

## Proposition de corrigé

Concours : **ATS**

Année : **2021**

Filière : **ATS**

Épreuve : **Sciences Industrielles pour l'Ingénieur**

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](https://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

### A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

### Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : [corrigesconcours@upsti.fr](mailto:corrigesconcours@upsti.fr).

### Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : [www.upsti.fr](https://www.upsti.fr)

L'équipe UPSTI

# Plateforme PELEM - Plateforme dynamique 6 axes couplée à un simulateur de vol et un casque d'immersion

## II - Préambule : vol d'un CESSNA 172 en « virage symétrique »

### Objectif :

Vérifier l'exigence Id 1.03 : Le facteur de charge doit être inférieur à 1,25 pour être considéré comme non impactant sur le pilote.

**Question 1** Exprimer la vitesse  $\overline{V_{G/R_0}}$  en fonction de  $\theta$  et  $R$  dans la base  $(\overrightarrow{x'_0}; \overrightarrow{y'_0}; \overrightarrow{z'_0})$ . On nommera  $R_0$  le repère  $(O; \overrightarrow{x_0}; \overrightarrow{y_0}; \overrightarrow{z_0})$ .

$$\text{Par définition, } \overline{V_{G/R_0}} = \left. \frac{d\overline{OG}}{dt} \right|_{R_0} = -R \left. \frac{d\overrightarrow{y'_0}}{dt} \right|_{R_0} \Leftrightarrow \boxed{\overline{V_{G/R_0}} = R\dot{\theta}\overrightarrow{x'_0}}$$

**Question 2** Pendant la durée du virage, exprimer l'accélération  $\overline{\Gamma_{G/R_0}}$  dans la base  $(\overrightarrow{x'_0}; \overrightarrow{y'_0}; \overrightarrow{z'_0})$  en fonction de la vitesse  $V = \|\overline{V_{G/R_0}}\|$  et du rayon  $R$ .

$$\text{Par définition, } \overline{\Gamma_{G/R_0}} = \left. \frac{d\overline{V_{G/R_0}}}{dt} \right|_{R_0} = R\dot{\theta}^2\overrightarrow{y'_0} \text{ puisque } \dot{\theta} \text{ est constant. D'après la question précédente, on a } V = R\dot{\theta}$$

$$\text{d'où } \boxed{\overline{\Gamma_{G/R_0}} = \frac{V^2}{R}\overrightarrow{y'_0}}$$

**Question 3** En appliquant le principe fondamental de la dynamique, déterminer la force de portance et l'accélération de l'avion en fonction de  $\alpha$  pour effectuer un virage à vitesse constante.

On isole  $E = \{\text{avion} + \text{pilote}\}$ .

BAME :

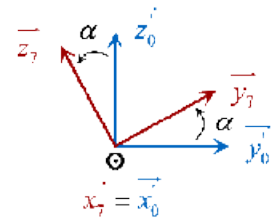
- Action de la pesanteur sur E  $\{\mathcal{E}_{pes \rightarrow E}\} = \begin{Bmatrix} -P\overrightarrow{z'_0} \\ \overrightarrow{0} \end{Bmatrix}_G$
- Action de l'hélice sur l'avion  $\{\mathcal{E}_{hél \rightarrow avion}\} = \begin{Bmatrix} T\overrightarrow{x'_0} \\ \overrightarrow{0} \end{Bmatrix}_A$
- Action de l'air sur l'avion  $\{\mathcal{E}_{air \rightarrow avion}\} = \begin{Bmatrix} F_z\overrightarrow{z'_0} - F_x\overrightarrow{x'_0} \\ \overrightarrow{0} \end{Bmatrix}_K$

On applique le PFD en résultante :  $-P\overrightarrow{z'_0} + T\overrightarrow{x'_0} + F_z\overrightarrow{z'_0} - F_x\overrightarrow{x'_0} = M\overline{\Gamma_{G/R_0}}$  en notant  $M$  la masse de l'ensemble E.

On note  $\Gamma = \|\overline{\Gamma_{G/R_0}}\|$ .

On projette cette relation vectorielle sur la base  $(\vec{x}'_0; \vec{y}'_7; \vec{z}'_7)$  :

$$\begin{cases} T - F_x = 0 \\ -P \sin \alpha = M \Gamma \cos \alpha \\ -P \cos \alpha + F_z = -M \Gamma \sin \alpha \end{cases}$$



On a donc  $\Gamma = \frac{-P \tan \alpha}{M} \Leftrightarrow \Gamma = -g \tan \alpha$  et  $F_z = -M \Gamma \sin \alpha + P \cos \alpha = M g \tan \alpha \sin \alpha + M g \cos \alpha \Leftrightarrow F_z = \frac{M g}{\cos \alpha}$ .

**Question 4** En reprenant le résultat de la question Q2, déduire la valeur du rayon de giration de l'avion noté  $R$  sur la figure 6 en fonction de  $V$ ,  $g$  et  $\alpha$ . Faire l'application numérique pour une inclinaison  $\alpha = -18^\circ$ .

D'après la question précédente  $\Gamma = -g \tan \alpha$  et d'après la question 2,  $\Gamma = \frac{V^2}{R}$  donc  $\frac{V^2}{R} = -g \tan \alpha \Leftrightarrow R = \frac{-V^2}{g \tan \alpha}$ .

A.N. :  $R = \frac{-(230/3,6)^2}{9,81 \times \tan\left(-18 \frac{\pi}{180}\right)} \Leftrightarrow R = 1,28 \text{ km}$ .

**Question 5** Combien de temps dure la manœuvre pour faire un virage de  $180^\circ$  ?

D'après la question 1,  $\dot{\theta} = \frac{V}{R}$  et de plus, comme la vitesse est constante, on a  $\dot{\theta} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$  donc  $\Delta t = \frac{R \Delta \theta}{V}$ .

A.N. :  $\Delta t = \frac{R \Delta \theta}{V} = \frac{1,28 \times \pi}{230/3,6} \Leftrightarrow \Delta t = 63 \text{ s}$ .

La manœuvre pour faire un virage de  $180^\circ$  dure environ 1 min.

**Question 6** Déterminer le coefficient de portance  $C_z$  pour le virage symétrique avec une inclinaison de roulis égale à  $\alpha = -18^\circ$ .

En utilisant le graphe de gauche de la figure 9, on relève, pour l'angle d'incidence de  $2^\circ$ ,  $C_z = 0,4$ .

**Question 7** En déduire le coefficient de traînée  $C_x$  ainsi que la force de traction de l'hélice  $T$ . Faire l'application numérique.

