rouleau  $9_3$ ,  $9_4$  et  $9_5$ ,  $m_9 = 92$  kg ;
- rendement estimé de la chaîne cinématique allant de l'arbre du moteur jusqu'aux points F et F' de la chaîne encastrée sur le chariot,  $\eta_c = 0,9$  ;

- les résistances au mouvement sont négligées dans les guidages du chariot et des rouleaux ;
- les quantités d'accélération des différents solides sont négligées ; les poids ne sont pas négligés ;
- pour le cas d'épaisseur de tôle n°1 (le plus défavorable) la tension de bande au niveau des rouleaux 9<sub>3</sub>, 9<sub>4</sub> et 9<sub>5</sub> est  $T = 260$  N.

**Q 11.** Par une étude statique rapide, justifier la valeur de la tension  $\vec{T}$  présente dans tous les brins de la tôle au niveau des rouleaux 9<sub>3</sub>, 9<sub>4</sub> et 9<sub>5</sub>, de l'accumulateur.

**Q 12.** Le chariot étant en position haute, déterminer la résultante des actions de chaque brin rectiligne de tôle sur la partie de tôle enroulée sur le rouleau 9<sub>1</sub> et 9<sub>2</sub>, pour le cas d'épaisseur de tôle n°1.

**Q 13.** Après avoir défini précisément le système isolé, déterminer la résultante des actions des deux brins de la chaîne sur le chariot. Calculer la valeur du couple moteur nécessaire, dans ce cas et vérifier l'aptitude du moteur à maintenir le chariot en position.

**Q 14.** Quelle solution technologique faut-il adopter pour assurer un refroidissement convenable du moteur ?

## II.B – Comportement dynamique de l'accumulateur en phase de remplissage

On réalise maintenant l'étude dynamique conduisant au dimensionnement du moteur de l'accumulateur d'entrée. La phase de fonctionnement est la phase d'accélération du chariot depuis la position basse (début de remplissage). La loi de consigne de vitesse du chariot est toujours la loi en trapèze proposée dans l'étude du remplissage.

### Objectif

L'objet de cette partie est de savoir si la prise en compte des quantités d'accélération a une influence importante sur le dimensionnement du moteur.

Données de l'étude (correspondant au cas d'épaisseur de tôle n°1) :

- accélération linéaire du chariot souhaitée,  $\Gamma_{\text{chariot/bâti}} = 8,6 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  et accélération angulaire de l'arbre du moteur correspondante  $\dot{\omega}_{\text{arbre moteur/bâti}} = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$  ;
- couple résistant équivalent (dû à la charge et aux résistances au mouvement), ramené au niveau de l'arbre du moteur, pour cette position basse du chariot,  $C_{\text{réquiv}} = 1,17 \text{ N} \cdot \text{m}$  ;
- moment d'inertie du rotor du moteur de l'accumulateur,  $J_{\text{mot}} = 2 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  ;
- moment d'inertie équivalent de l'ensemble {réducteur ; pignons ; chaînes}, ramené au niveau de l'arbre du moteur,  $J_{\text{red}} = 1,7 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  ;
- masse du chariot de l'accumulateur avec les deux rouleaux 9<sub>1</sub> et 9<sub>2</sub>,  $m_c = 500 \text{ kg}$  ;
- masse de chaque contrepois d'équilibrage du chariot en G et G',  $m_{\text{cp}} = 250 \text{ kg}$  ;
- masse de la tôle négligeable pour cette position du chariot ;
- les résistances au mouvement sont négligées dans les guidages du chariot et des rouleaux.

**Q 15.** Quel instant de la loi de vitesse du chariot donne t'il le cas le plus défavorable pour l'étude du comportement dynamique de l'ensemble en mouvement ?

**Q 16.** Calculer le moment d'inertie équivalent, ramené au niveau de l'arbre du moteur, de l'ensemble {chariot ; contrepois} et montrer qu'il n'est pas prédominant par rapport à celui du réducteur et de l'arbre du moteur.

**Q 17.** Calculer le moment dynamique associé à l'isolement de l'arbre du moteur et le comparer avec le couple résistant dû à la charge et le couple moteur calculé dans l'étude du comportement statique ( $C_{\text{réquiv}} = 3,8 \text{ N} \cdot \text{m}$  pour le chariot en position haute et dans le cas de la tôle la plus épaisse). Conclure quant à la prise en compte des quantités d'accélération pour le dimensionnement du moteur dans ce cas.

## II.C – Validation du choix du variateur de vitesse

Le moteur de l'accumulateur d'entrée est un moteur à courant continu à flux constant. L'étude précédente a permis de déterminer que la valeur du couple moteur à prendre en compte pour le dimensionnement du variateur est le couple nominal égal à  $5,25 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

**Q 18.** Calculer le courant d'induit du moteur pour une valeur de constante de couple de  $0,95 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$ . Quel est le type de réversibilité que doit assurer le variateur l'alimentant (réversibilité en courant ? en tension ? en courant et en tension ?). Justifier votre réponse.

Le variateur utilisé a la structure donné figure 3. La tension  $u_0$  est, dans un premier temps, supposée continue et on la notera  $U_0$ .

**Q 19.** Identifier les fonctions 1 à 3 et décrire leurs rôles. Dans quelle phase de fonctionnement la fonction 3 sera utilisée ? Que se passerait-il si elle n'avait pas été implantée ?

### II.C.1) Étude de la fonction 1

On se place dans une phase de montée du chariot. On suppose que le courant  $i_{L1}$  est toujours strictement positif et que les courants et tensions représentés sur la figure sont périodiques ou continus. La fonction 3 est inactive.

**Q 20.** Justifier l'hypothèse : « la fonction 3 est inactive ». Donner l'allure de la tension  $u_r(t)$  sur une période de la tension secteur  $u_{\text{sec}}(t)$  ( $u_{\text{sec}}(t) = U\sqrt{2}\sin(2\pi ft)$  où  $U = 230 \text{ V}$  et  $f = 50 \text{ Hz}$ ) et calculer la valeur moyenne  $\langle u_r \rangle$  de cette tension. Donner, en la justifiant, la valeur de la tension  $U_0$ .

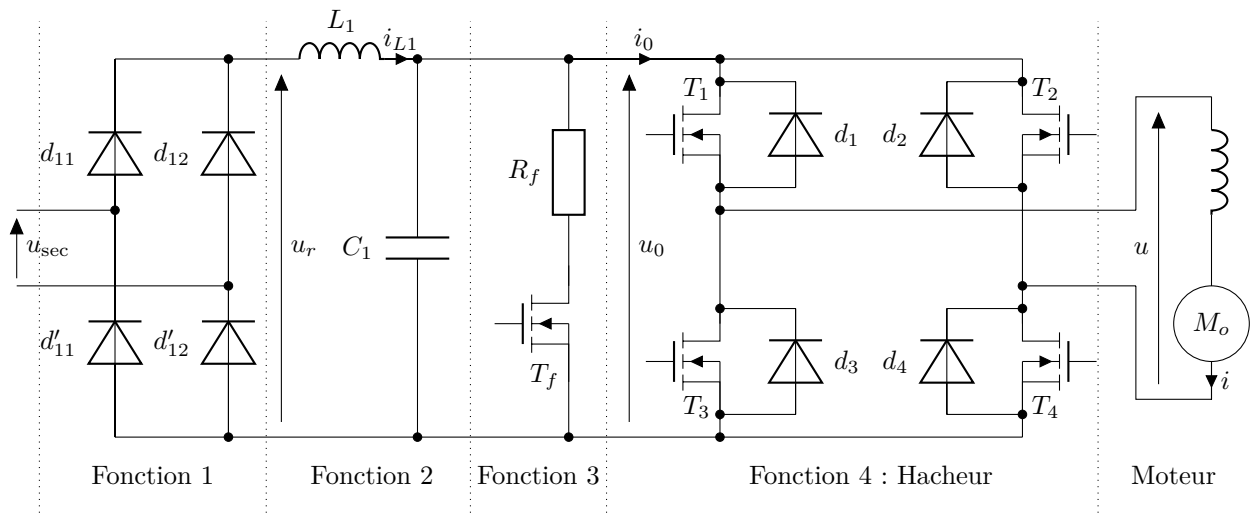


Figure 3 Variateur

### II.C.2) Étude de la fonction 4

Des relevés de tension et de courant d'induit du moteur, lors de deux phases de fonctionnement à vitesse sensiblement constante ont été réalisés, l'un pendant la phase de descente du chariot, l'autre pendant la phase de montée.

