

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2017

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve obligatoire à option de
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

Durée : 4 heures

Coefficient : 3

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde
- 1 page d'instruction pour remplir le QCM recto/verso
- 1 page d'avertissements
- 23 pages de texte/questions recto/verso

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

**ÉPREUVE OBLIGATOIRE A OPTION DE
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR****A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT**

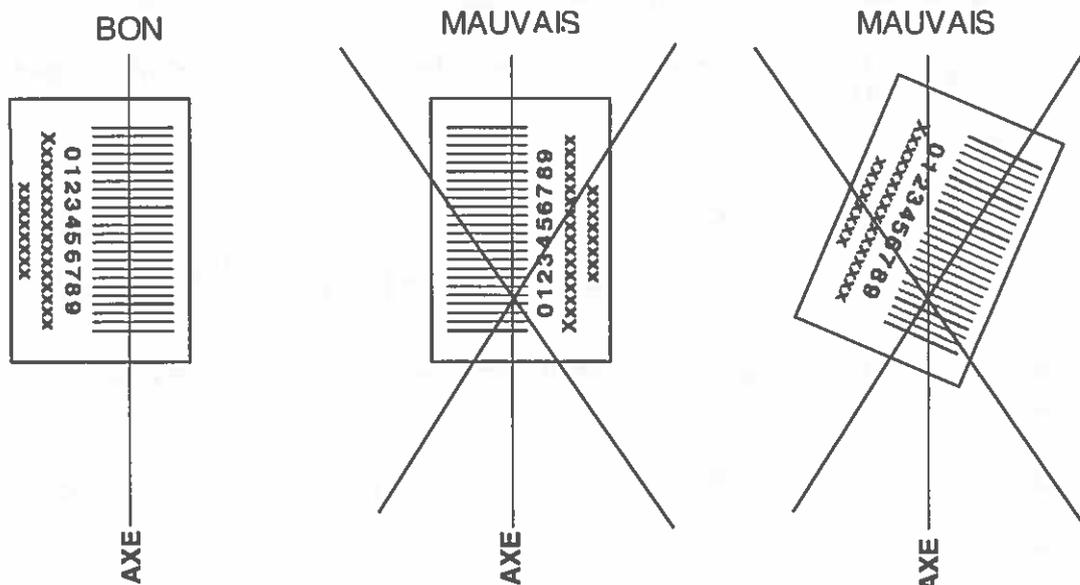
L'épreuve de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire « Epreuve obligatoire à option de sciences industrielles pour l'ingénieur ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification à **gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :

- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

Tournez la page S.V.P.

- 5) Cette épreuve comporte 50 questions obligatoires ; certaines de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

- 6) À chaque question numérotée entre 1 et 50, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 51 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 50, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question :
la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et **deux seulement**.
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

7) Exemples de réponses

Question 1. Le torseur cinématique du solide S en mouvement par rapport à un référentiel R_0 en un point

A est noté $\{V_{S/R_0}\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{S/R_0} \\ \vec{V}_{A,S/R_0} \end{Bmatrix}_A$. À partir de la formule de changement de point, indiquer l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}_{B,S/R_0}$.

A)	B)	C)	D)
$\vec{V}_{A,S/R_0} + \vec{BA} \wedge \vec{\Omega}_{S/R_0}$	$\vec{V}_{A,S/R_0} + \vec{\Omega}_{S/R_0} \wedge \vec{BA}$	$\vec{V}_{A,S/R_0} + \vec{BA} \cdot \vec{\Omega}_{S/R_0}$	$\vec{V}_{A,S/R_0} + \vec{OB} \wedge \vec{\Omega}_{S/R_0}$

Question 2. Soit f la fonction logique, de représentation algébrique : $f = a \cdot b \cdot \bar{c}$. Déterminer le complément de f .

A)	B)	C)	D)
$\bar{f} = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c$	$\bar{f} = a + b + \bar{c}$	$\bar{f} = \bar{a} \cdot \bar{b} + c$	$\bar{f} = a + \bar{b} + c$

Vous cocherez sur la feuille réponse :

	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	<input checked="" type="checkbox"/>

AVERTISSEMENTS

Les calculatrices sont interdites pour cette épreuve. Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Les valeurs fausses qui sont proposées ont des ordres de grandeur suffisamment différents de la valeur exacte arrondie selon les règles habituelles, afin d'éliminer toute ambiguïté dans le choix de la bonne réponse.

Exemple :

Le calcul sera arrondi au plus proche : 11,56 kg \approx 12 kg

Les propositions de réponse sont :

A)	B)	C)	D)
2 kg	12 kg	18 kg	24 kg

QUESTIONS LIÉES

Partie A : Questions 4 et 5 Questions 6, 7 et 8	Partie B : Questions 19 et 20	Partie C : Questions 23, 24 et 25 Questions 27, 28, et 31 Questions 32 et 34 Questions 35 et 36	Partie D : Questions 41 et 42
--	--	--	--



FIN DES CONSIGNES



ATTRACTION « DANSE AVEC LES ROBOTS »

« Danse avec les robots » est une des dernières attractions majeures mise en place en 2013 au Futuroscope de Poitiers, qui allie sensations fortes et spectacle musical. Le principe de cette attraction consiste à attacher deux volontaires au bout d'un bras de robot à 5 axes, fournissant ainsi des possibilités de mouvements variés, et donc de générer des sensations fortes. Les volontaires assis au bout du bras sont remués en rythme avec la musique d'ambiance.

Cette attraction est installée dans une salle 2 000 m² accueillant dix robots de 7 m chacun développés par la société allemande Kuka issus de l'industrie automobile. En effet, ces robots étaient initialement utilisés dans les usines Citroën et Renault pour le pliage de tôles destinées à l'industrie automobile.



Figure 1 – Photographie de la salle accueillant les robots

Les robots sont actuellement programmés pour 3 modes de fonctionnement :

- Mode 1 – Appelé mode « Paisible balade », réservé aux volontaires de taille comprise entre 1 m 20 et 1 m 40, il permet de ressentir une accélération de l'ordre de 1*g ;
- Mode 2 – Appelé mode « Rodéo corsé », réservé aux volontaires de taille comprise entre 1 m 40 et 1 m 95, il permet de ressentir une accélération l'ordre de 2*g ;
- Mode 3 – Appelé mode « Sensation forte », réservé aux volontaires de taille comprise entre 1 m 40 et 1 m 95, il permet de ressentir une accélération de l'ordre de 3,5*g.

La durée normale de l'attraction est de 90 secondes. Chaque robot est capable d'embarquer 2 volontaires, attachés à la nacelle par des harnais de sécurité, dont la masse de l'ensemble nacelle, harnais et volontaires est de l'ordre de 500 kg.

Un extrait du cahier des charges fonctionnel partiel du système « Danse avec les robots » est proposé dans le tableau 1.

Exigences	Id.	Critère(s)	Niveau(x)
Donner des sensations aux volontaires	Id. 1	Accélération ressentie	3 modes : <ul style="list-style-type: none"> • Mode 1 → 1*g ; • Mode 2 → 2*g ; • Mode 3 → 3,5*g.
Mettre en mouvement la nacelle	Id. 2.1	Nombre de volontaires	2
	Id. 2.2	Masse maximale d'un volontaire	150 kg
	Id. 2.3	Nombre d'axes par robot	5
Assurer la sécurité des volontaires	Id. 3.1	Maintenir à l'arrêt en absence d'énergie électrique	Tous les axes du robot sont immobiles
	Id. 3.2	Vitesse d'approche lors du débarquement des volontaires	$\ \vec{V}_{G,nacelle/0}\ \leq 0,3 \text{ m/s}$

Tableau 1 – Table des exigences et leurs caractérisations



Figure 2 – Photographie d'un robot en situation d'usage

On appelle nacelle l'ensemble de solide composé des sièges, des harnais de sécurité et des 2 volontaires attachées solidement à ceux-ci de corpulence moyenne.

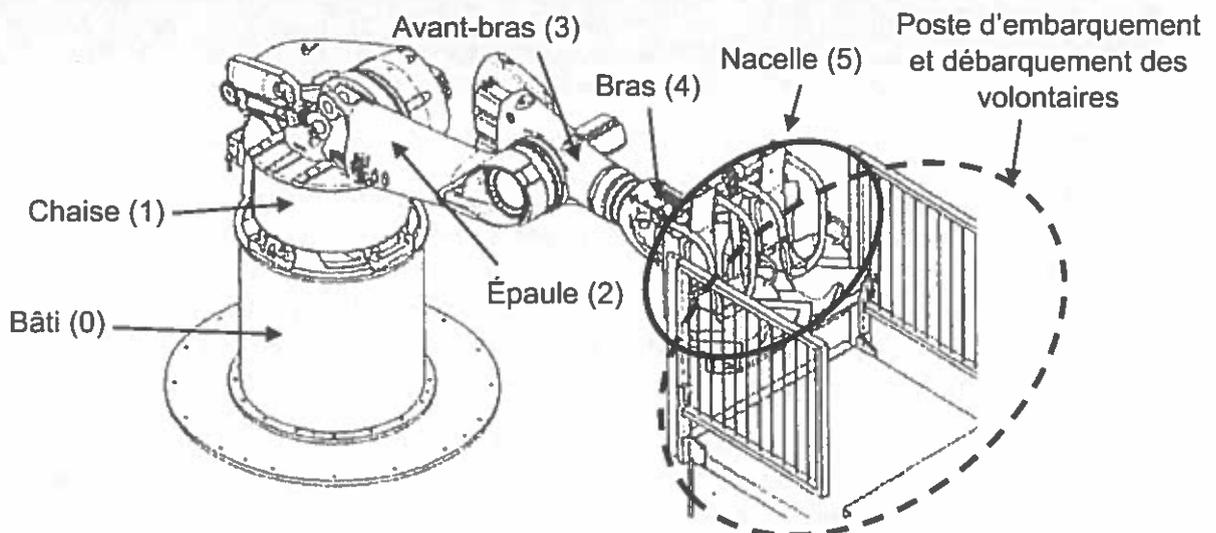


Figure 3 – Description globale d'un robot

On donne sur la figure 4 un schéma cinématique spatial d'un des robots avec le paramétrage associé aux différents solides et aux liaisons.