En utilisant le graphe de droite de la figure 9, on relève, pour  $C_z = 0,4$ ,  $C_x = 0,006$ .

D'après la question 3, on a  $T = F_x$  et d'après les équations données dans le sujet  $F_x = \frac{C_x}{C_z} F_z$  d'où

$$T = F_x = \frac{C_x}{C_z} F_z \Leftrightarrow T = \frac{C_x}{C_z} \frac{M g}{\cos \alpha}$$

A.N. :  $T = \frac{0,006}{0,4} \times \frac{1100 \times 9,81}{\cos\left(-18 \times \frac{\pi}{180}\right)} \Leftrightarrow T = 170 \text{ N}$

**Question 8** A partir des forces mises en jeu dans l'équilibre du pilote (figure 10), proposer une autre formulation du facteur de charge.

On peut proposer pour expression du facteur de charge :  $n_z = \frac{R_{\text{siège} \rightarrow \text{pilote}}}{m_p g}$ .

Pour vérifier qu'on retrouve bien  $n_z = \frac{1}{\cos\alpha}$ , on détermine  $R_{\text{siège} \rightarrow \text{pilote}}$ .

On isole le pilote.

BAME :

- Action du siège sur le pilote
- Action de la pesanteur sur le pilote

$$\text{PFD en résultante: } \vec{R}_{\text{siège} \rightarrow \text{pilote}} - m_p \vec{g} \vec{z}_0 = m_p \vec{\Gamma}_{G|R_0} \Leftrightarrow R_{\text{siège} \rightarrow \text{pilote}} \vec{z}_\gamma - m_p g \vec{z}_0 = m_p \Gamma_p \vec{y}_0$$

! dans cette partie  $G$  est le centre de gravité du pilote et non plus de l'ensemble E.

On projette cette relation vectorielle sur la base  $(\vec{x}'_0; \vec{y}_\gamma; \vec{z}_\gamma)$  :

$$\begin{cases} -m_p g \sin\alpha = m_p \Gamma_p \cos\alpha \\ R_{\text{siège} \rightarrow \text{pilote}} - m_p g \cos\alpha = -m_p \Gamma_p \sin\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Gamma_p = -g \tan\alpha \\ R_{\text{siège} \rightarrow \text{pilote}} = -m_p \Gamma_p \sin\alpha + m_p g \cos\alpha \end{cases}$$

On a donc 
$$R_{\text{siège} \rightarrow \text{pilote}} = \frac{m_p g}{\cos\alpha}.$$

*Remarque* : les calculs ont la même forme que ceux des questions 3 et 4.

On a alors  $n_z = \frac{R_{\text{siège} \rightarrow \text{pilote}}}{m_p g} = \frac{1}{\cos\alpha}$  ce qui correspond bien à l'expression donnée page 9 du sujet.

**Question 9** Donner la valeur du facteur de charge pour un virage symétrique incliné à  $-18^\circ$

$$\text{A.N.: } n_z = \frac{1}{\cos\left(18 \times \frac{\pi}{180}\right)} \Leftrightarrow \boxed{n_z = 1,05}.$$

**Question 10** Conclure vis-à-vis de l'exigence 1.03.

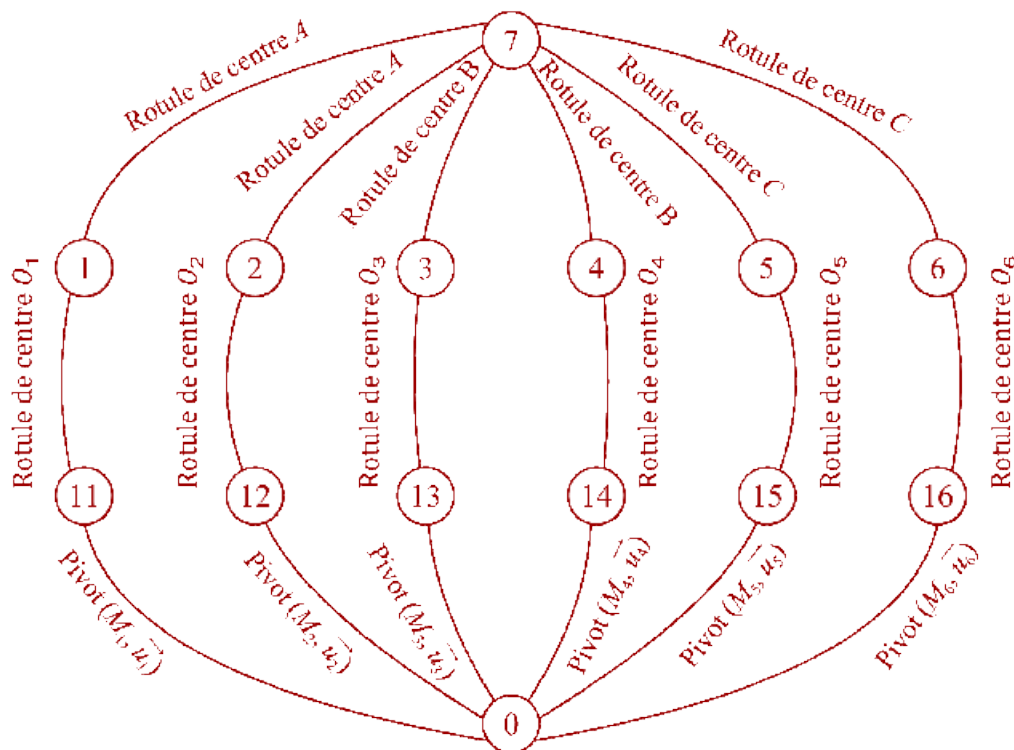
Le facteur de charge trouvé ( $n_z = 1,05$ ) est bien inférieur à la valeur maximale imposée dans le cahier des charges. Le cahier des charges est bien respecté pour ce critère.

### III - Étude mécanique de la motorisation du PELEM

**Objectif :** Aucun objectif.

**Question 11** A partir de la description du simulateur PELEM, reprendre l'ébauche du graphe des liaisons du simulateur PELEM sur feuille de copie. On considérera :

- l'utilisateur comme lié à la plateforme supérieure (7) ;
- chaque manivelle sera en liaison pivot avec la structure inférieure (0).



**Question 12** En vous appuyant sur votre graphe des liaisons, donner le nombre de mobilités utiles et le nombre de mobilités internes. En déduire le degré d'hyperstatisme du mécanisme. Conclure vis-à-vis de la faisabilité de la détermination des couples des motoréducteurs.