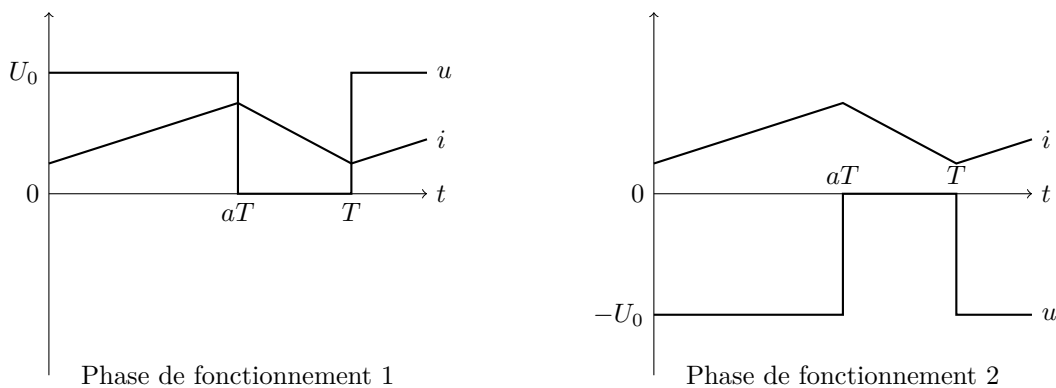


Figure 4 Relevés de la tension et du courant induit

**Q 21.** Identifier, parmi les deux allures données figure 4, celle qui correspond à la descente et celle qui correspond à la montée. Justifier votre réponse. Le transistor T4 est toujours commandé pendant une phase de fonctionnement 1 et le transistor T3 est toujours commandé pendant une phase de fonctionnement 2. Indiquer, pour une phase de fonctionnement 1, puis pour une phase de fonctionnement 2, le (ou les) transistor(s) commandé(s) entre 0 et  $aT$  puis entre  $aT$  et  $T$ , ainsi que les composants de puissance qui conduisent réellement. Tous les composants conduisent-ils pendant au moins une phase de fonctionnement ? En cas de réponse négative, préciser les composants qui ne conduisent jamais. Le hacheur choisi correspond-il aux besoins de l'application ? Justifier son choix.

### II.C.3) Dimensionnement des composants de la fonction 2

La fonction 2 est un filtrage de la tension  $u_r(t)$ . Son rôle est de fournir une tension quasiment continue  $u_0(t)$ , à partir de la tension  $u_r(t)$  précédemment étudiée.

Le comportement du filtre en continu a été vu dans la question précédente où la tension  $U_0$  a été établie. On s'intéresse maintenant uniquement au comportement du filtre L,C vis-à-vis de la variation  $u_{rv}(t)$  de la tension  $u_r(t)$  d'une part, et de la variation  $i_{ov}(t)$  du courant  $i_o(t)$  d'autre part.

La variation  $u_{rv}(t)$  de la tension  $u_r(t)$  a pour fréquence  $f_1 = 100$  Hz. La variation  $i_{ov}(t)$  du courant  $i_o(t)$  a pour fréquence  $f_2 = 16$  kHz. Ces variations seront supposées sinusoïdales. Pour que le filtre soit correctement dimensionné, il faut que les variations de ces deux grandeurs induisent des variations  $u_{0v}(t)$  de  $u_0(t)$  faibles.

On admettra que le filtre est correctement dimensionné si la valeur efficace  $U_{0v}$  de la variation  $u_{0v}(t)$  de  $u_0(t)$  occasionnée soit par la variation  $u_{rv}(t)$  de la tension  $u_r(t)$ , soit par la

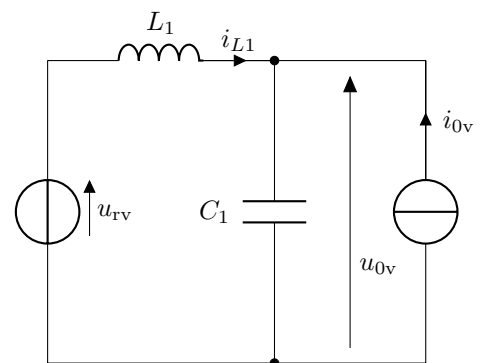


Figure 5 Filtre

variation  $i_{ov}(t)$  du courant  $i_o(t)$  est inférieure à 3 V. Par rapport aux variations, le système est modélisé comme indiqué sur la figure 5.

**Q 22.** Le développement en série de Fourier de  $u_{rv}(t)$  montre que la valeur efficace  $U_{rv}$  de  $u_{rv}(t)$  est égale à 100 V. En supposant la variation de courant nulle ( $i_{ov}(t) = 0$ ), déterminer la condition sur le produit L.C pour que le filtre réponde au cahier des charges. On donne  $L_1 = 100$  mH, en déduire la valeur de C à choisir (on donnera une valeur normalisée de la série E6).

**Q 23.** On suppose maintenant nulle la variation  $u_{rv}(t)$ . La valeur efficace maximale de  $i_{ov}(t)$  est  $I_{ov} = 6$  A, déterminer la valeur efficace  $U_{0v}$  de la variation  $u_{0v}(t)$  de la tension de sortie du filtre. La valeur de la capacité du condensateur choisi dans la question précédente répond-elle au cahier des charges ?

### II.D – Guidage en rotation des rouleaux $9_1$ et $9_2$

On se place dans un cas de chargement tel que le chariot de l'accumulateur se trouve en position haute. Pour la tôle la plus épaisse, les actions exercées par chaque brin de la tôle sur le rouleau sont représentées par un glisseur en un point de tangence de la tôle et dans le plan médian du rouleau. La résultante de ce glisseur est de norme  $T' = 990$  N.

La masse d'un rouleau complet avec la partie de tôle enroulée sur celui-ci est  $m_9 = 98$  kg.

Le guidage en rotation de chaque rouleau 9 est réalisé par l'intermédiaire de deux roulements à billes à double étanchéité INA E60-KRR ( $d = 60$  mm ;  $D = 110$  mm ;  $B_1 = 77,9$  mm). La capacité statique de ces roulements vaut  $C_0 = 32 \times 10^3$  N, et la capacité dynamique vaut  $C = 52 \times 10^3$  N.

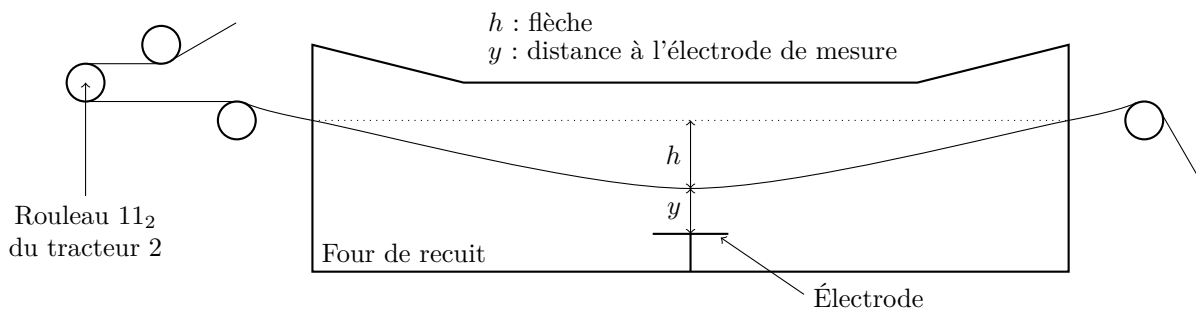
**Q 24.** Calculer la charge radiale,  $P$  appliquée sur chaque roulement ; les charges étant supposées identiques sur chacun d'eux.

Vérifier la tenue statique de ces roulements. Conclure sur la valeur obtenue.

**Q 25.** Pourquoi un calcul de durée de vie à partir de la capacité dynamique des roulements n'est-il pas effectué ?

## III Étude du respect de la fonction « maintenir une distance constante entre la tôle et les résistances basses du four »

Dans le four de recuit, la tôle, soumise à son propre poids, adopte une forme connue sous le nom de « chaînette » dont la flèche doit être contrôlée afin que la tôle n'entre pas en contact avec les résistances du four comme cela a été précisé précédemment. Ce rôle est dévolu à la chaîne fonctionnelle *tracteur 2*.



**Figure 6** Four de recuit

La vitesse  $v_s$  de la bande à la sortie de four est fixée par le procédé. La vitesse  $v_e = v_0$  de la bande à l'entrée de four est la grandeur permettant de régler la flèche  $h$ .

Une rénovation de cette chaîne a conduit à changer le capteur de flèche. Le capteur initial, de type capacitif, mesurait la distance  $y$  (voir figure 6) entre la tôle et l'électrode de mesure. Cette électrode était nécessairement placée sous la tôle pour des questions de distance de mesure entre autres. La mesure était régulièrement perturbée par la chute d'éléments de revêtement du four et par des chocs avec la bande lors des ruptures accidentelles de celle-ci. Il a donc été remplacé par un radar qui, pouvant être placé sur le haut du four, ne pose pas ces problèmes et qui en outre mesure directement la grandeur  $h$ .

### Objectif

L'objectif de cette partie est de valider cette modification du système initial et de déterminer les nouveaux paramètres de réglage du correcteur de la chaîne de régulation.

Le rouleau 112 du *tracteur 2* a un diamètre  $d_{r11} = 0,5$  m. L'ensemble est entraîné par un moteur à courant continu à flux constant d'une puissance de 1 kW pour la vitesse maximale de 2000 tour/min. Ce moteur était initialement alimenté par un variateur de vitesse constitué de deux ponts PD2 tout thyristor, têtes bêches et asservi en vitesse grâce à une génératrice tachymétrique montée sur l'arbre du moteur. Il est pourvu d'un réducteur de rapport de réduction  $\rho_2 = \rho_{21} \cdot \rho_{22} = 90$ .