L'ensemble des repères sont considérés orthonormés directs.

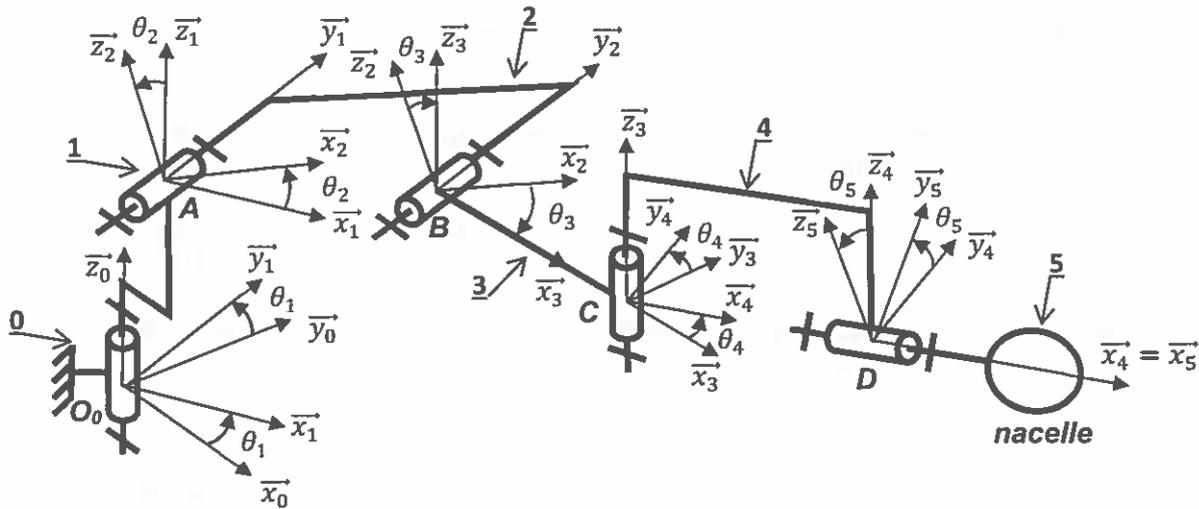


Figure 4 – Schéma cinématique spatial et paramétrage associé

On note $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère supposé galiléen associé au sol de la salle de spectacle, appelé bâti 0.

On note $R_1(O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère associé à la chaise 1, et $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ l'angle de rotation de la chaise 1 par rapport au bâti 0.

On note $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ le repère associé à l'épaule 2, $\vec{O_0A} = a.\vec{z}_0 + b.\vec{x}_1$ et $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$ l'angle de rotation de l'épaule 2 par rapport à la chaise 1.

On note $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ le repère associé à l'avant-bras 3, $\vec{AB} = c.\vec{x}_2$ et $\theta_3 = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$ l'angle de rotation de l'avant-bras 3 par rapport à l'épaule 2.

On note $R_4(C, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ le repère associé au bras 4, $\vec{BC} = d.\vec{x}_3$ et $\theta_4 = (\vec{x}_3, \vec{x}_4) = (\vec{y}_3, \vec{y}_4)$ l'angle de rotation du bras 4 par rapport à l'avant-bras 3.

On note $R_5(D, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ le repère associé à la nacelle 5, $\vec{CD} = e.\vec{x}_4$ et $\theta_5 = (\vec{y}_4, \vec{y}_5) = (\vec{z}_4, \vec{z}_5)$ l'angle de rotation de la nacelle 5 par rapport au bras 4.

Le centre de gravité de la nacelle 5 (siège + volontaires + harnais) est tel que $\vec{DG} = f.\vec{x}_4 + h.\vec{z}_5$.

On définit la position du point G dans la base $B_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ telle que :

$$\vec{O_0G} = x.\vec{x}_0 + y.\vec{y}_0 + z.\vec{z}_0.$$

On donne :

$$a = 1\,100\text{ mm} ; b = 100\text{ mm} ; c = 1\,500\text{ mm} ; d = 1\,400\text{ mm} ; e = 400\text{ mm} ;$$

$$f = 800\text{ mm} \text{ et } h = 200\text{ mm}.$$

PARTIE A VALIDATION DES EXIGENCES ID. 1 ET ID. 3.2

I ÉLABORATION PARTIELLE DU MODÈLE CINÉMATIQUE DIRECT

_____ Objectif _____

Analyser le mécanisme et définir la loi entrées-sorties $(x, y, z) = f(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5)$ appelée modèle cinématique direct.

Question 1. Le modèle du mécanisme représenté sur la figure 4 correspond à une chaîne cinématique

A)	B)	C)	D)
Fermée	Complexe	Ouverte	Mixte

Question 2. La liaison équivalente entre la nacelle 5 et l'avant-bras 3 est une

A)	B)	C)	D)
Liaison sphère-plan de normale (D, \vec{x}_3)	Liaison sphérique de centre C	Liaison pivot glissant d'axe (C, \vec{z}_3)	Liaison sphérique à doigt en C, de rainure dans le plan $(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3)$ et de doigt suivant \vec{x}_4

Question 3. La position du point G selon l'axe \vec{x}_0 est telle que

A)	$x = b \cdot \cos \theta_1 + c \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + d \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) + (e + f) \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_4 - h \cdot (\cos \theta_1 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_5 + \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_4 \cdot \sin \theta_5) + \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \sin \theta_5$
B)	$x = b \cdot \cos \theta_1 + c \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + d \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) + (e + f) \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_4 - h \cdot (\cos \theta_1 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_5 - \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_4 \cdot \sin \theta_5) - \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \sin \theta_5$
C)	$x = b \cdot \cos \theta_1 + c \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + d \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) - (e + f) \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_4 + h \cdot (\cos \theta_1 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_5 - \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_4 \cdot \sin \theta_5) - \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \sin \theta_5$
D)	$x = b \cdot \cos \theta_1 + c \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + d \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) + (e + f) \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_4 + h \cdot (\cos \theta_1 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_5 + \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_4 \cdot \sin \theta_5) + \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \sin \theta_5$

II VÉRIFICATION DE L'EXIGENCE ID. 3.2

_____ Objectif _____

Déterminer les conditions relatives à une phase d'approche et vérifier l'exigence de vitesse d'approche.

Les phases d'approche correspondant aux moments où les volontaires se placent sur la nacelle depuis le poste d'embarquement ou quittent la nacelle vers le poste de débarquement. Les jambes des volontaires étant libres lors des phases d'approche, il est nécessaire de mettre en œuvre toute la sécurité nécessaire. L'exigence en termes de vitesse d'approche est détaillée dans le tableau 1.

On considère pour l'étude en phase d'approche les conditions suivantes :

- $\dot{\theta}_1 = 0$ et $\theta_1 = 0$;
- $\dot{\theta}_4 = 0$ et $\theta_4 = 0$;
- $\dot{\theta}_5 = 0$ et $\theta_5 = 0$;
- $|\dot{\theta}_2|_{max} = 0,18 \text{ rad/s}$.

Question 4. À quelle condition la trajectoire du point G dans son mouvement par rapport à R_0 est un segment de droite de direction \vec{x}_0 ?

A)	B)	C)	D)
$\dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_3 = 0$	$\dot{\theta}_2 = -\dot{\theta}_3$	$b = c$	$\theta_2 = \theta_3$

Question 5. Exprimer le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{G,5/0}}$ dans cette condition. Conclure quant au respect ou non de l'exigence de vitesse d'approche en phase de débarquement des volontaires.

A)	B)	C)	D)
$-c \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2$ Exigence respectée	$(c + d + e + f) \cdot \dot{\theta}_2$ Exigence non respectée	$c \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2$ Exigence non respectée	$-c \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2$ $- 2 \cdot (d + e + f$ $+ h) \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3)$ Exigence non respectée

III VÉRIFICATION DE L'EXIGENCE ID. 1

_____ Objectif _____

Valider dans un cas particulier que l'exigence d'accélération est satisfaite.

L'accélération ressentie par les volontaires, notée $\vec{\Gamma}_G$ s'exprime par :

$$\vec{\Gamma}_G = \overrightarrow{\Gamma_{G,5/0}} - \vec{g} \text{ avec } \vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$$

On limite l'étude dans un premier temps au cas où $\theta_1 = \text{cste} = 0$ et donc $\dot{\theta}_1 = 0$.

Question 6. La vitesse du point G, dans son mouvement par rapport au repère galiléen associé à 0, notée $\overrightarrow{V_{G,5/0}}$, s'exprime par

A)	$-h \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \vec{y}_5 + (e + f) \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \vec{y}_4 + h \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{x}_4 - (e + f) \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \vec{z}_4$ $- d \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \vec{z}_4 + h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{x}_3 - h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \cos \theta_5 \cdot \vec{z}_4$ $- c \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_2$
B)	$-h \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \vec{y}_5 + (e + f) \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \vec{y}_4 + h \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{x}_4 + (e + f) \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \vec{z}_4 +$ $d \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \vec{z}_4 + h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \cos \theta_5 \cdot \vec{x}_3 + h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{z}_4 - c \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_2$
C)	$-h \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \vec{y}_5 + (e + f) \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \vec{y}_4 + h \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{x}_4 - (e + f) \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \cos \theta_4 \cdot \vec{z}_4$ $- d \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \vec{z}_4 + h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \cos \theta_5 \cdot \vec{x}_3 - h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{z}_4$ $- c \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_2$
D)	$-h \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \vec{y}_5 + (e + f) \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \vec{y}_4 + h \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \cos \theta_5 \cdot \vec{x}_4 - (e + f) \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \vec{z}_4 - d \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \vec{z}_4$ $+ h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{x}_3 - h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \cos \theta_4 \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{z}_4 - c \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_2$

On limite l'étude désormais au cas où $\dot{\theta}_2 = 1,45 \text{ rad/s}$; $\theta_3 = 0 = \text{cste}$; $\theta_4 = 0 = \text{cste}$ et $\theta_5 = 0 = \text{cste}$ (l'hypothèse $\theta_1 = \text{cste} = 0$ est toujours vérifiée).