Le système permet de positionner le pilote dans l'espace selon les 6 degrés de liberté donc  $m_u = 6$ .

Chaque bielle est en liaison sphérique avec la plateforme et sa manivelle associée. Elles peuvent donc tourner sur elles-mêmes et on obtient  $m_i = 6$ . On a donc une mobilité totale de 12.

$$h = E_c - N_c + m = 6 \times 5 - (6 \times 1 + 12 \times 3) + 12 = 30 - 42 + 12 = 0$$

Le mécanisme est isostatique. On peut donc déterminer toutes les actions mécaniques, en particulier les couples des motoréducteurs.

**Question 13** A partir des vecteurs  $\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{AB}$ , déterminer les composantes du vecteur unitaire  $\overrightarrow{z_7}$  dans la base

$$\mathcal{B}_0(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}).$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -0,328 - 0,653 \\ 0,397 + 0,142 \\ 0,326 - 0,501 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} = \begin{pmatrix} -0,981 \\ 0,54 \\ -0,176 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} -0,328 - 0,653 \\ -0,682 + 0,142 \\ 0,677 - 0,501 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} = \begin{pmatrix} -0,981 \\ -0,54 \\ 0,176 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0}$$

$$\text{On a } \overrightarrow{z_7} = \frac{\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\|}.$$

On calcule les différents termes séparément :

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -0,981 \\ 0,54 \\ -0,176 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} \wedge \begin{pmatrix} -0,981 \\ -0,54 \\ 0,176 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,344 \\ 1,06 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} \quad \text{et } \|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{AC}\| = 1,13$$

On a donc  $\overrightarrow{z_7} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,27 \\ 0,83 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0}$ .

**Question 14** A partir de la somme des vecteurs  $\overrightarrow{CA}$  et  $\overrightarrow{BA}$ , déterminer les composantes du vecteur unitaire  $\overrightarrow{x_7}$  dans la base  $\mathcal{B}_0$ .

On a  $\overrightarrow{x_7} = \frac{\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA}}{\|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA}\|}$  et on trouve  $\overrightarrow{x_7} = \overrightarrow{x_0}$  ce qui correspond bien à la figure 11.

**Question 15** En déduire les composantes du vecteur unitaire  $\overrightarrow{y_7}$  dans la base  $\mathcal{B}_0(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ .

On a  $\overrightarrow{y_7} = \overrightarrow{z_7} \wedge \overrightarrow{x_7}$  soit  $\overrightarrow{y_7} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,27 \\ 0,83 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,83 \\ -0,27 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0}$ .

**Question 16** A partir des résultats des questions précédentes, donner les orientations de la plateforme supérieure (7) par rapport à la structure inférieure (0) autour des axes  $(A, \overrightarrow{x_0})$ ,  $(A, \overrightarrow{y_0})$ ,  $(A, \overrightarrow{z_0})$ .

Comme  $\overrightarrow{x_7} = \overrightarrow{x_0}$ , la seule rotation est celle autour de l'axe  $(A, \overrightarrow{x_0})$ . Pour cette rotation, l'angle correspondant est l'angle  $\alpha$  tel que  $\begin{cases} \overrightarrow{y_7} \cdot \overrightarrow{y_0} = \cos \alpha \\ \overrightarrow{y_7} \cdot \overrightarrow{z_0} = \sin \alpha \end{cases}$  soit  $\alpha = \text{atan} \left( \frac{-0,27}{0,83} \right) = -0,31 \text{ rad}$ . On retrouve  $\alpha = -18^\circ$ .

**Question 17** Après avoir exprimé les composantes du vecteur  $\overrightarrow{AG}$  dans la base  $\mathcal{B}_0(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ , déterminer celles du vecteur  $\overrightarrow{OG}$ .

$\overrightarrow{AG} = -\ell_1 \overrightarrow{x_7} + \ell_2 \overrightarrow{z_7} = -\ell_1 \overrightarrow{x_0} + \ell_2 (\cos \alpha \overrightarrow{z_0} - \sin \alpha \overrightarrow{y_0})$  donc  $\overrightarrow{AG} = \begin{pmatrix} -\ell_1 \\ -\ell_2 \sin \alpha \\ \ell_2 \cos \alpha \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0}$ .

On peut maintenant calculer  $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AG} = \begin{pmatrix} 0,653 \\ -0,142 \\ 0,501 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} + \begin{pmatrix} -0,5 \\ -0,8 \times \sin(-18^\circ) \\ 0,8 \times \cos(-18^\circ) \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OG} = \begin{pmatrix} -0,153 \\ 0,105 \\ 1,262 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0}$ .

**Question 18** Justifier que l'expression de l'accélération linéaire vaut  $a = \frac{d^2 y}{dt^2} = 0,3 \text{ m.s}^{-2}$  et que l'accélération angulaire vaut  $\gamma = \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -0,63 \text{ rad.s}^{-2}$ .

L'accélération linéaire  $a$  est constante et la vitesse initiale est nulle donc  $\frac{dy}{dt} = a \Delta t$  et  $\Delta y = \frac{a \Delta t^2}{2}$ .

On a donc  $a = \frac{2\Delta y}{\Delta t^2}$ . En faisant l'application numérique, on retrouve bien  $a = \frac{d^2 y}{dt^2} = 0,3 \text{ m.s}^{-2}$ .

De même, pour l'accélération angulaire,  $\gamma = \frac{2\Delta\alpha}{\Delta t^2}$  et on retrouve bien  $\gamma = \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -0,63 \text{ rad.s}^{-2}$ .

**Question 19** Déterminer le torseur cinématique en  $G$  de la plateforme supérieure (7) dans son mouvement par rapport à la structure inférieure (0). En déduire l'accélération du point  $G$  appartenant à la plateforme supérieure (7) dans son mouvement par rapport à la structure inférieure (0) en fonction de  $a$ ,  $\gamma$ ,  $\dot{\alpha}$  et de la géométrie.

! \ Dans la suite,  $G$  est maintenant le centre de gravité de la plateforme et de l'utilisateur.