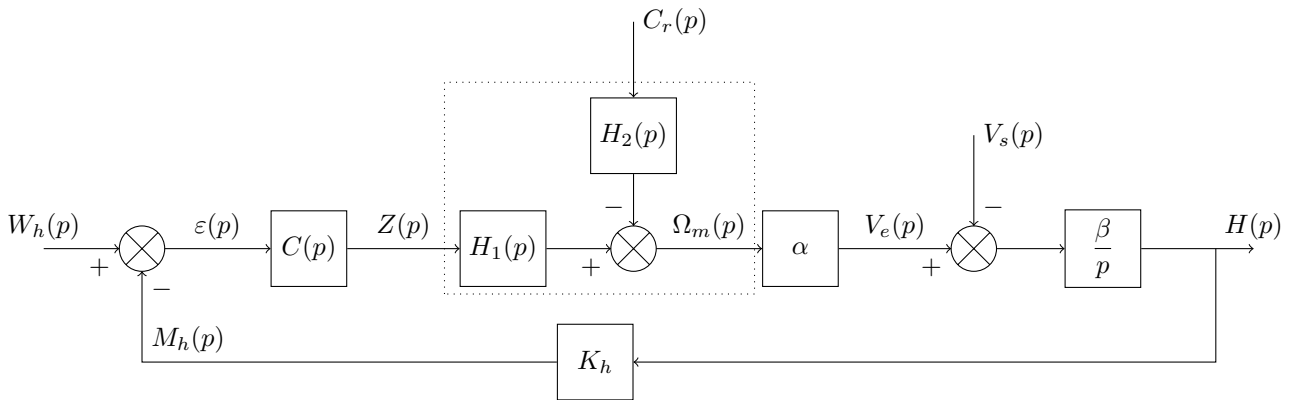


Figure 7 Schéma bloc

Le schéma bloc de cette chaîne est donné figure 7. Les notations suivantes seront utilisées :

- $\omega_m$  vitesse de rotation de l'arbre moteur ;
- $\omega_e$  vitesse en sortie de réducteur ;
- $v_e$  vitesse linéaire en entrée de four ;
- $v_s$  vitesse linéaire en sortie de four ;
- $c_r$  couple résistant ramené à l'arbre du moteur ;
- $z$  consigne de vitesse du variateur de vitesse ;
- $m_h$  mesure de la flèche ;
- $w_h$  consigne de flèche.

On donne :  $K_h = 8 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ .

**Remarque** : sur le schéma fonctionnel,  $W_h(p)$ ,  $M_h(p)$ ,  $\varepsilon(p)$ ,  $Z(p)$ ,  $C_r(p)$ ,  $V_e(p)$ ,  $V_s(p)$  et  $H(p)$  représentent les transformées de Laplace des variations de  $w_h(t)$ ,  $m_h(t)$ ,  $\varepsilon(t)$ ,  $z(t)$ ,  $c_r(t)$ ,  $v_e(t)$ ,  $v_s(t)$  et  $h(t)$  autour du point de fonctionnement.

### III.A – Analyse de la boucle de régulation et identification des différents blocs

#### III.A.1) Fonctions de transfert de l'ensemble moteur—variateur, asservi en vitesse

Le bloc encadré en pointillés, d'entrées  $Z(p)$  et  $C_r(p)$  et de sortie  $\Omega_m(p)$  représente l'ensemble moteur-variateur à courant continu asservi en vitesse.

L'entrée  $Z(p)$  est la consigne de vitesse et  $C_r(p)$  est le couple résistant dû notamment à l'effort de traction sur la bande ramené à l'arbre du moteur.

Ces fonctions de transfert sont :

$$H_1(p) = \frac{1 + b_1 \cdot p}{B_v + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2 + a_3 \cdot p^3} \quad \text{et} \quad H_2(p) = \frac{c_1 \cdot p + c_2 \cdot p^2}{B_v + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2 + a_3 \cdot p^3}$$

où les coefficients  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $b_1$ ,  $c_1$  et  $c_2$  sont des réels strictement positifs et  $B_v$  la fonction de transfert du capteur de vitesse.

**Q 26.** Déterminer la valeur du coefficient  $B_v$  qui permettra d'obtenir la vitesse maximale pour une commande  $Z$  de 10 V, à couple résistant nul.

Pour la suite, on prendra  $B_v = 50 \times 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{s}$

On suppose que le couple résistant, nul pour  $t$  négatif, subit un échelon de  $5 \text{ N} \cdot \text{m}$  à  $t = 0$ .

**Q 27.** Une fois la vitesse stabilisée, quelle sera la variation de vitesse induite par cette variation de couple résistant ? Quel type de correcteur équipe probablement ce variateur ? Justifier votre réponse.

On supposera pour la suite du problème le couple résistant constant. On considérera que la vitesse de rotation stabilisée du moteur est proportionnelle à la tension de commande du variateur quel que soit le couple résistant.

#### III.A.2) Fonction de transfert $\alpha$

**Q 28.** On donne  $\alpha = 2,78 \times 10^{-3} \text{ m}$ . Justifier cette valeur numérique.

#### III.A.3) Fonction de transfert $H_f(p)$

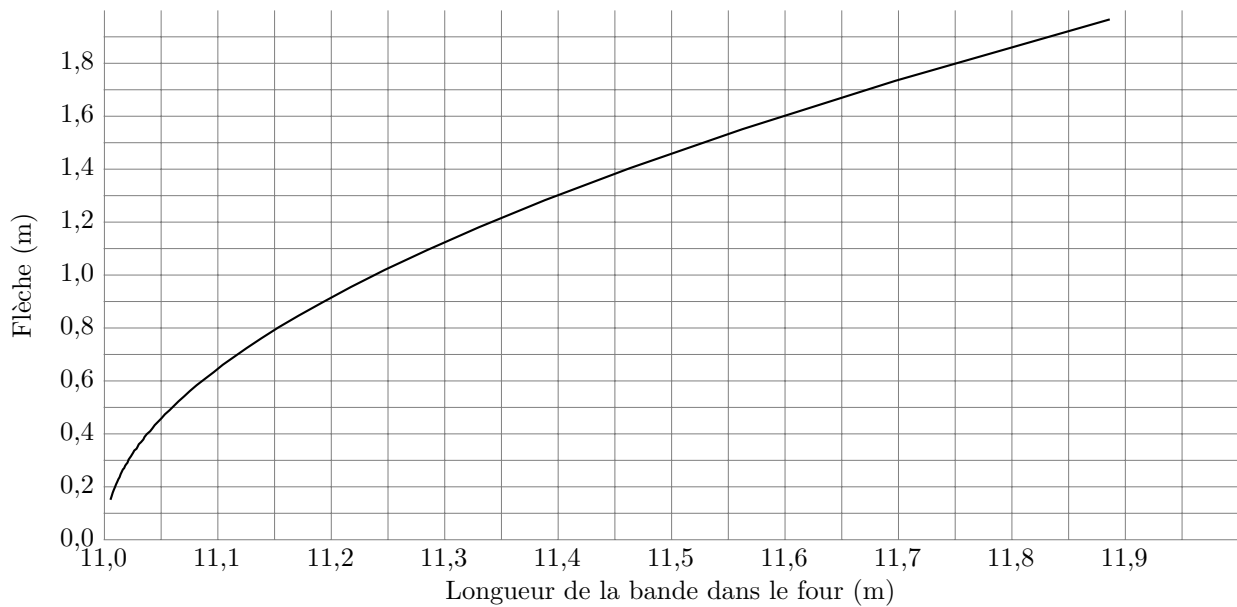
La courbe donnant la valeur de  $h$  en fonction de la longueur de bande présente dans le four est donnée figure 8.

**Q 29.** En déduire la relation liant  $dh/dt$  à  $v_e(t)$  et  $v_s(t)$  autour d'un point de fonctionnement correspondant à une flèche de 1 m. Expliquer votre démarche. En déduire la fonction de transfert

$$H_f(p) = \frac{H(p)}{V_e(p) - V_s(p)}$$

### III.B – Étude du point de fonctionnement

Le correcteur  $C(p)$  est de type proportionnel et on pose  $C(p) = K_p$ .



**Figure 8** Flèche de la tôle dans le four

On s'intéresse au point de fonctionnement du système stabilisé. Les vitesses d'entrée et de sortie sont constantes (on donne  $v_s = v_{s0} = 0,18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ), la flèche est constante et le couple résistant constant également.

La consigne  $W_h$  est fixée à 8 V.

**Q 30.** Déterminer les valeurs de  $m_h, \varepsilon, z, v_e, h$  notées respectivement  $M_{h0}, E_0, Z_0, V_{e0}$  et  $H_0$ . Montrer que la flèche stabilisée  $H_0$  dépend de la valeur  $V_{s0}$  de  $v_s$ .