Question 7. L'accélération du point G , dans son mouvement par rapport au repère galiléen associé à 0, notée $\overrightarrow{\Gamma}_{G,5/0}$, s'exprime par

A)	$-((c-d) \cdot \cos \theta_2 + h \cdot \sin \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \overrightarrow{x_0} + ((c-d) \cdot \sin \theta_2 - h \cdot \cos \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \overrightarrow{z_0}$
B)	$-(c+d+e+f) \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \overrightarrow{x_2} - h \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \overrightarrow{z_2}$
C)	$-((c+d) \cdot \cos \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \overrightarrow{x_0} + ((c+d) \cdot \sin \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \overrightarrow{z_0}$
D)	$-((c+d+e+f) \cdot \cos \theta_2 - h \cdot \sin \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \overrightarrow{x_0} + ((c+d+e+f) \cdot \sin \theta_2 - h \cdot \cos \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \overrightarrow{z_0}$

Question 8. Conclure quant au respect de l'exigence d'accélération ressentie dans le mode 3 pour la situation particulière étudiée.

A)	B)	C)	D)
Elle est vérifiée car la valeur de l'accélération ressentie vaut $\ \overrightarrow{\Gamma}_G\ = 3,24 * g$.	Elle est non vérifiée, car l'accélération ressentie est supérieure à celle imposée dans le cahier des charges	Elle est vérifiée car l'accélération ressentie est inférieure à celle imposée dans le cahier des charges	Elle est vérifiée car l'accélération ressentie vaut $\ \overrightarrow{\Gamma}_G\ = 3,39 * g$.

PARTIE B CHOIX DE L'ACTIONNEUR

Objectif

Dimensionner l'actionneur en termes de couple à fournir et évaluer les actions mécaniques de liaisons dans un cas particulier de mouvement.

On considère un cas particulier d'un mouvement du robot représentatif d'une situation à forte accélération. Celle-ci est définie par la chaise bloquée, ainsi que l'avant-bras et le bras. Elle est décrite sur la figure 5 ci-contre. Par conséquent, les angles repérés sur la figure 4 sont tels que $\theta_1 = \theta_3 = \theta_4 = 0$. Pour l'étude de ce mouvement, le schéma cinématique simplifié retenu pour cette partie est fourni sur la figure 6.



Figure 5 – Mouvements étudiés

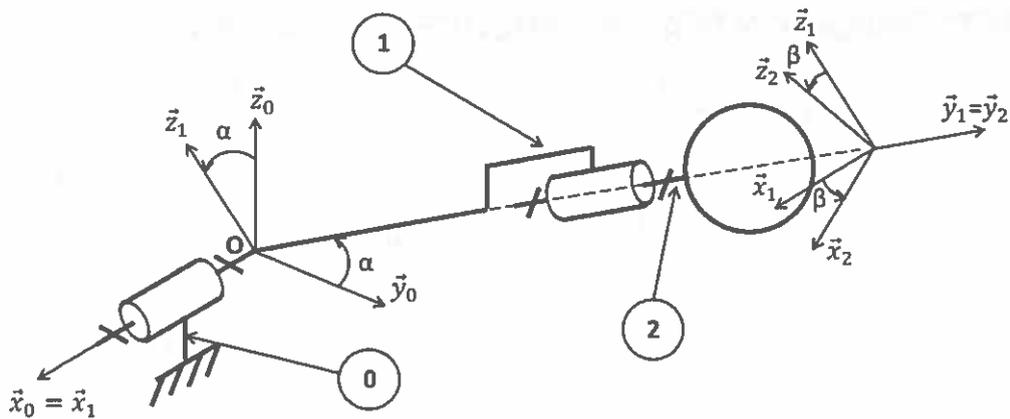


Figure 6 – Schéma cinématique simplifié et paramétrage retenu

On note $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère, supposé galiléen, associé au sol de la salle de spectacle, appelé bâti, de base $B_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le point O est le point d'intersection des axes des deux liaisons pivots entre les solides 0 et 1, et 1 et 2.

On note :

- Pour le bras 1 :
 - ✓ $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère associé au bras 1, de base $B_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$;
 - ✓ $\alpha = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ la rotation du bras 1 par rapport au bâti 0 ;
 - ✓ m_1 sa masse ;
 - ✓ G_1 le centre d'inertie du bras 1 tel que $\vec{OG}_1 = l_1 \cdot \vec{y}_1$;
 - ✓ $\bar{I}(1, G_1)$ sa matrice d'inertie dans la base B_1 au point G_1 telle que

$$\bar{I}(1, G_1) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{B_1} ;$$

- Pour la nacelle 2 :
 - ✓ $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ le repère associé à la nacelle 2, de base $B_2 = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$;
 - ✓ $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$ la rotation de la nacelle 2 par rapport au bras 1 ;
 - ✓ m_2 sa masse ;
 - ✓ G_2 le centre d'inertie de la nacelle 2 pour deux personnes de corpulence moyenne tel que $\vec{OG}_2 = l_2 \cdot \vec{y}_1$;
 - ✓ $\bar{I}(2, G_2)$ sa matrice d'inertie dans la base B_2 au point G_2 telle que

$$\bar{I}(2, G_2) = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{B_2} .$$

On note E l'ensemble des parties du robot en mouvement : $E = \{1+2\}$. Les liaisons pivots sont supposées parfaites et motorisées. Le bras est supposé accélérer autour de la liaison pivot entre 0 et 1, tandis que la nacelle tourne à vitesse constante autour de la liaison entre 1 et 2.

On a donc $\ddot{\alpha} \neq 0$ et $\ddot{\beta} = 0$.

I DÉTERMINATION DES GRANDEURS CINÉTIQUES

Question 9. Quel théorème est-il nécessaire d'écrire afin d'obtenir la loi de mouvement de la nacelle 2 ?

A)	B)	C)	D)
Théorème de l'énergie cinétique appliqué à E	Théorème de la résultante dynamique appliqué à E en projection sur \vec{x}_1	Théorème du moment dynamique appliqué à 1 en projection sur \vec{x}_1	Théorème du moment dynamique appliqué à E en projection sur \vec{x}_1

Question 10. Calculer la position $\overline{OG_E}$ du point G_E , centre d'inertie de l'ensemble E exprimé dans la base B_1 .

A)	B)	C)	D)
$\frac{m_1.l_1 - m_2.l_2}{m_1 + m_2} \vec{y}_1$	$\frac{m_1.l_1 - m_2.l_2}{m_1 - m_2} \vec{y}_1$	$\frac{m_1.l_2 + m_2.l_1}{m_1 - m_2} \vec{y}_1$	$\frac{m_1.l_1 + m_2.l_2}{m_1 + m_2} \vec{y}_1$

Pour la suite de cette partie, on note $\overline{OG_E} = a_E \vec{y}_1$.

Question 11. Exprimer le vecteur taux de rotation de la nacelle 2 dans son mouvement par rapport à 0, noté $\overline{\Omega_{2/0}}$.

A)	B)	C)	D)
$\overline{\Omega_{2/0}} = \vec{0}$	$\overline{\Omega_{2/0}} = \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_2 + \dot{\beta} \cdot \vec{x}_1$	$\overline{\Omega_{2/0}} = -\dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1 - \dot{\beta} \cdot \vec{x}_1$	$\overline{\Omega_{2/0}} = \dot{\beta} \cdot \vec{y}_2 - \dot{\beta} \cdot \vec{x}_1$

Question 12. Exprimer l'accélération de G_E par rapport à 0, notée $\overline{\Gamma_{G_E/0}}$, en projection dans la base B_1 .

A)	B)	C)	D)
$a_E \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_1$	$a_E \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 - a_E \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{y}_1$	$a_E \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{z}_1$	$-a_E \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 - a_E \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{y}_1$

Question 13. Quelle hypothèse a été formulée pour que la matrice d'inertie du bras 1, en son centre de gravité G_1 , exprimée dans la base B_1 s'écrive

$$\overline{\overline{I}}(1, G_1) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{B_1} ?$$

A)	B)	C)	D)
Axe de révolution \vec{y}_1	Axe de révolution \vec{z}_1	Plan de symétrie $(G_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$	Plan de symétrie $(G_1, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$

Question 14. La matrice d'inertie du bras 1 au point O , $\bar{I}(1, O)$, dans la base B_1 , s'écrit

A)	B)
$\begin{bmatrix} A_1 + m_1.l_1^2 & 0 & -E_1 + m_1.l_1^2 \\ 0 & B_1 + m_1.l_1^2 & 0 \\ -E_1 + m_1.l_1^2 & 0 & C_1 + m_1.l_1^2 \end{bmatrix}_{B_1}$	$\begin{bmatrix} A_1 + m_1.l_1^2 & 0 & -E_1 - m_1.l_1^2 \\ 0 & B_1 + m_1.l_1^2 & 0 \\ -E_1 - m_1.l_1^2 & 0 & C_1 + m_1.l_1^2 \end{bmatrix}_{B_1}$
C)	D)
$\begin{bmatrix} A_1 + m_1.l_1^2 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 + m_1.l_1^2 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 + m_1.l_1^2 \end{bmatrix}_{B_1}$	$\begin{bmatrix} A_1 + m_1.l_1^2 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 + m_1.l_1^2 \end{bmatrix}_{B_1}$

Pour la suite, on considère que la matrice d'inertie du bras 1 en O , dans la base B_1 s'écrit

$$\bar{I}(1, O) = \begin{bmatrix} A_1' & 0 & -E_1' \\ 0 & B_1' & 0 \\ -E_1' & 0 & C_1' \end{bmatrix}_{B_1}$$

Question 15. Exprimer le moment cinétique du bras 1 dans son mouvement par rapport à O au point O dans la base B_1 , noté $\overrightarrow{\sigma_{O,1/O}}$.