Par définition,  $\{\mathcal{V}_{7/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overline{\Omega}_{7/0} \\ \overline{V}_{G \in 7/0} \end{array} \right\}_G$  avec  $\overline{\Omega}_{7/0} = \dot{\alpha} \overline{x}_0$ .

$$\overline{V}_{G \in 7/0} = \overline{V}_{O \in 7/0} + \overline{GO} \wedge \dot{\alpha} \overline{x}_0 = \frac{dy}{dt} \overline{x}_0 - \begin{pmatrix} 0,153 \\ 0,105 \\ 1,262 \end{pmatrix}_{\mathbb{R}_0} \wedge \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathbb{R}_0} \Leftrightarrow \overline{V}_{G \in 7/0} = \begin{pmatrix} \frac{dy}{dt} \\ -1,262\dot{\alpha} \\ 0,105\dot{\alpha} \end{pmatrix}_{\mathbb{R}_0}$$

On a donc  $\{\mathcal{V}_{7/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha} \overline{x}_0 \\ \frac{dy}{dt} \overline{x}_0 - 1,262\dot{\alpha} \overline{y}_0 + 0,105\dot{\alpha} \overline{z}_0 \end{array} \right\}_G$ .

En dérivant, on a directement  $\overline{\Gamma}_{G/\mathbb{R}_0} = a \overline{x}_0 - 1,262 \gamma \overline{y}_0 + 0,105 \gamma \overline{z}_0$ .

**Question 20** Les valeurs des paramètres d'inertie au point  $G$  de la plateforme supérieure (7) vous semblent-elles cohérentes ? Justifier.

Le solide (7) admet pour plan de symétrie le plan  $(G, \overline{x}_7, \overline{y}_7, \overline{z}_7)$ , de normale  $\overline{y}_7$  donc  $D = F = 0$ . En effet, avec les valeurs données dans le sujet, on retrouve bien  $D$  et  $F$  très faibles. Il est difficile d'avoir un avis sur les autres valeurs de la matrice d'inertie.

**Question 21** En déduire le torseur cinétique en  $G$  de la plateforme supérieure (7) dans son mouvement par rapport à la structure inférieure (0) en fonction des inerties et masse, de  $\dot{y}$  et de  $\dot{\alpha}$ .

Par définition,  $\{\mathcal{C}_{7/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} m \overline{V}_{G/0} \\ \overline{\sigma}_{G \in 7/0} \end{array} \right\}_G$ . La vitesse a déjà été calculée à la question 19.

Comme on calcule le moment cinétique au centre d'inertie du solide, on a directement :

$$\overline{\sigma}_{G \in 7/0} = \overline{I}_{G,(7)} \overline{\Omega}_{7/0} = \begin{bmatrix} A & 0 & -E \\ 0 & B & 0 \\ -E & 0 & C \end{bmatrix}_{\mathbb{B}_7} \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathbb{B}_7} = \begin{pmatrix} A\dot{\alpha} \\ 0 \\ -E\dot{\alpha} \end{pmatrix}_{\mathbb{B}_7}$$

On a donc  $\{\mathcal{C}_{7/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} m \left( \frac{dy}{dt} \overline{x}_0 - 1,262\dot{\alpha} \overline{y}_0 + 0,105\dot{\alpha} \overline{z}_0 \right) \\ A\dot{\alpha} \overline{x}_0 - E\dot{\alpha} \overline{z}_0 \end{array} \right\}_G$

**Question 22** Exprimer le torseur dynamique en  $G$  de la plateforme supérieure (7) dans son mouvement par rapport à la structure inférieure (0) en fonction des inerties et masse, de  $a$ ,  $\gamma$  et de  $\dot{\alpha}$ . Vous exprimerez ce torseur dans la base  $\mathcal{B}_0$ .

Comme on calcule le moment dynamique au centre d'inertie du solide, on a directement :

$$\overrightarrow{\delta_{G \in 7/0}} = \left. \frac{d \overrightarrow{\sigma_{G \in 7/0}}}{dt} \right|_{\mathcal{R}_0} = A\gamma \overrightarrow{x_0} - E\gamma \overrightarrow{z_7} + E\dot{\alpha}^2 \overrightarrow{y_7}$$

$$\text{Ainsi } \left\{ \mathcal{D}_{7/0} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} m(a\overrightarrow{x_0} - 1,262\gamma\overrightarrow{y_0} + 0,105\gamma\overrightarrow{z_0}) \\ A\gamma\overrightarrow{x_0} + (E\gamma\sin\alpha + E\dot{\alpha}^2\cos\alpha)\overrightarrow{y_0} + (E\dot{\alpha}^2\sin\alpha - E\gamma\cos\alpha)\overrightarrow{z_0} \end{array} \right\}_G$$

**Question 23** A partir des coordonnées des points aux extrémités de la bielle (1), déterminer les composantes du vecteur  $\overrightarrow{n_1}$  dans la base  $\mathcal{B}_0$ .

$$\text{On a } \overrightarrow{n_1} = \frac{\overrightarrow{O_1A}}{\|\overrightarrow{O_1A}\|}.$$

$$\overrightarrow{O_1A} = \begin{pmatrix} 0,653 - 0,614 \\ -0,142 + 0,145 \\ 0,501 + 0,067 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} = \begin{pmatrix} 0,039 \\ 0,003 \\ 0,568 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} \text{ et } \|\overrightarrow{O_1A}\| = 0,569 \text{ donc } \overrightarrow{n_1} = \begin{pmatrix} 0,069 \\ 0,005 \\ 0,998 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0}$$

On peut donc considérer que  $\overrightarrow{n_1} = \overrightarrow{z_0}$ .

**Question 24** En déduire le torseur d'actions mécaniques en  $A$  de la bielle (1) sur la plateforme supérieure (7) en fonction de  $F_1$ .

$$\text{D'après la définition de l'action de 1 sur 7, on a } \left\{ \mathcal{E}_{1 \rightarrow 7} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} F_1 \overrightarrow{n_1} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A \text{ donc } \left\{ \mathcal{E}_{1 \rightarrow 7} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} F_1 \overrightarrow{z_0} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A.$$

**Question 25** Donner l'expression du torseur d'action mécanique en  $G$  de la bielle (1) sur la plateforme supérieure (7) en fonction de  $F_1$ .

En utilisant la formule de Varignon, on a :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_{G,1 \rightarrow 7}} = \overrightarrow{\mathcal{M}_{A,1 \rightarrow 7}} + \overrightarrow{GA} \wedge F_1 \overrightarrow{z_0} = (\ell_1 \overrightarrow{x_7} - \ell_2 \overrightarrow{z_7}) \wedge F_1 \overrightarrow{z_0} = -\ell_1 F_1 \overrightarrow{y_0} + \ell_2 F_1 \sin\alpha \overrightarrow{x_0}$$

$$\text{Ainsi } \left\{ \mathcal{E}_{1 \rightarrow 7} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} F_1 \overrightarrow{z_0} \\ -\ell_1 F_1 \overrightarrow{y_0} + \ell_2 F_1 \sin\alpha \overrightarrow{x_0} \end{array} \right\}_A.$$



**Question 26** Appliquer le principe fondamental de la dynamique à la plateforme supérieure (7) et en déduire un système de 6 équations.