### III.C – Mise en place d'une correction

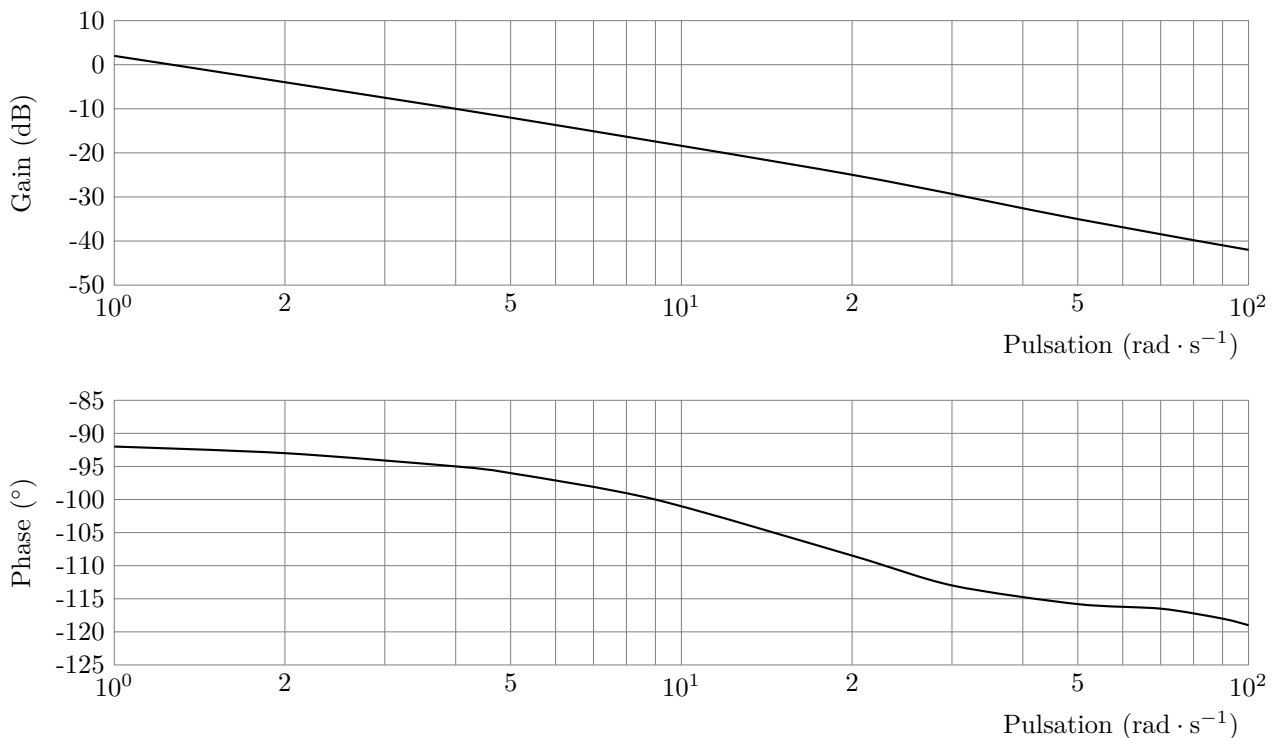
Pour éviter l'effet mis en évidence précédemment, on opte pour un correcteur de fonction de transfert

$$C(p) = K_p \frac{1 + \tau_0 \cdot p}{\tau_0 \cdot p}$$

**Q 31.** Quel est l'apport attendu de ce type de correcteur ?

**Q 32.** En reprenant l'étude précédente, montrer que la mise en place de ce correcteur permettra d'obtenir une flèche stabilisée indépendante de la vitesse de la bande.

Le diagramme de BODE de la fonction de transfert  $T_1(j\omega) = \underline{M}_h(j\omega)/\underline{Z}(j\omega)$  est donné figure 9.



**Figure 9** Diagramme de Bode de  $T_1(j\omega)$



### III.C.1) Réglage du terme proportionnel $K_p$

Dans un premier temps, on supposera que le correcteur mis en place est un correcteur proportionnel :  $C(p) = K_p$ . Pour la régulation de flèche de bande étudiée, la consigne ne changera pas en cours de fonctionnement de la chaîne. Une marge de phase de  $65^\circ$  suffira à assurer une stabilité satisfaisante.

**Q 33.** Déterminer la valeur de  $K_p$  qui donnera au système cette marge de phase de  $65^\circ$ .

### III.C.2) Réglage du terme $\tau_0$

$K_p$  est fixé à la valeur précédemment calculée.

Le diagramme de BODE du terme  $(1 + \tau_0 j\omega)/(\tau_0 j\omega)$  est donné figure 10 avec en abscisse la pulsation réduite  $\tau_0\omega$ .

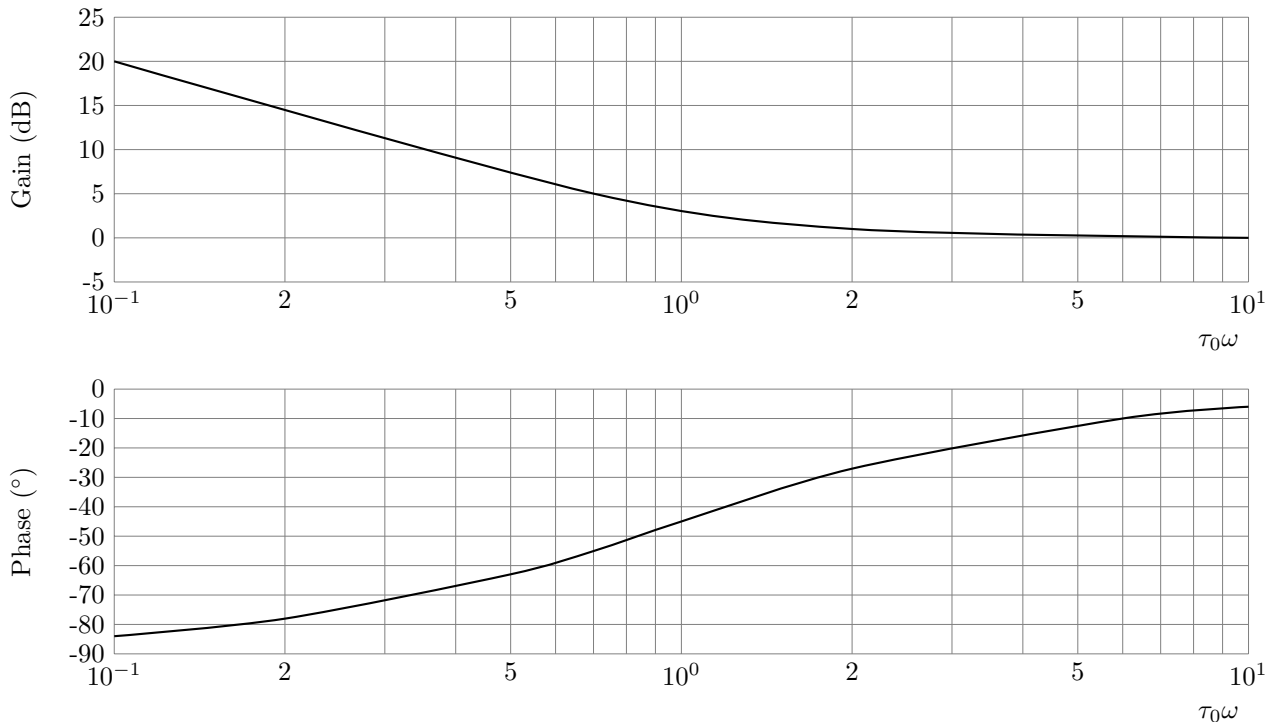


Figure 10 Diagramme de Bode

**Q 34.** En déduire la condition sur  $\tau_0$  pour que la marge de phase du système ne soit pas diminuée de plus de  $10^\circ$ . Quel sera l'apport, pour le système, du terme  $(1 + \tau_0 j\omega)/(\tau_0 j\omega)$  en terme de précision et de stabilité?

## IV Étude du respect de la fonction « maintenir une direction de déplacement constante à l'entrée du four »

Les petites déformations de la tôle et des glissements sur les rouleaux ne permettent pas de garantir une direction d'avance parfaitement constante. Un système d'orientation est donc installé à l'entrée du four (rouleaux 10 sur la figure 16) pour corriger la trajectoire.

La figure 18 montre la maquette numérique partielle du système « orienteur d'entrée » ainsi que le schéma cinématique de ce mécanisme. Le principe adopté pour corriger la trajectoire de la tôle est :

- de détecter le décalage de la tôle par rapport à sa position nominale centrée à l'aide d'un capteur optique ; ce décalage est noté  $e$  ;
- d'orienter, dans le plan horizontal, d'un angle  $\beta$ , le support des deux rouleaux 10, nommé cadre mobile.

### Objectif

L'objet de cette partie est de valider les choix technologiques effectués pour la conception mécanique et la commande de la correction de la trajectoire. On souhaite en particulier étudier l'influence de la largeur de la bande d'une part et de sa vitesse de traitement d'autre part sur les réglages de la boucle d'asservissement, ce qui nécessitera la détermination des fonctions de transfert du capteur de position bande et du mécanisme de correction de trajectoire.

### IV.A – Liaison du cadre mobile avec le bâti

Le cadre mobile ainsi que le bâti, représentés partiellement sur la figure 18, sont obtenus à partir de profilés standards (I, tubes carrés, ...) assemblés par soudage à l'arc électrique.

**Q 35.** Déterminer, par une étude cinématique, la liaison équivalente entre le cadre mobile et le bâti 0. Donner son degré d'hyperstatisme et justifier ce choix de conception.