A)	B)	C)	D)
$(A_1' - E_1') \cdot \dot{\alpha} \cdot \bar{x}_1$	$B_1' \cdot \dot{\alpha} \cdot \bar{y}_1 + m_1.l_1^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \bar{x}_1$	$A_1' \cdot \dot{\alpha} \cdot \bar{x}_1$	$B_1' \cdot \dot{\alpha} \cdot \bar{y}_1$

Pour la suite, on considère que la matrice d'inertie de la nacelle 2 en G_2 , dans la base B_1 s'écrit

$$\bar{I}(2, G_2) = \begin{bmatrix} A_2 \cdot \cos^2 \beta + C_2 \cdot \sin^2 \beta & 0 & \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot (C_2 - A_2) \\ 0 & B_2 & 0 \\ \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot (C_2 - A_2) & 0 & A_2 \cdot \sin^2 \beta + C_2 \cdot \cos^2 \beta \end{bmatrix}_{B_1}$$

Question 16. Exprimer le moment cinétique de 2 dans son mouvement par rapport à O au point O , noté $\overrightarrow{\sigma_{O,2/O}}$ dans la base B_1 .

A)	$A_2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \bar{x}_1 + B_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \bar{y}_1$
B)	$(A_2 \cdot \cos^2 \beta + C_2 \cdot \sin^2 \beta + (C_2 - A_2) \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta) \cdot \dot{\alpha} \cdot \bar{x}_1 + B_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \bar{y}_1$
C)	$(A_2 \cdot \cos^2 \beta + C_2 \cdot \sin^2 \beta + (C_2 - A_2) \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta + m_2.l_2^2) \cdot \dot{\alpha} \cdot \bar{x}_1 + B_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \bar{y}_1$
D)	$(A_2 \cdot \cos^2 \beta + C_2 \cdot \sin^2 \beta + (C_2 - A_2) \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta) \cdot \dot{\alpha} \cdot \bar{x}_1$

Question 17. En déduire le torseur cinétique de l'ensemble E par rapport à 0 au point O, noté $\{\mathcal{C}_{E/0}\}_O$.

- | | |
|----|--|
| A) | $\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ (A_2 \cdot \cos^2 \beta + C_2 \cdot \sin^2 \beta + (C_2 - A_2) \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta + m_2 \cdot I_2^2) \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 + B_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_1 \end{array} \right\}_O$ |
| B) | $\left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) \cdot a_E \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \\ (A_2 \cdot \cos^2 \beta + C_2 \cdot \sin^2 \beta + (C_2 - A_2) \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta + m_2 \cdot I_2^2) \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 + B_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_1 \end{array} \right\}_O$ |
| C) | $\left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) \cdot a_E \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \\ (A_2 \cdot \cos^2 \beta + C_2 \cdot \sin^2 \beta + (C_2 - A_2) \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta) \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 + B_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_1 \end{array} \right\}_O$ |
| D) | $\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ A_2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 + B_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_1 \end{array} \right\}_O$ |

II DÉTERMINATION DE LA LOI DE MOUVEMENT

Question 18. Exprimer le torseur dynamique de E dans son mouvement par rapport à 0 au point O sans calculer le moment dynamique, noté $\{\mathcal{D}_{E/0}\}_O$.

- | | |
|----|---|
| A) | $\left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) \cdot a_E \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \\ \overrightarrow{\delta_{0,2/1}} + \overrightarrow{\delta_{0,1/0}} \end{array} \right\}_O$ |
| B) | $\left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) \cdot (a_E \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 - a_E \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{y}_1) \\ \overrightarrow{\delta_{0,2/0}} + \overrightarrow{\delta_{0,1/0}} \end{array} \right\}_O$ |
| C) | $\left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) \cdot a_E \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{z}_1 \\ \overrightarrow{\delta_{0,2/1}} + \overrightarrow{\delta_{0,1/0}} \end{array} \right\}_O$ |
| D) | $\left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) \cdot (a_E \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 - a_E \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{y}_1) \\ \overrightarrow{\delta_{0,2/1}} + \overrightarrow{\delta_{0,1/0}} \end{array} \right\}_O$ |

On admet pour la suite de cette partie que le moment dynamique $\overrightarrow{\delta_{0,E/0}}$ s'écrit :

$$\overrightarrow{\delta_{0,E/0}} = \begin{pmatrix} \mu_0 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} + \mu_1 \cdot \ddot{\alpha} \\ \rho_0 \cdot \dot{\alpha}^2 \\ \eta_0 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} + \eta_1 \cdot \ddot{\alpha} \end{pmatrix}_{B_1}$$

On notera C_m le couple généré par l'actionneur dans la liaison pivot entre 0 et 1, tel que $\overrightarrow{C_m} = C_m \cdot \vec{x}_0$.

Question 19. Faire l'inventaire des actions mécaniques extérieures appliquées sur l'ensemble E.

A)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Action de 0 sur E en O ; ✓ Action de l'actionneur en O ; ✓ Action de 1 sur E en O.
B)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Action de l'actionneur en O ; ✓ Action de 1 sur E en O.
C)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Action de 2 sur E en O ; ✓ Action de 1 sur E en O.
D)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Action de 0 sur E en O ; ✓ Action de l'actionneur en O.

Question 20. La loi de mouvement de la nacelle 2 est

A)	$\mu_0 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} + \mu_1 \cdot \ddot{\alpha} = C_m - (m_1 + m_2) \cdot a_E \cdot \cos \alpha \cdot g$
B)	$\mu_0 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} + \mu_1 \cdot \ddot{\alpha} = C_m$
C)	$\eta_0 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} + \eta_1 \cdot \ddot{\alpha} = C_m - (m_1 + m_2) \cdot a_E \cdot \cos \alpha \cdot g$
D)	$\rho_0 \cdot \dot{\alpha}^2 = C_m$

Le calcul complet montre que les 3 composantes du moment de la liaison pivot entre 0 et 1 sont non nulles, et dépendent notamment des paramètres inertiels des solides et des vitesses et accélérations angulaires.

Question 21. Quel nom donne-t-on à cet effet physique ?

A)	B)	C)	D)
Gyroscopique	Tunnel	Centripète	Dynamique

Question 22. Quelle conséquence cet effet produira, à termes, sur la liaison pivot entre 0 et 1 ?

A)	B)	C)	D)
Une usure prématurée des éléments de guidage en rotation	Aucune	L'apparition de mouvements parasites au niveau de la nacelle	L'apparition de mouvements parasites au niveau du bras

PARTIE C CONTRÔLE EN VITESSE DE L'ACTIONNEUR

La partie A a permis de déterminer l'influence respective de chaque actionneur sur l'accélération ressentie par les passagers. Par conséquent, afin de maîtriser celle-ci, il est nécessaire de contrôler précisément les vitesses angulaires en termes de régime permanent mais aussi en régime transitoire.

Les actionneurs (machines électriques) associés à chaque axe du robot « Danse avec les robots » sont du type moteur synchrone triphasé à aimants permanents.

Afin de maîtriser les accélérations angulaires et les vitesses angulaires générées par ces actionneurs, deux boucles d'asservissement sont mises en place. Une boucle, dite interne, permet de contrôler les courants électriques circulant dans chaque phase de l'actionneur, puis une seconde boucle, dite externe, permet d'asservir la vitesse angulaire de rotation. La structure de l'asservissement est donc fournie sur la figure 7.

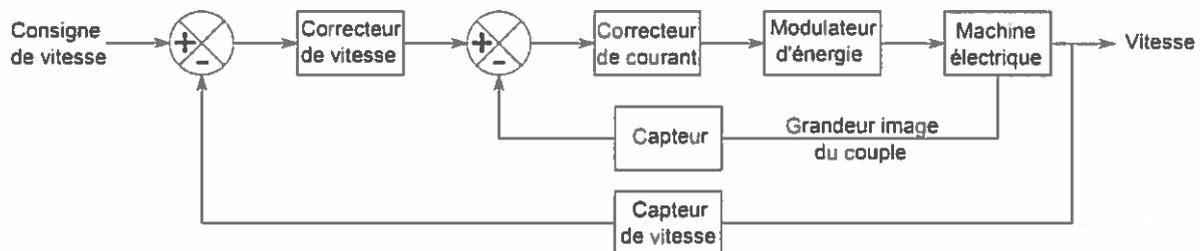


Figure 7 – Structure de l'asservissement de vitesse des actionneurs

Remarque : bien que la figure 7 ne présente qu'une boucle de courant, il y a physiquement 3 boucles de courant, une pour chaque phase du moteur synchrone triphasé.

La suite de l'étude est menée pour le contrôle de la vitesse angulaire de rotation de l'actionneur associé à la rotation de la nacelle autour de l'axe $\vec{x}_4 = \vec{x}_5$ (figure 4).

I MODÉLISATION DES ACTIONNEURS

Objectif

Analyser un modèle de l'actionneur électrique.