En appliquant le PFD à la plateforme et à l'utilisateur (en négligeant la masse de l'utilisateur devant celle de la plateforme), on a directement avec les données du sujet :

$$\begin{cases} 0,085 F_2 + 0,089 F_3 + 0,179 F_4 + 0,174 F_5 - 0,21 F_6 = m a \\ -0,492 F_2 - 0,549 F_3 - 0,470 F_4 - 0,310 F_5 + 0,11 F_6 = -1,262 m \gamma \\ F_1 + 0,866 F_2 + 0,831 F_3 + 0,865 F_4 + 0,935 F_5 + 0,971 F_6 - m g = 0,105 m \gamma \\ \ell_2 F_1 \sin \alpha - 0,352 F_3 - 0,384 F_4 + 0,449 F_5 + 0,504 F_6 = A \gamma \\ -\ell_1 F_1 + 0,665 F_2 - 0,161 F_3 - 0,153 F_4 - 0,229 F_5 - 0,17 F_6 = E \gamma \sin \alpha + E \dot{\alpha}^2 \cos \alpha \\ 0,378 F_2 - 0,069 F_3 - 0,003 F_4 - 0,160 F_5 + 0,089 F_6 = -E \gamma \cos \alpha + E \dot{\alpha}^2 \sin \alpha \end{cases}$$

**Question 27** Ecrire la matrice  $[A_{FM}]$  avec les valeurs numériques de ses coefficients.

A partir du système de l'équation précédente, on a directement :

$$[A_{FM}] = \begin{bmatrix} 0 & 0,085 & 0,089 & 0,179 & 0,174 & -0,21 \\ 0 & -0,492 & -0,549 & -0,47 & -0,31 & 0,11 \\ 1 & 0,866 & 0,831 & 0,865 & 0,935 & 0,971 \\ 0,247 & 0 & -0,352 & -0,384 & 0,449 & 0,504 \\ 0,5 & 0,665 & -0,161 & -0,153 & -0,229 & -0,17 \\ 0 & 0,378 & -0,069 & -0,003 & -0,160 & 0,089 \end{bmatrix}$$

**Question 28** Sans effectuer les calculs numériques correspondants, quelle opération matricielle faudrait-il

faire pour trouver la matrice  $\begin{bmatrix} F1 \\ F2 \\ F3 \\ F4 \\ F5 \\ F6 \end{bmatrix} ?$

Comme le système est isostatique, le déterminant de  $[A_{FM}]$  est différent de 0 et la matrice est inversible.

On a alors  $\begin{bmatrix} F1 \\ F2 \\ F3 \\ F4 \\ F5 \\ F6 \end{bmatrix} = [A_{FM}]^{-1} [B_{FM}]$ .

**Question 29** Déterminer les coordonnées du vecteur  $\overline{u}_5$  dans la base  $\mathcal{B}_0(\overline{x}_0, \overline{y}_0, \overline{z}_0)$  à partir des coordonnées des points  $M_5$  et  $N_5$  (tableau 5).

$$\overline{N_5 M_5} = \begin{pmatrix} -0,531 + 0,721 \\ -0,620 + 0,620 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} \quad \text{donc} \quad \boxed{\overline{u}_5 = \overline{x}_0}$$

**Remarque :** il y a une incohérence avec la dernière ligne du tableau 5.

**Question 30** Donner l'expression de la vitesse  $\overline{V}_{O_3,15/0}$  dans la base  $\mathcal{B}_0(\overline{x}_0, \overline{y}_0, \overline{z}_0)$ .

En utilisant la formule de Varignon, on obtient  $\overline{V}_{O_3,15/0} = \overline{V}_{M_5,15/0} + \overline{O_5M_5} \wedge \overline{\Omega}_{15/0}$ .

$$\overline{O_5M_5} = \begin{pmatrix} -0,531 + 0,431 \\ -0,620 + 0,499 \\ 0 - 0,127 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} = \begin{pmatrix} -0,1 \\ -0,121 \\ -0,127 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} \quad \text{donc } \overline{V}_{O_3,15/0} = \begin{pmatrix} -0,1 \\ -0,121 \\ -0,127 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} \wedge \begin{pmatrix} \omega_5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0} \Leftrightarrow \boxed{\overline{V}_{O_3,15/0} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0,127\omega_5 \\ 0,121\omega_5 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0}}$$

**Question 31** A partir des données du tableau 4 et du résultat de la question précédente, donner l'expression de la puissance de la force de la bielle (5) sur la manivelle (15) lors du mouvement de la manivelle par rapport à la structure inférieure (0).

Le solide (5) est soumis à deux forces donc  $\{\mathcal{E}_{15 \rightarrow 5}\} + \{\mathcal{E}_{7 \rightarrow 5}\} = \{0\}$ . Ainsi  $\{\mathcal{E}_{5 \rightarrow 15}\} = -\{\mathcal{E}_{5 \rightarrow 7}\} = \begin{Bmatrix} -F_5 \overline{n}_5 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{\mathcal{O}_5}$ .

On calcule maintenant la puissance recherchée :

$$P_{5 \rightarrow 15/0} = \begin{Bmatrix} -F_5(0,103\overline{x}_0 - 0,183\overline{y}_0 + 0,55\overline{z}_0) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{\mathcal{O}_5} \otimes \begin{Bmatrix} \omega_5 \overline{x}_0 \\ -0,127\omega_5 \overline{y}_0 + 0,121\omega_5 \overline{z}_0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{O}_5} \Leftrightarrow \boxed{P_{5 \rightarrow 15/0} = -0,09 F_5 \omega_5}$$

**Question 32** En négligeant la masse et les inerties de la manivelle (15) et après avoir appliqué le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble {manivelle (15) + arbre de sortie motoréducteur} (dans son mouvement par rapport à la structure inférieure (0)), donner la valeur du couple fourni par le motoréducteur (25).

Comme la masse et l'inertie de la manivelle sont négligées, l'énergie cinétique est nulle.

L'ensemble est composé d'une seule classe d'équivalence, il n'y a donc pas de puissance des interefforts.

Outre la puissance calculée à la question précédente, on a, en puissance extérieure celle du bâti sur l'ensemble. La liaison est considérée parfaite donc seule l'action du motoréducteur apporte une puissance  $C_5 \omega_5$ .