**Q 36.** Proposer, sous la forme de croquis en projections planes ou en perspective, une solution technologique pour la conception :

- de la liaison en  $O_0$  entre le cadre mobile et le bâti ;
- de la liaison en  $M_1$  entre le cadre mobile et le bâti.

#### IV.B – Conception du rouleau 10

Le dessin d'ensemble partiel du rouleau 10 assemblé avec son arbre est donné figure 19. Cet assemblage est obtenu par soudage à l'arc électrique MIG de tôle en acier S235, l'arbre étant réalisé en acier C38. L'usinage des deux extrémités de l'arbre est effectué après l'ensemble des opérations de soudage à l'arc. Le bandage en caoutchouc est mis en place après cet usinage.

**Q 37.** Pourquoi le procédé de soudage à l'arc a-t-il été choisi dans ce contexte ?

**Q 38.** Justifier la nécessité d'usiner les portées de roulement sur l'arbre du rouleau après le soudage.

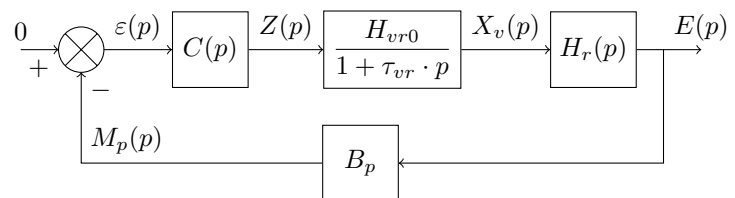
**Q 39.** La spécification  $\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{⊙} & \phi 0,2 & \text{A-B} \\ \hline \end{array}$  est requise entre la partie cylindrique extérieure du rouleau et les deux portées de roulement. Justifier la présence de cette spécification.

#### IV.C – Correction de la trajectoire de la tôle

La mise en mouvement du cadre mobile est obtenue par le déplacement de la tige d'un vérin hydraulique dont la position est asservie. La position nominale de la tôle pour laquelle on a  $e = 0$ , correspond à la position médiane de la tige du vérin.

L'asservissement de position de la tôle, réalisé par « l'orienteur d'entrée », est représenté par le schéma bloc simplifié de la figure 11 pour lequel le point de fonctionnement correspond à une bande parfaitement centrée et où :

- $E(p)$  transformée de Laplace du décalage  $e(t)$  de la tôle par rapport à la position nominale centrée ;
- $B(p)$  fonction de transfert du capteur optique ;
- $Z(p)$  transformée de Laplace de  $z(t)$ , variation de la tension de commande du vérin ;
- $X_v(p)$  transformée de Laplace de  $x_v(t)$ , variation de la position du vérin ;
- $C(p)$  correcteur de la boucle d'asservissement ;
- $H_{vr0}/(1 + \tau_{vr} \cdot p)$  fonction de transfert simplifiée du vérin hydraulique ;
- $H_r(p)$  fonction de transfert du mécanisme d'orientation, représentant la relation géométrique entre la variation de position de la tige du vérin et le déplacement de la tôle.



**Figure 11** Schéma bloc simplifié

#### IV.C.1) Capteur de position de la tôle

La mesure de la position latérale de la bande est réalisée grâce à deux photorésistances identiques placées de part et d'autre de la bande (voir figure 12). La source lumineuse éclaire la partie des photorésistances qui n'est pas cachée par la tôle. Lorsque la tôle est bien centrée, les deux photorésistances sont éclairées de la même façon. Lorsque la tôle se décale d'un côté ou de l'autre, la résistance de l'une des photorésistances croît tandis que l'autre décroît. Un montage en pont (voir figure 13) permet d'obtenir une tension image du décalage de la tôle.

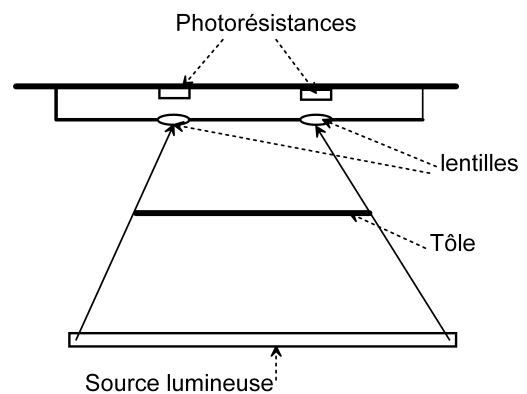
$R_g$  et  $R_d$  sont les résistances des photorésistances placées à gauche et à droite de la tôle. Deux résistances  $R$  identiques complètent le pont. La tension d'alimentation du pont est  $U_a = 10$  V.

On note  $R_p$  la résistance de l'une des deux photorésistances étudiées.

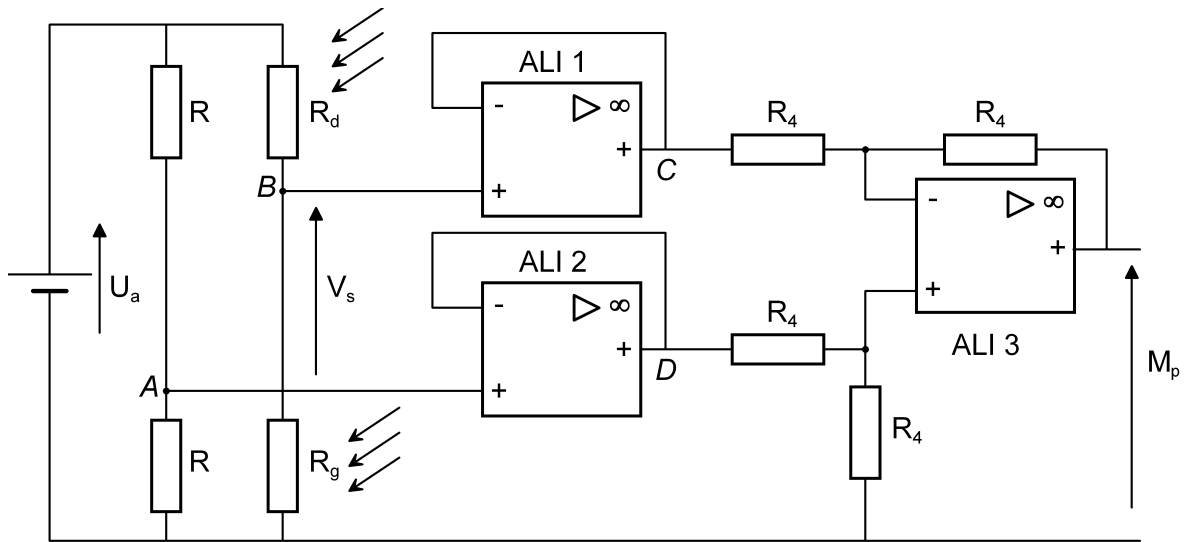
Chaque photorésistance est inscrite dans un rectangle de longueur  $l$  (voir figure 14), avec  $l = 40$  mm et sa résistance quand elle reçoit un flux lumineux de 1 lux est notée  $R_1$ . La loi de variation de la résistance avec le flux lumineux  $L$  qu'elle reçoit est donnée par la relation  $R_p = R_1 \cdot L^{-k}$  avec  $k = 0,7$ .

On admettra le modèle suivant : lorsque l'éclairage de la photorésistance comprend deux zones, l'une éclairée de surface  $S_1$  et l'autre qui ne l'est pas de surface  $S_2$ , la résistance totale de la photorésistance est la somme de deux résistances correspondant à chacune des deux zones d'éclairage :  $R_p = R_{p1} + R_{p2}$ .

Ces deux résistances suivent la loi indiquée précédemment :  $R_{p1} = R_{11} \cdot L_1^{-k}$  et  $R_{p2} = R_{21} \cdot L_2^{-k}$  où  $L_1$  et  $L_2$  correspondent respectivement aux flux lumineux atteignant chacune des deux zones.



**Figure 12** Capteur de position de bande



## Capteur de centrage de bande : montage en pont

Figure 13 Capteur de position de bande : montage en pont

On a la relation  $R_1 = R_{11} + R_{21}$  pour laquelle chaque résistance  $R_{11}$  et  $R_{21}$  est proportionnelle à la surface de la zone d'éclairage concernée :  $R_{11} = \frac{S_1}{S_1+S_2} R_1$  et  $R_{21} = \frac{S_2}{S_1+S_2} R_1$ .

Les photorésistances sont disposées de manière à ce que la bande soit correctement disposée, quand les deux résistances ont des surfaces éclairées égales. On note  $x_0$  la position de la ligne d'ombre sur la photorésistance de gauche lorsque la bande est centrée (voir figure 14).