De nombreux modèles des machines synchrones existent, parmi eux :

- un modèle dit statique, inadapté à notre étude, car il ne fournit de bons résultats qu'en régime permanent ;
- un modèle dynamique dans la base « a,b,c », correspondant aux 3 phases physiques de l'actionneur, qui fournit des résultats acceptables mais dont le contrôle des courants alternatifs triphasés est délicat car les grandeurs électriques manipulées sont sinusoïdales ;
- un modèle dynamique dans la base « d,q » correspondant à une transformation mathématique iso-puissances des grandeurs temporelles, qui fournit de bons résultats, et dont les grandeurs électriques manipulées sont continues.

Le modèle adapté à notre cas d'étude est donc le modèle dynamique dans la base « d,q » de l'actionneur synchrone triphasé à aimants permanents. Ce modèle considère qu'un moteur synchrone triphasé à aimants permanents est équivalent à 2 moteurs à courant continu diphasés (un sur l'axe d, l'autre sur l'axe q) fictifs.

Le modèle de connaissance dans la base « d,q », dans le cadre d'équilibre électrique des phases, donne les équations ci-après :

$$v_d(t) = R \cdot i_d(t) + L \cdot \frac{d i_d(t)}{dt} - L \cdot i_d(t) \cdot \omega(t)$$

$$v_q(t) = R \cdot i_q(t) + L \cdot \frac{d i_q(t)}{dt} + \left(L \cdot i_d(t) + \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \phi_f \right) \cdot \omega(t)$$

$$c_{em}(t) = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \phi_f \cdot i_q(t)$$

$$J \cdot \frac{d \omega(t)}{dt} = c_{em}(t) - f \cdot \omega(t) - c_r(t)$$

où R représente la résistance électrique des 2 moteurs à courant continu fictifs, L l'inductance cyclique, ϕ_f le flux généré par l'aimant permanent, J le moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre du moteur synchrone, f le coefficient de frottement visqueux équivalent ramené sur l'arbre moteur.

Les tensions $v_d(t)$ et $v_q(t)$ sont les tensions d'alimentation des 2 phases fictives des 2 moteurs à courant continu, et $i_d(t)$ et $i_q(t)$ les courants absorbés par ceux-ci.

La transformation du modèle de la base « a,b,c » vers la base « d,q » étant iso-puissance, la puissance absorbée par le moteur synchrone triphasé dans la base « d,q » est égale à celle absorbée dans la base « a,b,c ».

Question 23. Exprimer les pertes par effet Joule $p_J(t)$ du moteur synchrone triphasé à partir du modèle de connaissance dans la base « d,q ».

A)	B)	C)	D)
$R \cdot (i_d^2(t) - i_q^2(t))$	$R \cdot (i_d(t) + i_q(t))^2$	$R \cdot (i_d^2(t) + i_q^2(t))$	$2 \cdot R \cdot (i_d^2(t) + i_q^2(t))$

Question 24. Quelle valeur faut-il imposer au courant $i_d(t)$ pour maximiser le rendement du moteur synchrone triphasé ?

A)	B)	C)	D)
$i_d(t) = 0 \text{ A}$	$i_d(t) = i_q(t) = 0 \text{ A}$	$i_d(t) = i_q(t)$	$i_d(t) = -i_q(t)$

Question 25. Dans l'objectif de contrôler les courants électriques, et avec la valeur du courant $i_d(t)$ adaptée, les boucles d'asservissement des courants sont telles que

A)	B)	C)	D)
La boucle de courant $i_q(t)$ est en régulation, et celle du courant $i_d(t)$ est en régulation	La boucle de courant $i_q(t)$ est en poursuite, et celle du courant $i_d(t)$ est en régulation	La boucle de courant $i_q(t)$ est en régulation, et celle du courant $i_d(t)$ est en poursuite	La boucle de courant $i_q(t)$ est en poursuite, et celle du courant $i_d(t)$ est en poursuite

On considère par la suite que la boucle de courant relative à l'asservissement du courant $i_d(t)$ est parfaite, c'est-à-dire que le courant $i_d(t)$ peut être considéré nul quel que soit l'instant t choisi.

Question 26. Dans les conditions énoncées ci-dessus, déterminer l'expression du coefficient de force contre-électromotrice k_e tel que $e_q(t) = k_e \cdot \omega(t)$ comme dans les équations d'un moteur à courant continu à aimant permanent.

A)	B)	C)	D)
$k_e = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \phi_f$	$k_e = 0$	$k_e = L + \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \phi_f$	$k_e = 1$

II ÉTUDE DE LA BOUCLE DE COURANT $i_q(t)$

Objectif

Procéder au dimensionnement des paramètres du correcteur de la boucle de courant $i_q(t)$.

On considère le schéma-bloc de la figure 8 relatif au modèle de l'actionneur, où :

- $V_q(p)$ représente l'image de la tension $v_q(t)$ dans le domaine de Laplace ;
- $I_q(p)$ représente l'image du courant $i_q(t)$ dans le domaine de Laplace.

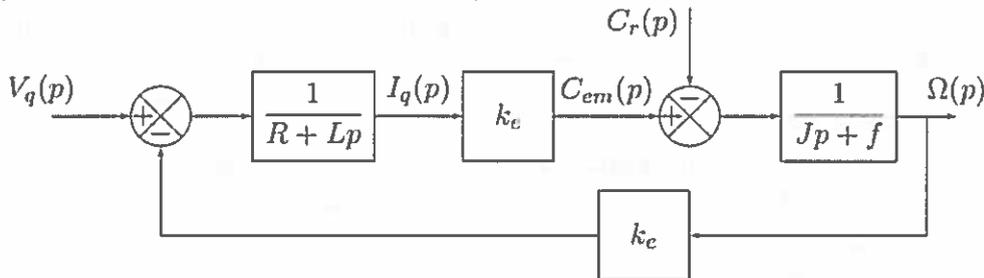


Figure 8 – Modèle de l'actionneur selon l'axe q

Question 27. La fonction de transfert $\frac{I_q(p)}{V_q(p)}$ s'écrit

A)	B)
$\frac{1}{R + L \cdot p}$	$\frac{k_e \cdot (R + L \cdot p)}{k_e^2 + (R + L \cdot p)^2}$
C)	D)
$\frac{k_e}{k_e^2 + R \cdot f} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(R \cdot J + L \cdot f)}{k_e^2 + R \cdot f} \cdot p + \frac{L \cdot J \cdot p^2}{k_e^2 + R \cdot f}}$	$\frac{f}{k_e^2 + R \cdot f} \cdot \frac{1 + \frac{J}{f} \cdot p}{1 + \frac{(R \cdot J + L \cdot f)}{k_e^2 + R \cdot f} \cdot p + \frac{L \cdot J \cdot p^2}{k_e^2 + R \cdot f}}$

On note pour la suite :

- $I_q(p)$ représente le courant $i_q(t)$ dans le domaine de Laplace ;
- $I_q^*(p)$ représente la consigne de courant $i_q^*(t)$ dans le domaine de Laplace ;
- $C_i(p)$ représente le correcteur du type proportionnel de gain K de la boucle de courant $i_q(t)$;
- k_i le gain du capteur de courant considéré unitaire.

Question 28. La fonction de transfert $\frac{I_q(p)}{I_q^*(p)}$ s'écrit

A)	B)
$\frac{K}{R + K} \cdot \frac{1}{1 + \frac{L}{R + K} \cdot p}$	$\frac{K \cdot k_e}{K \cdot k_e + R \cdot k_e^2 + L \cdot k_e^2 \cdot p}$
C)	D)
$\frac{K \cdot k_e}{K \cdot k_e + k_e^2 + R \cdot f} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(R \cdot J + L \cdot f)}{K \cdot k_e + k_e^2 + R \cdot f} \cdot p + \frac{L \cdot J \cdot p^2}{K \cdot k_e + k_e^2 + R \cdot f}}$	$\frac{K \cdot k_e}{K \cdot k_e + k_e^2 + R \cdot f} \cdot \frac{\left(1 + \frac{J}{f} \cdot p\right)}{1 + \frac{(R \cdot J + L \cdot f)}{K \cdot k_e + k_e^2 + R \cdot f} \cdot p + \frac{L \cdot J \cdot p^2}{K \cdot k_e + k_e^2 + R \cdot f}}$

On fournit sur la figure 9 des résultats de simulation de la boucle de courant $i_q(t)$ pour une consigne de courant en créneaux d'amplitude $\pm 1A$ de fréquence 500 Hz.

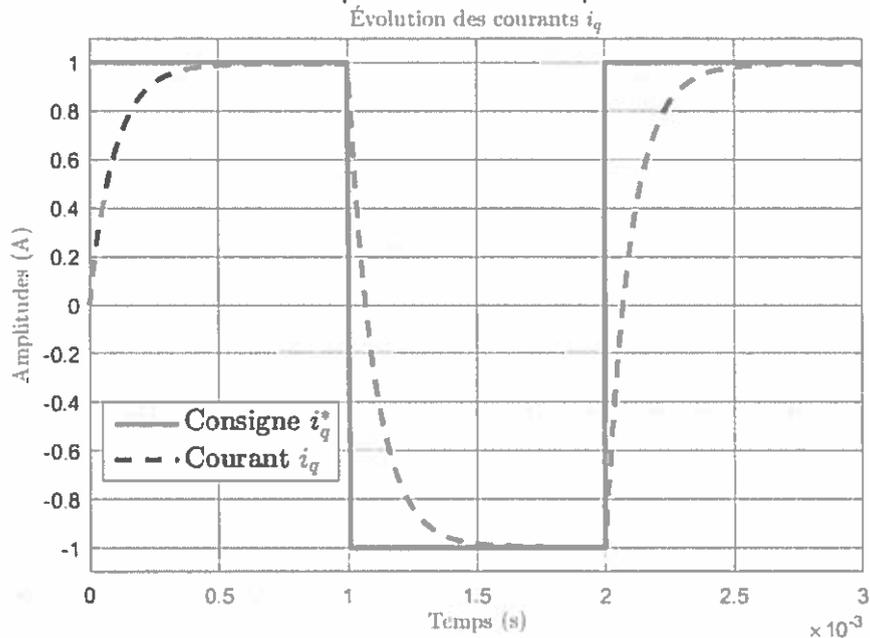


Figure 9 – Résultats de simulation de la boucle de courant $i_q(t)$

Question 29. Proposer un modèle de comportement de la boucle de courant

$$\frac{i_q(p)}{i_q^*(p)}$$

A)	B)	C)	D)
2	0.5	1	1
$\frac{2}{1 + 10 \cdot 10^{-4} \cdot p}$	$\frac{0.5}{1 + 30 \cdot 10^{-4} \cdot p}$	$\frac{1}{1 + 30 \cdot 10^{-4} \cdot p}$	$\frac{1}{1 + 10 \cdot 10^{-4} \cdot p}$

On fournit sur la figure 10 des résultats de simulation de la boucle de courant $i_q(t)$ pour une consigne de courant en échelon d'amplitude 1A.