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à cet ensemble, on obtient donc  $0 = -0,09 F_5 \omega_5 + C_5 \omega_5$ .

Ainsi  $\boxed{C_5 = 0,09 F_5}$ .

A.N.:  $C_5 = 0,09 \times (-485) \Leftrightarrow \boxed{C_5 = -43,5 \text{ Nm}}$

*Remarque* : On trouve bien un couple inférieur au couple maximal pris en compte pour la partie suivante (160 Nm).

## IV - Étude de l'ensemble « moteur-réducteur »

**Objectif** : Aucun objectif.

**Question 33** Quels sont les avantages d'un moteur brushless par rapport à un moteur à balais ?

Le moteur brushless nécessite moins de maintenance par rapport à un moteur à balais ainsi que des pertes mécaniques moindres et possède une puissance massique plus importante.

## IV.1 - Exploitation de la plaque signalétique

**Question 34** D'après la plaque signalétique du moteur (figure 17), quel est le nombre de paires de pôles du moteur ?

La vitesse du moteur brushless est de  $N_s = 3000 \text{ tr/min}$  pour une fréquence d'alimentation de  $f = 200 \text{ Hz}$ .

$$\text{On a } N_s = \frac{60f}{p} \Leftrightarrow \boxed{p = \frac{60f}{N_s}}.$$

$$\text{A.N. } p = \frac{60 \times 200}{3000} \Leftrightarrow \boxed{p = 4}. \text{ Le moteur brushless possède 4 paires de pôles.}$$

**Question 35** Quelle est la tension nominale aux bornes d'un bobinage statorique sachant que le stator est couplé en étoile et que l'indication « AC 200,3 ~ » de la plaque indique une tension entre phases ?

La valeur efficace de la tension entre phase étant de  $200 \text{ V}$ , la tension simple aux bornes d'un enroulement statorique a pour valeur efficace  $\frac{200}{\sqrt{3}} = 115,5 \text{ V}$ .

**Question 36** En utilisant la valeur du couple nominal indiquée sur la plaque, retrouver la valeur de la puissance nominale.

$$\text{On a } \boxed{P_{un} = C_{un} \omega_{mn}}.$$

$$\text{A.N. } P_{un} = 2,39 \times \frac{\pi}{30} \times 3000 \Leftrightarrow \boxed{P_{un} = 750 \text{ W}}. \text{ Ce qui correspond bien à ce qui est indiqué sur la plaque.}$$

## IV.2 - Etude de l'ensemble « moteur-motoréducteur »

**Question 37** Quelle devra être la vitesse de rotation du moteur en  $\text{tr/min}$  puis en  $\text{rad/s}$  ? Est-ce compatible avec le moteur choisi ? En déduire la fréquence des tensions triphasées qui l'alimentent.

Pour une vitesse  $N_r$  en sortie du réducteur, la vitesse  $N_m$  du moteur est donné par  $\boxed{N_m = \frac{N_r}{R_{TK28C}}}$  et

$$\boxed{\omega_m = \frac{\pi N_r}{30 R_{TK28C}}}.$$

$$\text{A.N. } N_m = \frac{15}{1/100} \Leftrightarrow \boxed{N_m = 1500 \text{ tr/min}} \text{ et } \omega_m = \frac{\pi \times 1500}{30} \Leftrightarrow \boxed{\omega_m = 157 \text{ rad/s}}.$$

Ces valeurs sont bien compatibles avec le moteur choisi.

La fréquence nécessaire pour atteindre cette vitesse est  $\boxed{f = 100 \text{ Hz}}$ .

**Question 38** A couple moteur nominal et à la vitesse de motoréducteur de  $15 \text{ tr/min}$ , quelle est la puissance en sortie du motoréducteur ? En déduire le couple en sortie du motoréducteur et vérifier que le cahier de charges est bien respecté.

La puissance en sortie du réducteur est donnée par  $\boxed{P_r = \eta_r C_m \omega_m}$  où  $C_m$  est le couple en entrée du réducteur,  $\omega_m$  la vitesse en entrée du réducteur et  $\eta_r$  le rendement du réducteur.

$$\text{A.N. } P_r = 0,8 \times 2,39 \times 157 \Leftrightarrow \boxed{P_r = 300 \text{ W}}.$$

La puissance en sortie du réducteur est également donnée par  $P_r = C_r \omega_r$  où  $C_r$  est le couple en sortie du réducteur et  $\omega_r$  la vitesse en sortie du réducteur. D'où  $C_r = \frac{P_r}{\omega_r}$ .

$$\text{A.N. } C_r = \frac{300}{\frac{\pi}{30} \times 15} \Leftrightarrow C_r = 191 \text{ Nm}$$

On a bien un couple en sortie du réducteur supérieur à 160 Nm, le cahier des charges est bien respecté.

**Question 39** A partir de la description de la référence du moteur à la figure 18, donner les caractéristiques du codeur de position utilisé.

Le codeur utilisé est un codeur incrémental possédant trois voies (les voies A et B en quadrature et le top tour) ainsi qu'une résolution de 1048576 ( $2^{20}$ ) (20 bits).

**Question 40** Quelle est la résolution angulaire en sortie du réducteur pour une rotation d'une unité angulaire du moteur ? Le cahier des charges est-il respecté ?

Lorsque le moteur fait un tour ( $360^\circ$ ), la voie A délivre 1048576 impulsions, la résolution angulaire coté moteur est donc de  $\frac{360}{1048576} = 343,3 \mu^\circ$ . Pour obtenir la résolution angulaire en sortie du réducteur, il suffit de diviser la résolution angulaire coté moteur par le rapport du réducteur  $R_{TK23C}$ .

La résolution angulaire coté réducteur est donc de valeur de  $0,034^\circ$ .

*Remarque* : pour répondre à cette question, on a supposé que l'on n'utilisait que les fronts montants de la voie A. Dans ce cas le cahier des charges n'est pas respecté.

Si on utilise les fronts montants des voies A et B, la résolution angulaire coté réducteur est de  $0,017^\circ$  et le cahier des charges serait respecté.

## V - Conception du variateur associé au moteur brushless

**Objectif** : L'objectif du variateur est d'adapter la forme, l'amplitude et la fréquence d'alimentation électrique de chaque phase du moteur synchrone triphasé. Cette partie étudie sa structure étape par étape afin de valider les caractéristiques du variateur rassemblées dans le tableau 7.