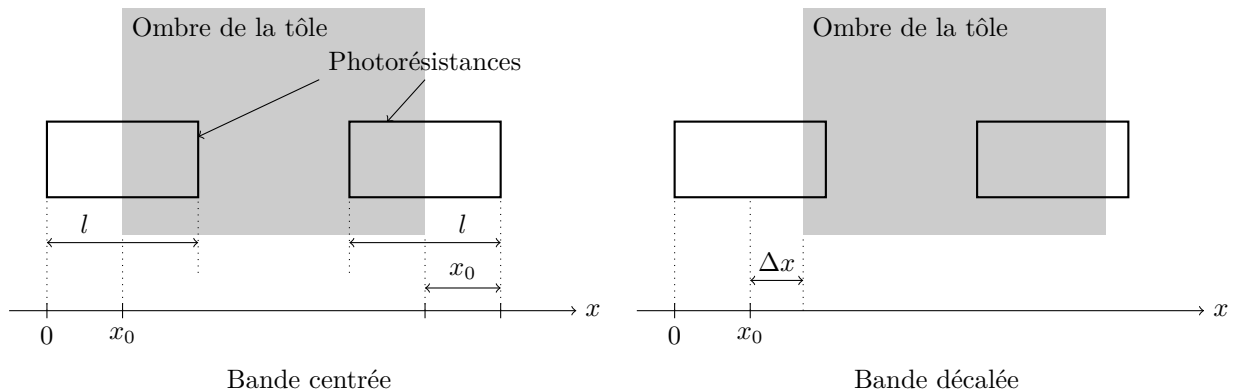


Figure 14 Capteur de centrage de bande : éclairage des photorésistances

a) Tension en sortie de pont

**Q 40.** Déterminer l'expression de  $R_0 = R_{g0} = R_{d0}$  : résistances des photorésistances lorsque la bande est centrée et que la ligne d'ombre sur la photorésistance de gauche est à la position  $x_0$  en fonction de  $l$ ,  $x_0$ ,  $R_1$ ,  $L_1$  flux lumineux correspondant à la zone éclairée et  $L_2$  flux lumineux correspondant à la zone non éclairée.

La bande est maintenant décalée. La position de la ligne d'ombre sur la résistance de gauche est  $x$  et on pose  $\Delta x = x - x_0$ . Le terme  $\Delta x$  est supposé proportionnel au déplacement de la bande de tôle  $e(t)$ . La résistance de gauche est alors  $R_g = R_0 + \Delta R$ .

**Q 41.** Exprimer  $\Delta R$  en fonction de  $l$ ,  $R_1$ ,  $L_1$ ,  $L_2$  et  $\Delta x$ . Quelle est alors la variation de la résistance  $R_d$  ?

**Q 42.** Exprimer la tension  $V_s$  en sortie du pont de mesure en fonction de  $U_a$ ,  $l$ ,  $\Delta x$ ,  $R_0$ ,  $R_1$ ,  $L_1$  et  $L_2$ .

b) Tension  $M_p(t)$  image de  $\Delta x$

**Q 43.** Quel est le rôle des amplificateurs linéaires intégrés ALI1 et ALI2 ?

**Q 44.** Démontrer la relation liant la tension  $M_p$  aux tensions  $V_C$  et  $V_D$ . En déduire la relation liant  $M_p$  à  $V_s$  puis à  $\Delta x$ .

**Q 45.** Quel est le rôle du montage constitué des trois ALI et des composants associés.

c) Fonction de transfert du capteur

La fonction de transfert du capteur est

$$B(p) = \frac{M_p(p)}{E(p)} = \frac{M_p(p)}{\Delta X(p)} \frac{\Delta X(p)}{E(p)} = B_1(p) \cdot B_2(p)$$

avec  $B_1(p) = M_p(p)/\Delta X(p)$  et  $B_2(p) = \Delta X(p)/E(p)$ , où  $M_p(p)$ ,  $E(p)$  et  $\Delta X(p)$  sont respectivement les transformées de Laplace de  $M_p(t)$ ,  $e(t)$  et  $\Delta x(t)$ . Le terme  $B_2(p)$  est une constante réelle positive, fonction de la géométrie du dispositif de mesure et des propriétés des lentilles. Il ne sera pas étudié ici.

**Q 46.** Montrer que la valeur de  $B_1(p)$  dépend de la valeur de  $x_0$  et calculer numériquement les valeurs correspondant à  $x_0 = 0,02$  m et à  $x_0 = 0,03$  m. On prendra  $L_1 = 1000$  lx,  $L_2 = 100$  lx et  $R_1 = 100$  k $\Omega$ .

**Q 47.** Quelle est la plage de valeurs de  $\Delta x$  pour lesquelles le calcul précédent est valide pour les deux valeurs numériques précédentes? Quelle est l'importance de ce paramètre pour le système?

#### IV.C.2) Mécanisme de correction de trajectoire

Notations (voir le schéma cinématique de la figure 18) :

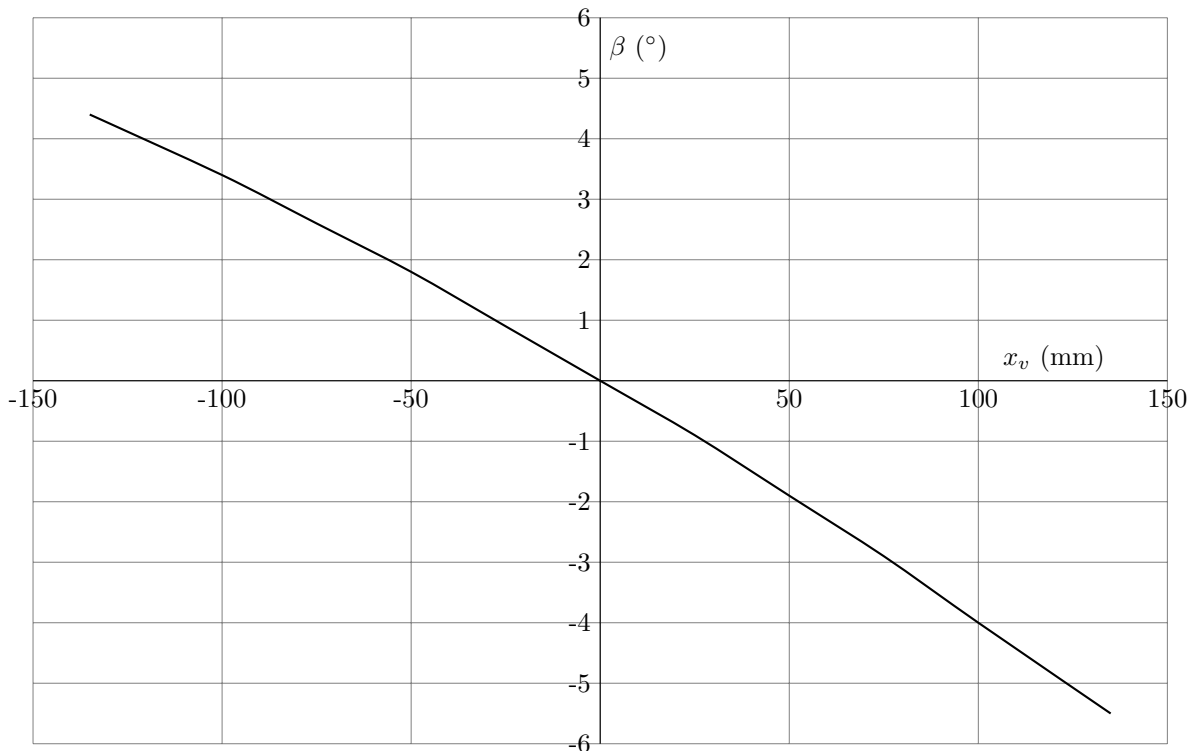
- $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  base liée au bâti 0;  $B_{cm}(\vec{x}_{cm}, \vec{y}_{cm}, \vec{z}_{cm})$  base liée au cadre mobile  $cm$ ;
- $(\vec{x}_0, \vec{x}_{cm}) = (\vec{y}_0, \vec{y}_{cm}) = \beta$  position angulaire du cadre mobile par rapport au bâti;
- $\vec{O}_0\vec{A} = x_a \vec{x}_{cm} + z_a \vec{z}_0$ ;  $x_a = 1340$  mm; on note  $\vec{O}_0\vec{A} \cdot \vec{y}_0 = e$ , le décalage de la tôle par rapport à sa position nominale centrée;
- $\vec{O}_0\vec{B} = x_b \vec{x}_{cm} + y_b \vec{y}_{cm} + z_b \vec{z}_{cm} = 1560 \vec{x}_{cm} + 484 \vec{y}_{cm} + 317 \vec{z}_{cm}$
- $\vec{O}_0\vec{C} = x_c \vec{x}_0 + y_c \vec{y}_0 + z_c \vec{z}_0 = 1560 \vec{x}_0 + 1118 \vec{y}_0 + 317 \vec{z}_0$ ; dimensions en mm;
- $\vec{CB} = \lambda \vec{u}$ ;  $\vec{u}$  vecteur unitaire; avec, pour  $\beta = 0$ ,  $\lambda = \lambda_0 = 634$  mm. On note  $x_v$  le déplacement de la tige du vérin par rapport à la position nominale, tel que  $x_v = \lambda - \lambda_0$ ;
- course du vérin : 267 mm ( $\pm 135$  mm autour de la position médiane).

**Q 48.** Exprimer  $\lambda^2 = \|\vec{CB}\|^2$  en fonction de  $\beta$  et des paramètres constants.

**Q 49.** La course du vérin donnant des valeurs de  $\beta$  assez faibles, on accepte l'approximation  $\sin \beta \approx \beta$  et  $\cos \beta \approx 1$ . Donner l'expression linéarisée de  $\beta$  en fonction de  $\lambda$ .