Remarque : la durée de la simulation a été modifiée par rapport à la figure 9.

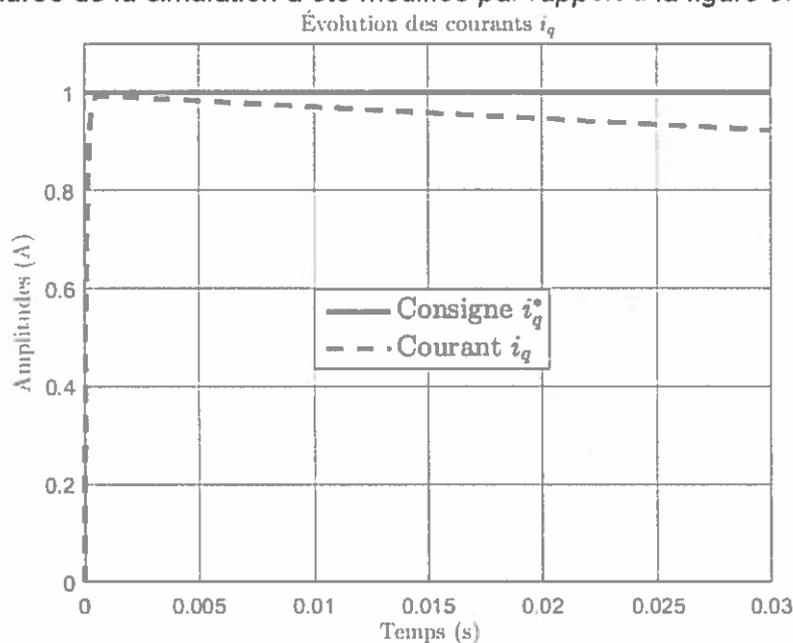


Figure 10 – Résultats de simulation de la boucle de courant $i_q(t)$

Question 30. Quel phénomène est mis en évidence dans la simulation avec une consigne de courant en échelon ?

A)	B)	C)	D)
Phénomène de saturation	Le moteur n'est pas assez puissant, donc le courant absorbé diminue	La vitesse croît et donc agit comme une perturbation sur la boucle de courant	Un problème de choix de solveur numérique

Compte tenu de la rapidité des phénomènes mécaniques mis en jeu, on considère pour la suite que la boucle de courant est unitaire, c'est-à-dire que $\frac{I_q(p)}{I_q^*(p)} = 1$.

III ÉTUDE DE LA BOUCLE DE VITESSE ANGULAIRE

Objectif

Procéder au choix des paramètres du correcteur de la boucle de vitesse.

Le cahier des charges de la boucle de vitesse est fourni dans le tableau 2 ci-dessous.

Exigences	Critère(s)	Niveau(x)
Contrôler la vitesse angulaire de rotation	Stabilité	MG > 40 dB
		$M\phi = 45^\circ$
	Précision	Erreur statique nulle
		Erreur de traînage < 0,01 rad/s pour une rampe de 10 rad/s ²
Rapidité	$\omega_{0dB} = 40$ rad/s de la boucle ouverte	

Tableau 2 – Exigences relatives au contrôle de la vitesse des actionneurs

La figure 11 donne le schéma-bloc partiel de l'asservissement de vitesse angulaire de l'actionneur, en absence de couple résistant $c_r(t)$. Le capteur de vitesse est supposé de gain k_V .

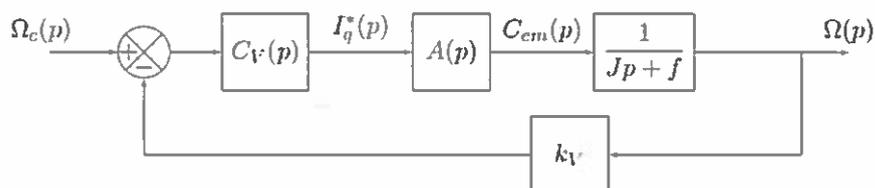


Figure 11 – Schéma-bloc partiel de l'asservissement de vitesse

Question 31. Le bloc manquant de fonction de transfert $A(p)$ dans la figure 11 est

A)	B)	C)	D)
$A(p) = \frac{1}{k_e}$	$A(p) = 1$	$A(p) = \frac{k_e}{R + Lp}$	$A(p) = k_e$

On envisage donc de mettre en place un correcteur $C_V(p)$ avec K_C et K_I positifs tel que représenté sur le schéma-bloc de la figure 12.

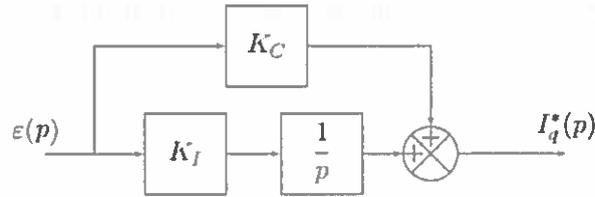


Figure 12 – Schéma-bloc du correcteur $C_V(p)$

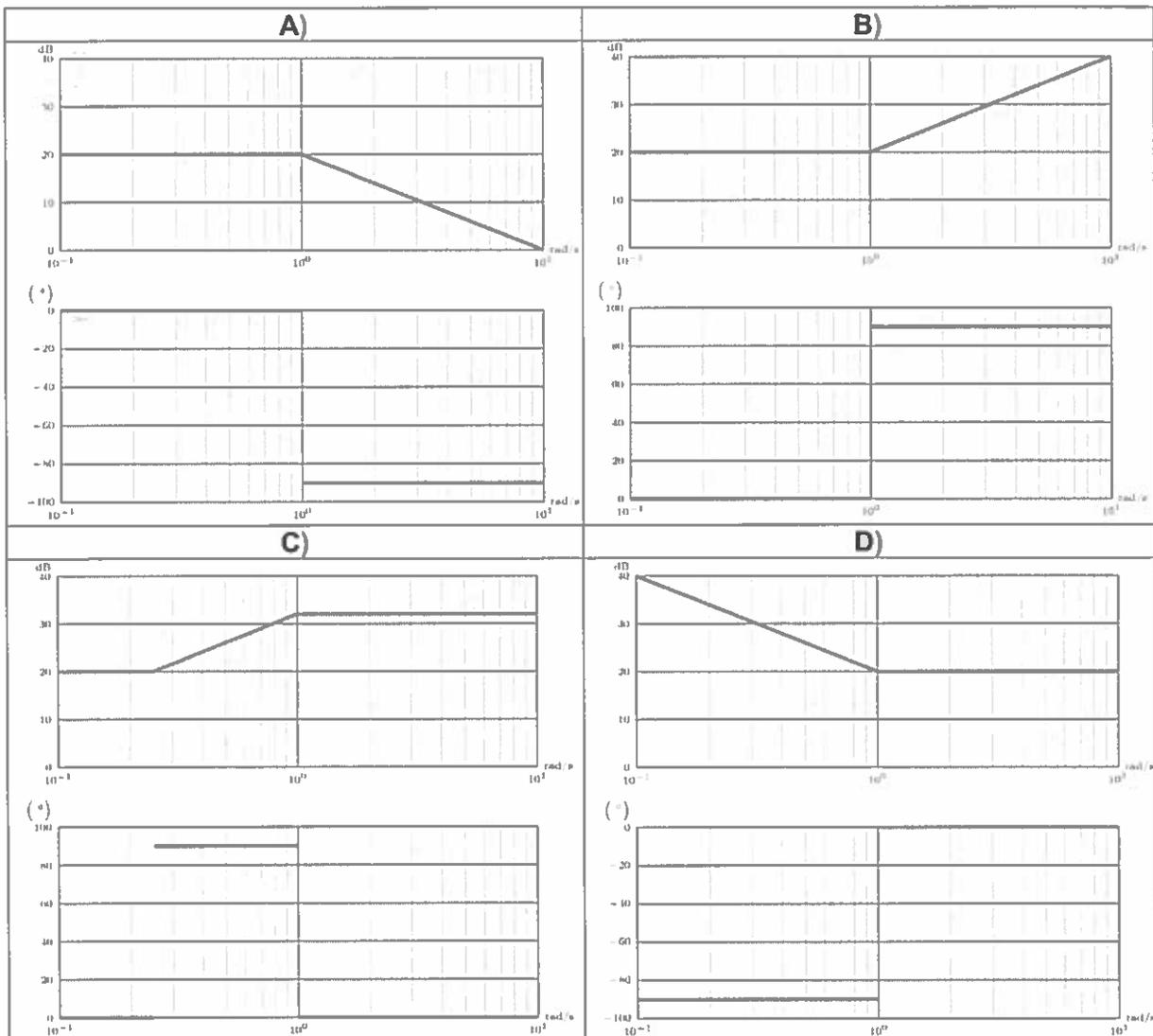
Question 32. La fonction de transfert $C_V(p)$ de ce correcteur est