### V.1 - Conditionnement de la tension d'alimentation

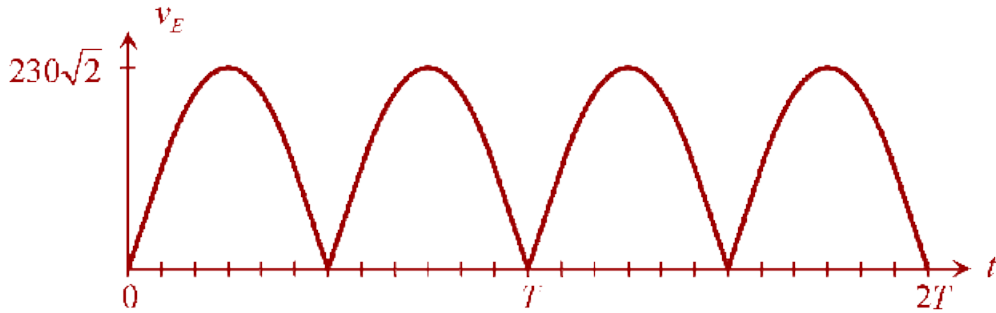
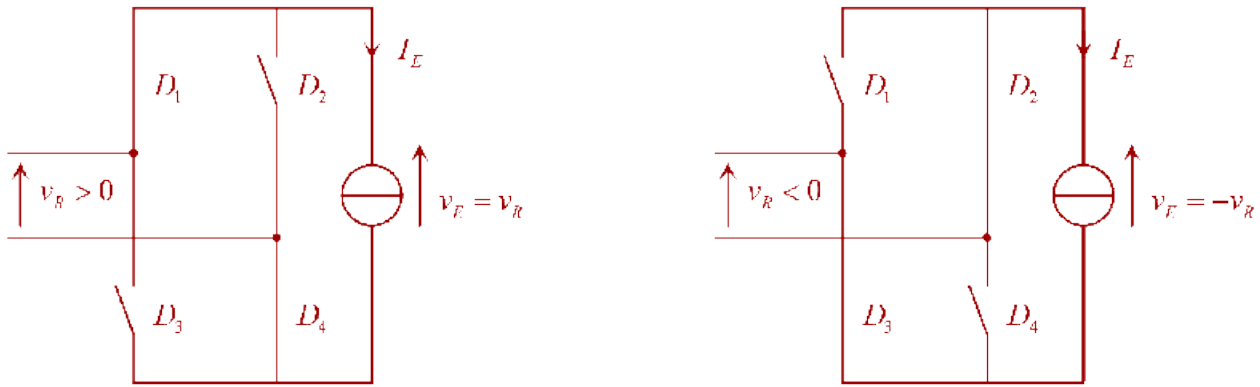
**Question 41** Comment s'appelle le convertisseur représenté à la figure 19 ? Expliquer son fonctionnement périodique.

Le modulateur représenté à la figure 19 s'appelle un pont de Graëtz à diodes PD2 qui fait partie de la famille des redresseurs à diodes. Voir la réponse à la question 42 pour le fonctionnement.

**Question 42** On suppose les diodes parfaites. On fait l'hypothèse d'une conduction ininterrompue du courant  $I_E$  dans la charge. Tracer l'allure de  $V_E$  en fonction du temps. Quelle est la valeur théorique moyenne de  $V_E$  et quelle est sa fréquence ?

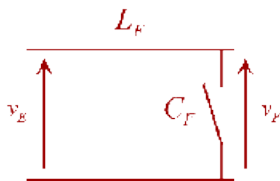
L'hypothèse d'une conduction ininterrompue du courant dans la charge impose qu'à chaque instant il y ait deux diodes qui conduisent. Soit  $v_R$  la tension délivrée par le réseau monophasé EDF, lorsque  $v_R > 0$  la diode  $D_1$  est passante et la diode  $D_2$  est bloquée ( $D_1$  et  $D_2$  sont des diodes à cathodes communes). Lorsque  $v_R < 0$  la diode  $D_3$  est bloquée et la diode  $D_4$  est passante ( $D_3$  et  $D_4$  sont des diodes à anodes communes).

Schémas équivalents :



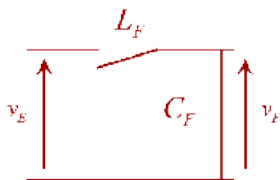
**Question 43** De quelle nature est le filtre ainsi constitué ? On impose le choix d'une inductance de  $4\text{ mH}$ . Parmi les valeurs de condensateur suivantes  $C_{F1} = 1\text{ nF}$ ,  $C_{F2} = 10\text{ }\mu\text{F}$  et  $C_{F3} = 10\text{ }\mu\text{F}$ , justifier le meilleur choix.

En basses fréquences, le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert et l'inductance à un interrupteur fermé, le schéma équivalent du filtre  $L_F C_F$  est le suivant :



On a  $v_F = v_E$ , le filtre laisse passer les basses fréquences.

En hautes fréquences, le condensateur est équivalent à un interrupteur fermé et l'inductance à un interrupteur ouvert, le schéma équivalent du filtre  $L_F C_F$  est le suivant :



On a  $v_F = 0$  (tension aux bornes d'un fil), le filtre bloque les hautes fréquences.

Le filtre  $L_F C_F$  est un filtre passe-bas du second ordre (deux éléments réactifs) qui ne consomme pas de puissance active.

La fréquence de la tension  $v_E$  est de  $100\text{ Hz}$  et le filtre  $L_F C_F$  possède une atténuation de  $-40\text{ dB/dec}$  aux hautes fréquences. Pour que la tension  $v_F$  soit quasi-constante il faut que la fréquence de coupure

$f_F = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_F C_F}}$  du filtre  $L_F C_F$  soit inférieure ou égale à  $10\text{ Hz}$  (l'amplitude du fondamental de la tension  $v_E$  sera

atténué d'au moins 100).  $f_F = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_F C_F}} \leq 10 \Leftrightarrow C_F \geq \frac{1}{400\pi^2 L_F}$

A.N.  $C_F \geq \frac{1}{400 \times \pi^2 \times 0,004} \Leftrightarrow C_F = 63,3 \text{ mF}$ . On choisit  $C_F = 100 \text{ mF}$

## V.2 - Création du système triphasé

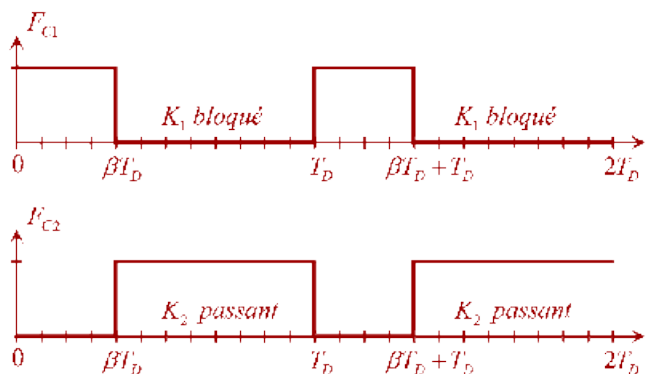
**Question 44** Comment appelle-t-on un tel convertisseur ?