#### Fonction de transfert du mécanisme d'orientation

La figure 15 donne la représentation de  $\beta$  pour  $x_v \in [-135; +135]$  mm.



**Figure 15** Orientation du cadre mobile en fonction du déplacement de la tige du vérin

**Q 50.** Pour  $x_v \in [-50; +50]$  mm, donner l'expression approchée de la fonction de transfert  $H_r(p)$ .

#### IV.C.3) Influence de la vitesse de la bande et de sa largeur sur les réglages de la boucle

Les deux parties précédentes ont permis de déterminer les fonctions de transfert du capteur de centrage de la bande et du mécanisme de correction de trajectoire.

**Q 51.** Au vu des résultats de ces deux études, la vitesse de la bande ou la largeur de celle-ci ont-elles une influence sur la stabilité et la précision du système?

Si la réponse à la question précédente est affirmative, préciser comment il conviendrait de modifier le terme proportionnel si la bande traitée est plus large que la bande pour laquelle le réglage a été effectué ou si elle circule plus rapidement pour obtenir les mêmes performances en terme de stabilité et de précision.

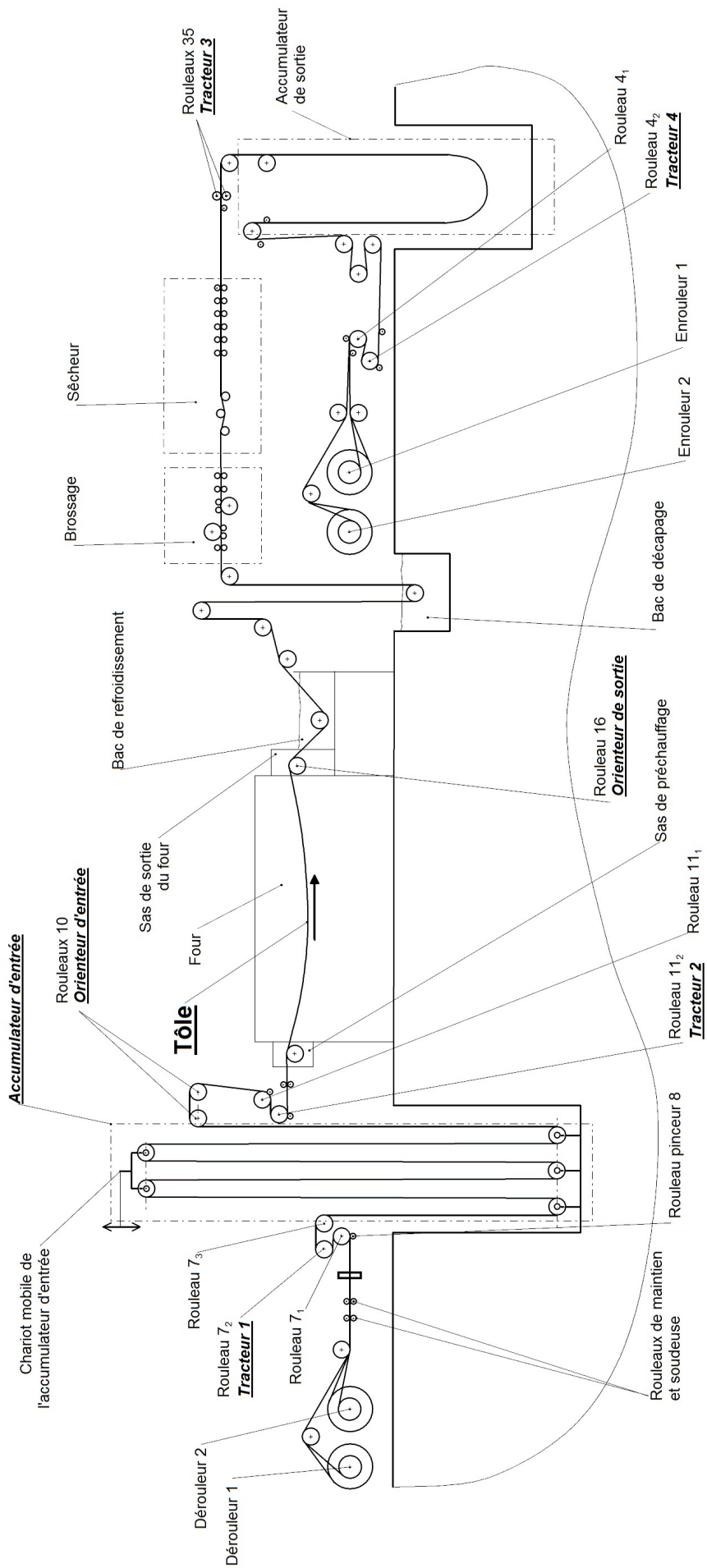


Figure 16 Chaîne de recuit

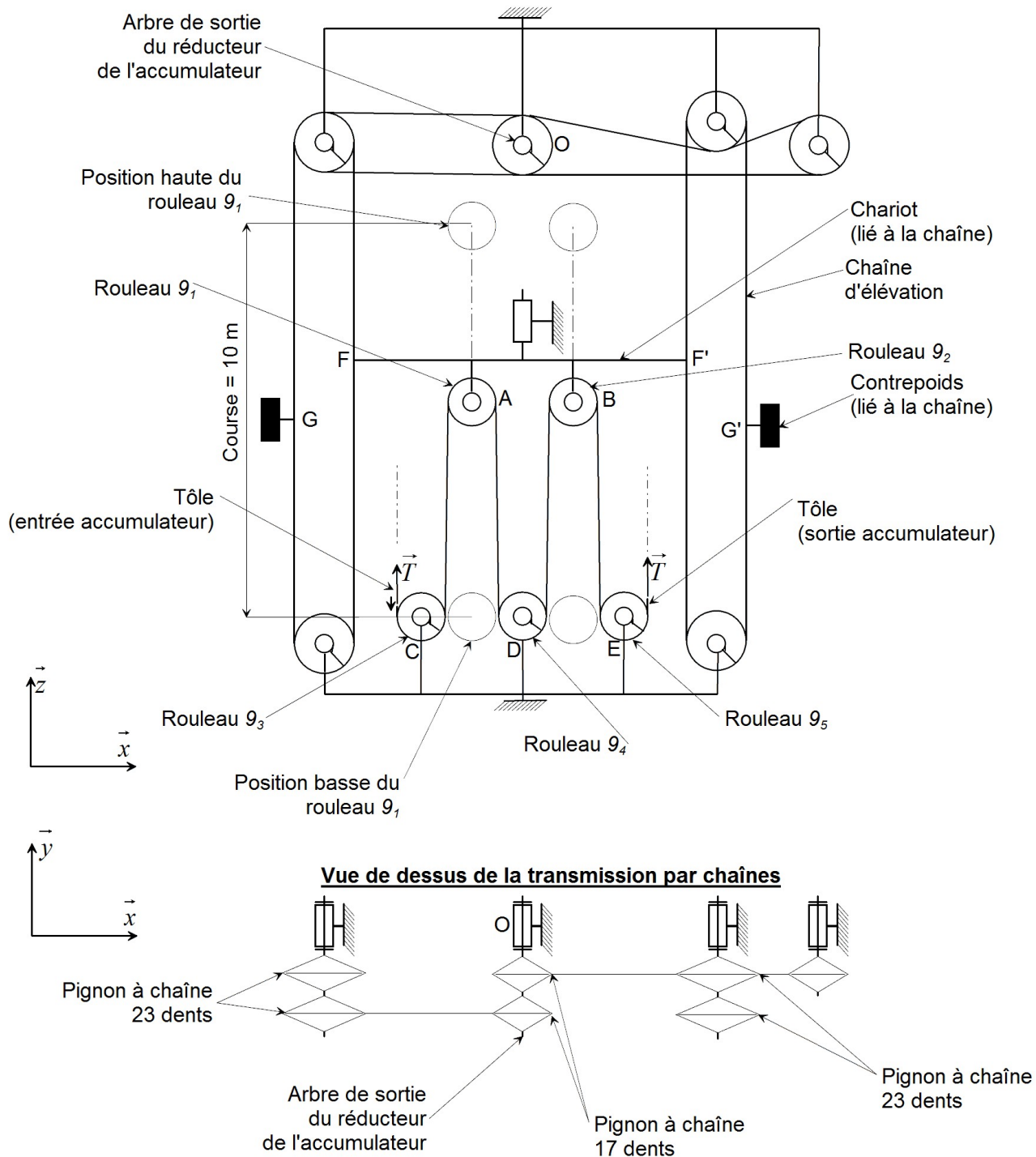
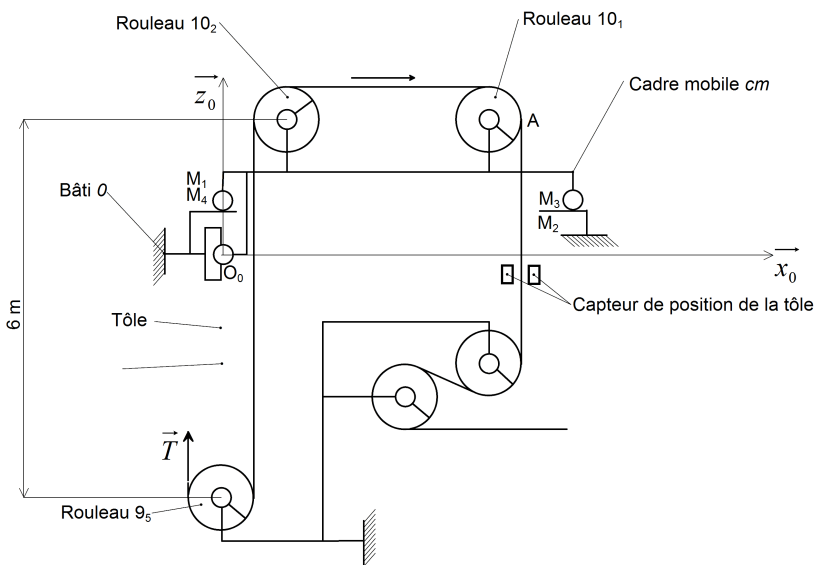
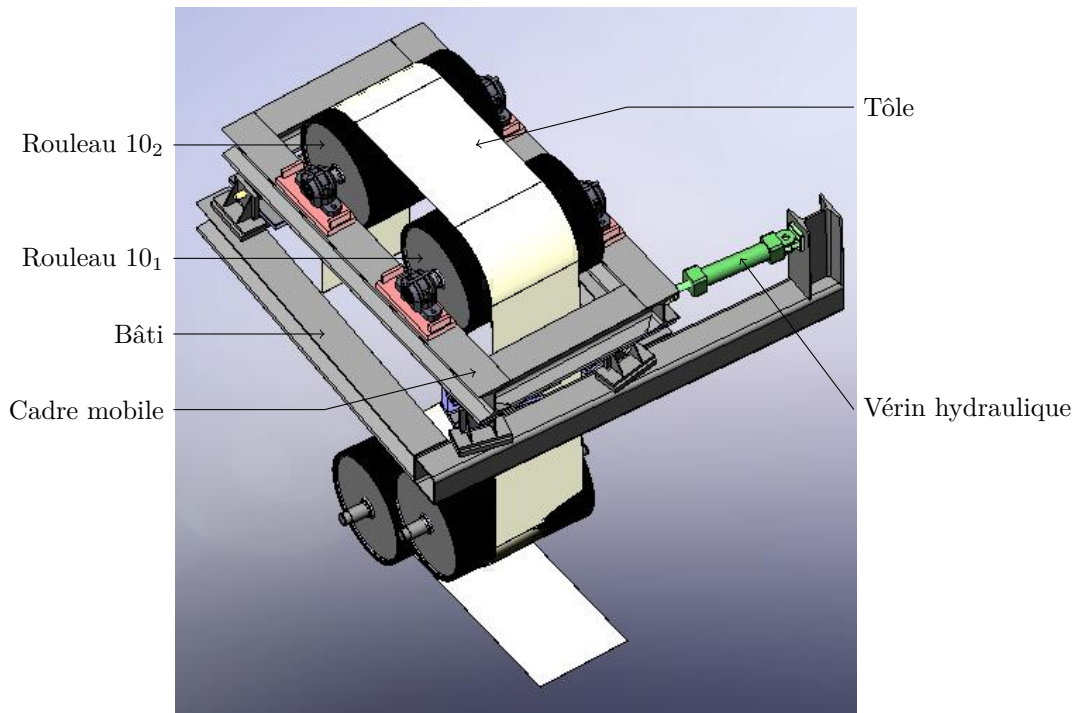