A)	B)	C)	D)
$C_V(p) = K_C \cdot p + \frac{K_I}{p}$	$C_V(p) = K_C - \frac{K_I}{p}$	$C_V(p) = \frac{K_C \cdot p + K_I}{p}$	$C_V(p) = K_C + \frac{1}{K_I \cdot p}$

Question 33. Le nom de ce correcteur est

A)	B)	C)	D)
Proportionnel Intégral	Proportionnel Dérivé	Proportionnel à avance de phase	Proportionnel à retard de phase

Question 34. L'allure du diagramme de Bode asymptotique de ce correcteur est



Question 35. La fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$ est

A)	B)	C)	D)
$\frac{k_e (K_I \cdot p + K_C)}{p \cdot J \cdot p + f}$	$\frac{k_V \cdot k_e (K_I + K_C \cdot p)}{p \cdot J \cdot p + f}$	$\frac{k_V \cdot k_e}{p} + \frac{(K_I + K_C \cdot p)}{J \cdot p + f}$	$\frac{k_e (K_C \cdot p + K_I)}{p \cdot J \cdot p + f}$

Question 36. L'ordre et la classe de fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$ sont

A)	B)	C)	D)
Ordre : 1 Classe : 1	Ordre : 2 Classe : 1	Ordre : 2 Classe : 0	Ordre : 2 Classe : 2

Question 37. La performance principalement améliorée par la mise en place de ce correcteur est

A)	B)	C)	D)
La stabilité	La précision	La rapidité	Uniquement la marge de gain

On cherche dans un premier temps à déterminer la valeur de K_I en prenant $K_C = 1$. On considère le capteur de vitesse de gain $k_V = 1$.

Question 38. Pour satisfaire le critère de rapidité et de marge de phase, il faut K_I égal à

A)	B)	C)	D)
1	$\frac{\omega_{0dB}}{\tan\left(-\pi + \text{atan}\left(\frac{J \cdot \omega_{0dB}}{f}\right)\right)}$	$\frac{\omega_{0dB}}{\tan\left(-\frac{\pi}{2} + \text{atan}\left(\frac{J \cdot \omega_{0dB}}{f}\right)\right)}$	$\frac{\omega_{0dB}}{\tan\left(-\frac{\pi}{4} + \text{atan}\left(\frac{J \cdot \omega_{0dB}}{f}\right)\right)}$

On donne sur la figure 13 le diagramme de Bode de la fonction de transfert avec une valeur adaptée pour satisfaire la marge de phase le critère de rapidité et pour $K_C = 1$ et $K_V = 1$.

Diagramme de Bode de $FTBO(p)$ pour $K_C = 1$

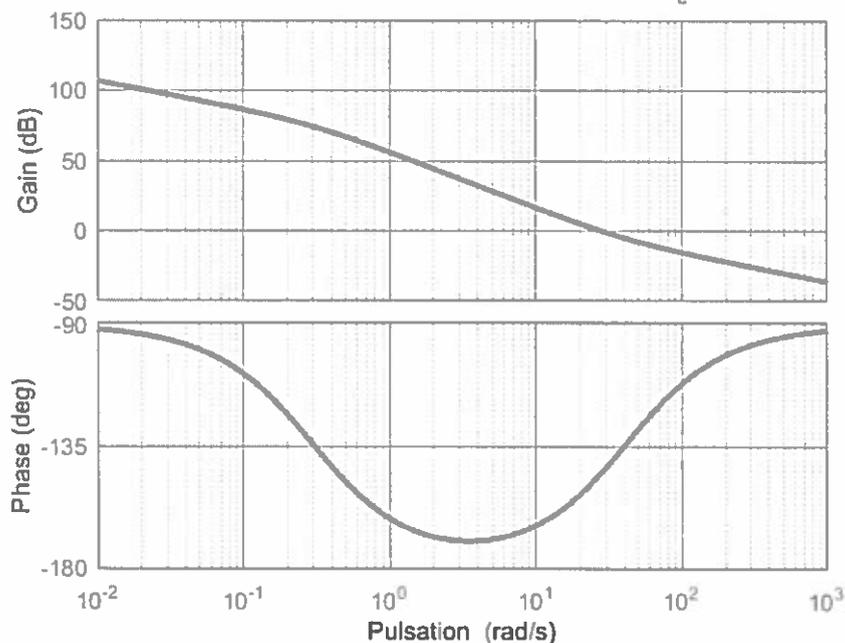


Figure 13 – Diagramme de la $FTBO$ pour $K_C = 1$

Question 39. Pour satisfaire le critère de marge de phase, il faut K_c tel que

A)	B)	C)	D)
$K_c < 0$	$K_c > 1$	$0 < K_c < 1$	$K_c = +\infty$

On suppose pour la suite que les critères associés aux performances de stabilité et de rapidité sont satisfaits.

Question 40. Le cahier des charges est

A)	B)	C)	D)
Satisfait car les erreurs statique et de traînage sont nulles	Non satisfait car les erreurs statique et de traînage sont non nulles	Satisfait car l'erreur statique est nulle et que l'erreur de traînage peut être inférieure à 0,01 rad/s si $K_I > \frac{1\,000.f}{k_p}$	Non satisfait car l'erreur statique est nulle et que l'erreur de traînage est infinie

PARTIE D VALIDATION DU DISPOSITIF DE FREINAGE

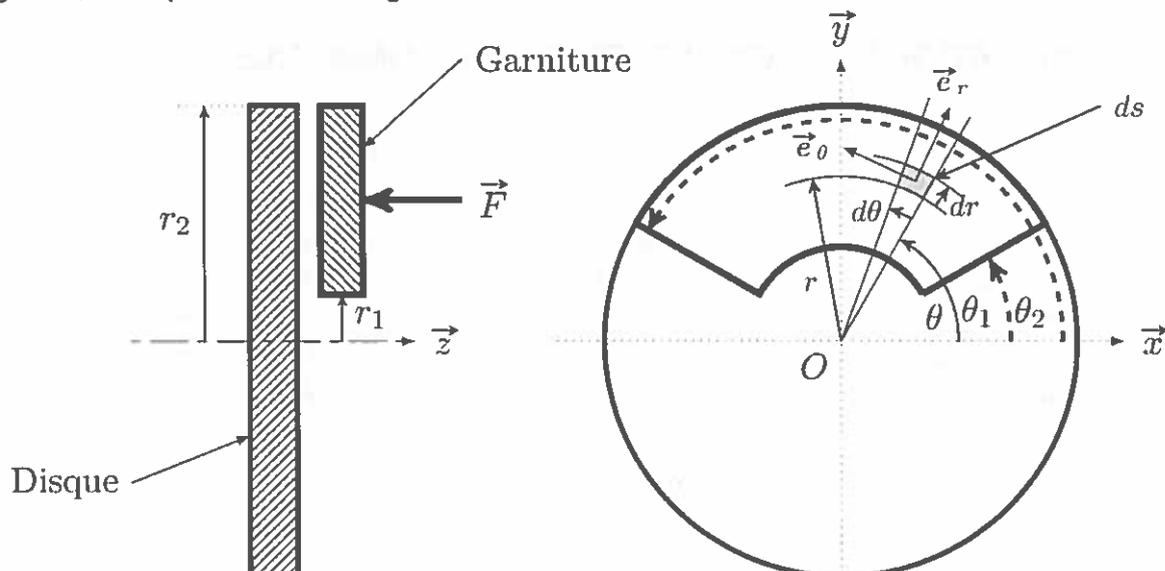
Durant de nombreuses phases de fonctionnement du robot « Danse avec les robots », certaines articulations doivent être maintenues à l'arrêt (phases d'approche ...). De même, aux moments où les passagers montent et descendent des sièges, le robot doit être immobile, et les actionneurs doivent être maintenus sans mouvement. De nombreuses solutions existent pour maintenir bloquées ces liaisons, parmi lesquelles les freins mécaniques où un disque est maintenu bloqué par le contact d'une ou plusieurs garnitures.

I MODÉLISATION LOCALE DES ACTIONS DE CONTACT

Objectif

Mettre en place la modélisation locale des actions mécaniques de contact entre la garniture et le disque.

La représentation du dispositif de freinage, associé à chaque axe des liaisons pivots de la figure 4, est représenté sur la figure 14.



On note ds un petit élément de surface de contact entre la garniture et le disque, K un point de cet élément de surface, f le coefficient de frottement statique entre les 2 matériaux du disque et de la garniture, p la pression surfacique, supposée uniforme, résultant de l'effort \vec{F} .

On considère que la tendance au mouvement du disque est décrite dans le sens horaire, afin d'obtenir un couple de freinage C_f positif.

Question 41. Déterminer le sens de la résultante de l'action mécanique tangentielle de l'élément de surface ds de la garniture sur le disque au point K.

A)	B)	C)	D)
\vec{z}	$-\vec{e}_r$	\vec{e}_θ	$-\vec{e}_\theta$

Question 42. Donner le torseur d'action mécanique local sur l'élément de surface ds de la garniture sur le disque en O , noté $\{dT_{g \rightarrow d}\}_O$.

A)	B)	C)	D)
$\left\{ \begin{array}{l} -p \cdot ds \cdot \vec{z} + f \cdot p \cdot ds \cdot \vec{e}_\theta \\ r \cdot p \cdot ds \cdot \vec{e}_\theta + r \cdot f \cdot p \cdot ds \cdot \vec{z} \end{array} \right\}_O$	$\left\{ \begin{array}{l} p \cdot ds \cdot \vec{z} + f \cdot p \cdot ds \cdot \vec{e}_\theta \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O$	$\left\{ \begin{array}{l} p \cdot ds \cdot \vec{z} - f \cdot p \cdot ds \cdot \vec{e}_\theta \\ r \cdot p \cdot ds \cdot \vec{e}_\theta - r \cdot f \cdot p \cdot ds \cdot \vec{z} \end{array} \right\}_O$	$\left\{ \begin{array}{l} p \cdot ds \cdot \vec{z} \\ -r \cdot p \cdot ds \cdot \vec{e}_\theta \end{array} \right\}_O$

II MODÉLISATION GLOBALE

_____ Objectif _____
 Déterminer l'action mécanique globale de contact entre la garniture et le disque.

Question 43. Donner l'expression de C_f , couple de freinage, en fonction de p , f et des caractéristiques dimensionnelles de la garniture.