Figure 17 Accumulateur d'entrée



$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_0M_1} &= -b\vec{y}_{cm} + c\vec{z}_0 \\ \overrightarrow{O_0M_4} &= b\vec{y}_{cm} + c\vec{z}_0 \\ \overrightarrow{O_0M_2} &= a\vec{x}_{cm} - b\vec{y}_{cm} + c\vec{z}_0 \\ \overrightarrow{O_0M_3} &= a\vec{x}_{cm} + b\vec{y}_{cm} + c\vec{z}_0 \end{aligned}$$

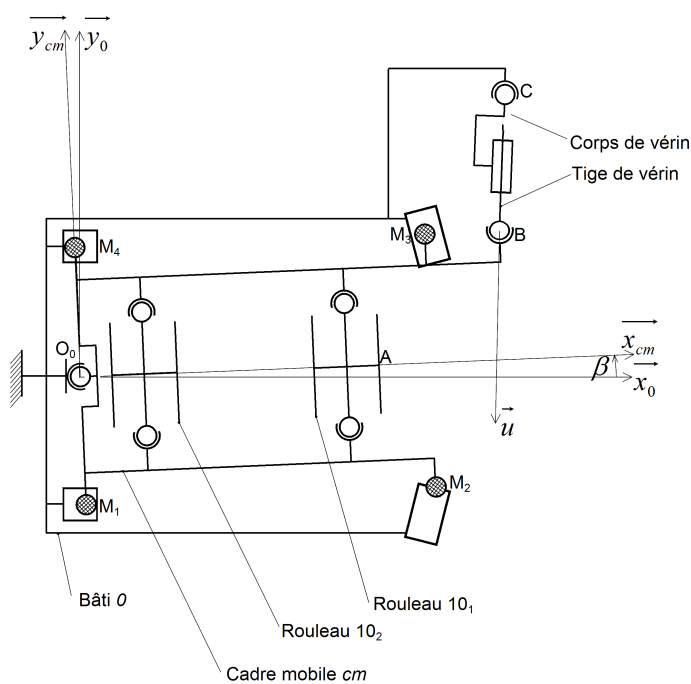


Figure 18 Orienteur d'entrée

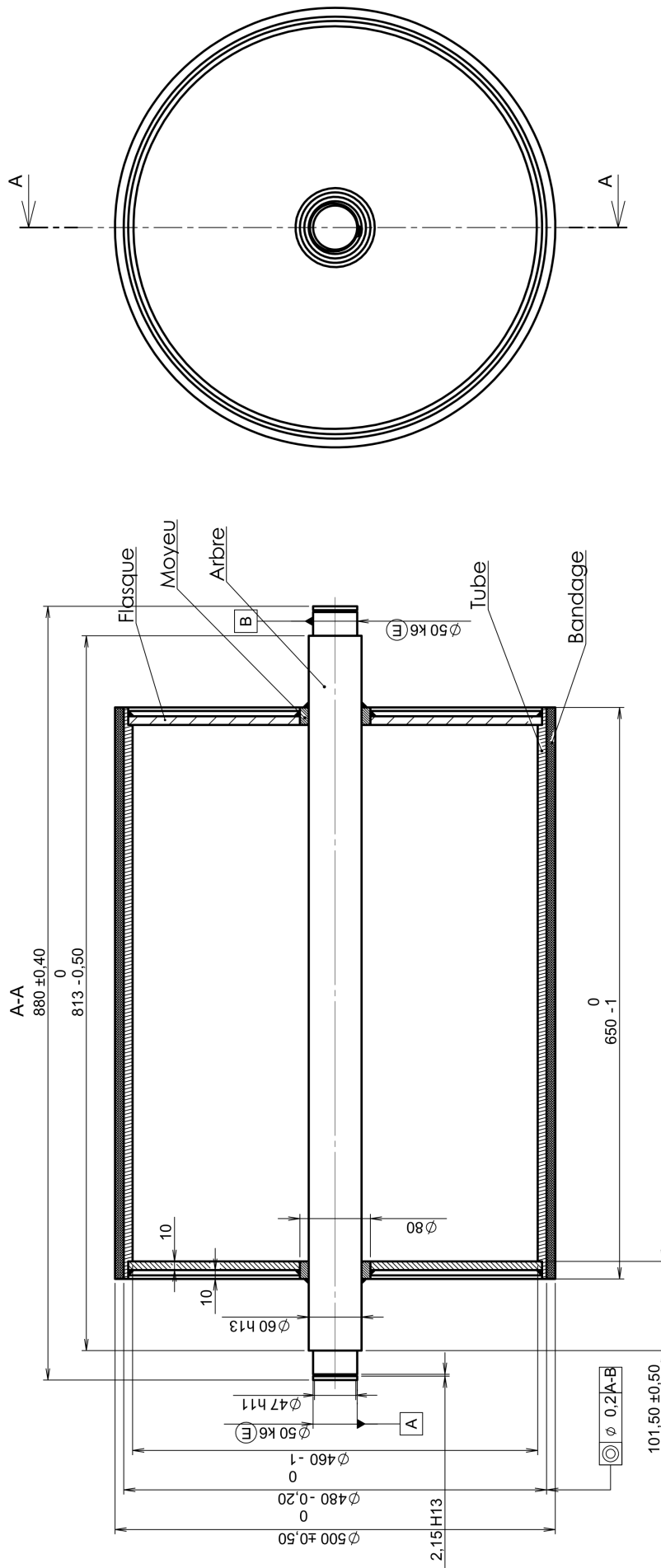


Figure 19 Rouleau 10