A)	B)
$p \cdot f \cdot \frac{R_2^2 - R_1^2}{3} \cdot (\theta_2 - \theta_1)$	$p \cdot f \cdot \frac{R_2^3 - R_1^3}{3} \cdot (\theta_2 - \theta_1)$
C)	D)
$\frac{p}{f} \cdot \frac{R_2^2 - R_1^2}{3} \cdot (\theta_2 - \theta_1)$	$\frac{p}{f} \cdot \frac{R_2^3 - R_1^3}{3} \cdot (\theta_2 - \theta_1)$

III VALIDATION DE L'ARCHITECTURE DE COMMANDE DU FREIN

_____ Objectif _____
 Vérifier le choix du frein sur le critère de maintien à l'arrêt.

L'effort presseur \vec{F} est généré par un actionneur électrique du type moteur à courant continu à aimants permanents alimenté par un modulateur d'énergie du type hacheur série. La rotation de l'arbre de l'actionneur est réduite par un transmetteur de rapport k_{red} entraînant en rotation un dispositif vis-écrou de pas p_v . L'écrou tentant de se déplacer exerce alors un effort presseur sur la garniture qui agit alors sur le disque, provoquant ainsi le freinage de l'axe concerné.

Les équations du moteur à courant continu à aimants permanents, sont rappelées ci-dessous dans le domaine temporel.

$$u_a(t) = e(t) + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}; e(t) = k_m \cdot \omega(t); c_m(t) = k_m \cdot i(t); J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} = c_m(t) - c_r(t)$$

où R représente la résistance électrique de l'induit, L l'inductance de l'induit, k_m le coefficient de couplage électromécanique et J le moment d'inertie équivalent à l'ensemble des pièces en mouvement ramené sur l'axe de rotation de l'actionneur. $c_r(t)$ représente l'action mécanique résistance ramené sur l'axe de rotation de l'actionneur due au contact entre les garnitures et le disque.

Un extrait du cahier des charges fonctionnel à l'exigence de maintien à l'arrêt d'un des axes est fourni dans le tableau 3.

Exigence	Critères	Niveaux
Générer un effort presseur sur les disques pour chaque axe du robot	Stabilité	$D_1^{\%} \leq 40\%$
	Rapidité	$t_{r5\%} \leq 40 \text{ ms}$

Tableau 3 – Exigence relative au dispositif de génération de l'effort presseur

On donne sur la figure 15 le schéma-bloc de simulation acausale de la structure permettant la gestion de l'effort presseur des garnitures sur le disque.

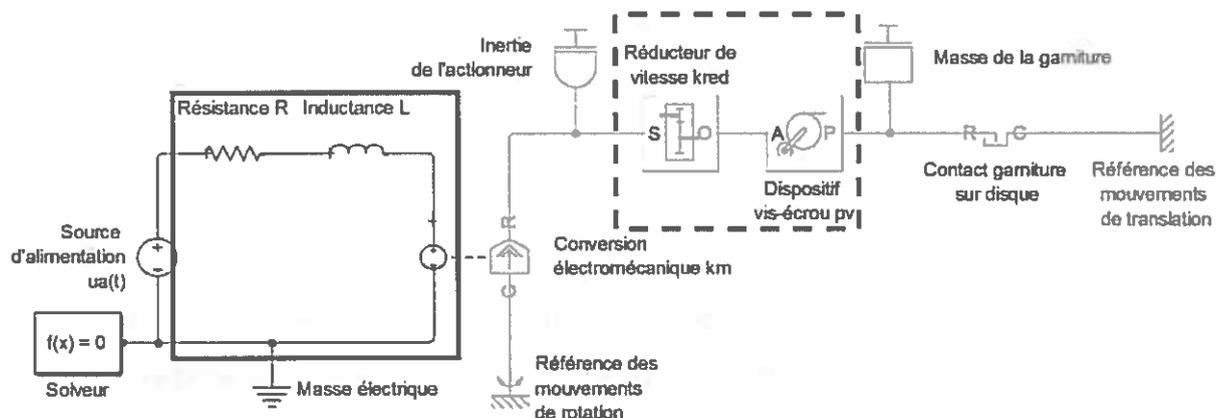


Figure 15 – Schéma-bloc acausal du dispositif de génération de l'effort presseur

Question 44. La zone entourée en trait continu sur la figure 15 correspond

A)	B)	C)	D)
Au modèle complet de l'actionneur	Au circuit magnétique de l'actionneur	Au contact entre la garniture et le disque	Au circuit électrique de l'actionneur

Question 45. La zone entourée en trait discontinu sur la figure 15 correspond

A)	B)	C)	D)
À un capteur de vitesse angulaire	Au contact garniture sur disque	Au dispositif de transmission de mouvement	Au frottement entre la garniture et le disque

On donne sur la figure 16 les résultats de simulation du modèle décrit sur la figure 15.

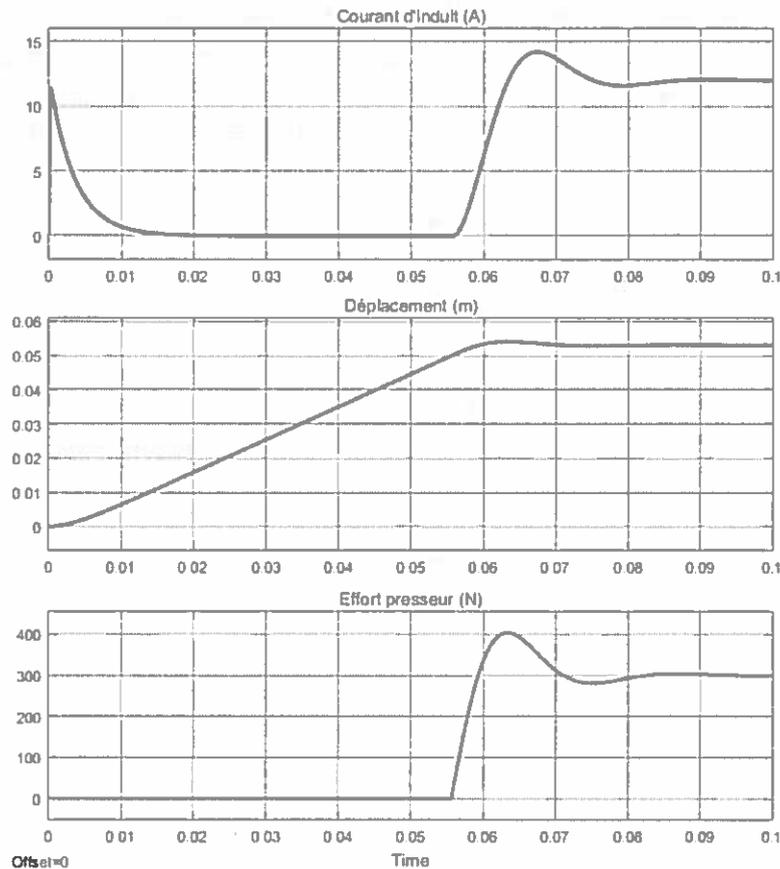


Figure 16 – Résultats de simulation du dispositif de génération de l'effort presseur

Question 46. La constante de temps électrique de l'actionneur est d'environ

A)	B)	C)	D)
20 ms	5 ms	15 ms	10 ms

Question 47. L'intervalle de temps compris entre 0 et 0,57 s correspond à

A)	B)	C)	D)
Un fonctionnement à vide de l'actionneur	Un problème de durée de simulation	Un problème de choix du solveur	Un problème de choix du pas de calcul du solveur

Question 48. À l'instant $t=0,57$ s,

A)	B)	C)	D)
L'actionneur se met en mouvement de rotation et génère l'effort presseur	L'actionneur se met en mouvement mais ne génère pas l'effort presseur	L'actionneur est déjà en rotation et il y a contact entre la garniture et le disque	L'actionneur est déjà en rotation, et il n'y a pas de contact entre la garniture et le disque

Question 49. La grandeur de commande pour régler l'effort presseur est

A)	B)	C)	D)
Le rapport cyclique du modulateur d'énergie	La tension électrique d'alimentation du moteur	Le rapport de réduction du réducteur de vitesse	Le pas du dispositif vis-écrou

Question 50. Le cahier des charges relatif au dispositif de génération de l'effort presseur est

A)	B)	C)	D)
Validé car les 2 critères du cahier des charges sont satisfaits	Non validé car seul le critère de stabilité est satisfait	Non validé car seul le critère de rapidité est satisfait	Non validé car aucun des 2 critères n'est satisfait



ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Département Admissions et
Vie des Campus

Toulouse, le 12 avril 2017

DE : My-Ngoc SENGTHAVISOUK	Tél .: +33 (0) 5 62 17 41 83	Fax : +33 (0) 5 62 17 40 79
A : TOUS LES CHEFS DE CENTRE		

Nombre de pages (y compris celle-ci) : 1

ICNA 2017

ERRATA

POUR L'ÉPREUVE DE Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Page 22, question 47

Au lieu de : « L'intervalle de temps compris entre 0 et 0,57 s correspond à »

Lire : « L'intervalle de temps compris entre 0 et 0,057 s correspond à »

Page 22, question 48

Au lieu de : A l'instant $t = 0,57s$

Lire : A l'instant $t = 0,057s$