Le modulateur est un onduleur triphasé de tension.

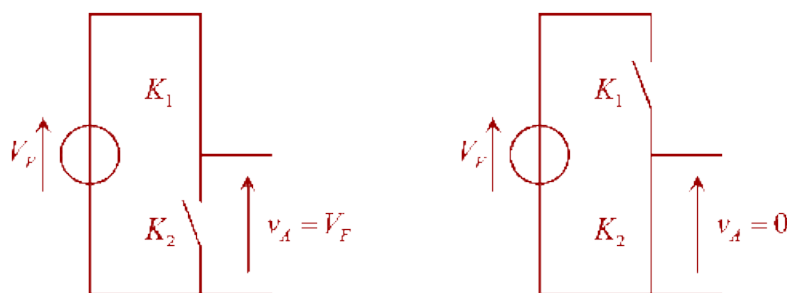
**Question 45** Expliquer la consigne de sécurité que doivent suivre les deux interrupteurs sachant qu'il ne peut y avoir court-circuit de la source de tension et que le courant doit être maintenu dans la charge. En déduire :

- l'allure de la fonction de commutation  $F_{C2}$  connaissant celle de  $F_{C1}$  à la figure 22 ;
- l'allure de l'évolution de la tension  $V_A(t)$  en précisant les valeurs caractéristiques en abscisse et en ordonnée.

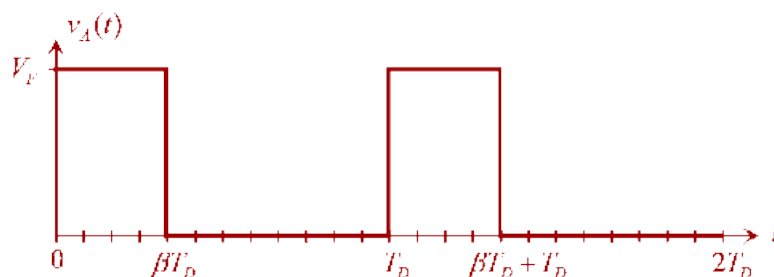
Les deux interrupteurs  $K_1$  et  $K_2$  ne peuvent être fermés en même temps (court-circuit d'une source de tension) et ne peuvent être ouverts en même temps (ouverture d'une source de courant). Leurs commandes sont donc complémentaires.



Les schémas équivalents en fonction de l'état de  $K_1$  sont :



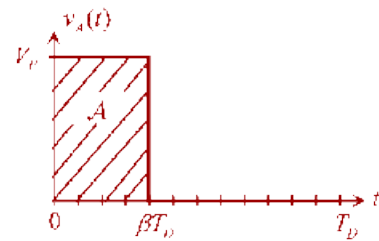
Tracé de la tension  $v_A(t)$



**Question 46** Exprimer la valeur moyenne de la tension  $V_A(t)$ , notée  $\langle V_A(t) \rangle$  sur une période de découpage  $T_D$  en fonction de  $V_F$  et  $\beta$ .

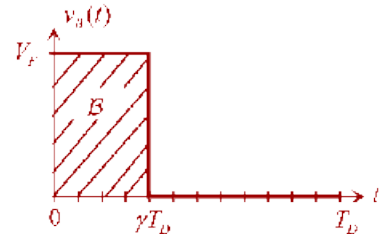
On utilise la méthode des aires  $\langle V_A(t) \rangle = \frac{A}{T_D}$ .

$$\langle V_A(t) \rangle = \frac{A}{T_D} = \frac{\beta T_D V_F}{T_D} \Leftrightarrow \boxed{V_A = \beta V_F}$$



**Question 47** Exprimer la tension  $U_{AB}(t) = \langle V_A(t) \rangle - \langle V_B(t) \rangle$  en fonction de  $\beta$ ,  $\gamma$  et  $V_F$ . En déduire les valeurs minimales et maximales de  $U_{AB}(t)$  sachant que  $\beta$  et  $\gamma$  sont compris entre 0 et 1.

On utilise la même méthode pour déterminer  $\langle V_B(t) \rangle$  que celle utilisée pour  $\langle V_A(t) \rangle \Rightarrow \langle V_B(t) \rangle = \gamma V_F$ .



D'où  $u_{AB}(t) = \langle V_A(t) \rangle - \langle V_B(t) \rangle \Leftrightarrow \boxed{u_{AB}(t) = (\beta - \gamma)V_F}$

**Question 48** En déduire la condition numérique sur  $T_D$  afin de respecter l'exigence 4.03.

Pour respecter l'exigence 4.03, on doit avoir :

$$2\sin(2\pi F \times 10T_D) < 0,1 \Leftrightarrow \sin(2\pi F \times 10T_D) < 0,05 \Leftrightarrow 2\pi F \times 10T_D < 0,05 \Leftrightarrow \boxed{T_D < \frac{0,05}{20\pi F}}$$

Le cas le plus défavorable correspond à  $F = 100 \text{ Hz}$ .

A.N.  $T_D < \frac{0,05}{20\pi \times 100} \Leftrightarrow \boxed{T_D < 78,5 \mu\text{s}}$

**Question 49** Montrer que  $U_{AB_{r1}}$ ,  $U_{BC_{r1}}$ ,  $U_{CA_{r1}}$  forment un système de tensions triphasées équilibrées de fréquence  $F$  et d'amplitude  $\mu V_F \frac{\sqrt{3}}{2}$  permettant de faire varier la commande d'un moteur brushless.

En utilisant les résultats des questions précédentes, on a :

$$\begin{cases} u_{AB_{r1}}(t) = (\beta - \gamma)V_F \\ u_{BC_{r1}}(t) = (\gamma - \delta)V_F \\ u_{CA_{r1}}(t) = (\delta - \beta)V_F \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_{AB_{r1}}(t) = \frac{\mu V_F}{2} \left[ \sin(2\pi Ft) - \sin\left(2\pi Ft - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\ u_{BC_{r1}}(t) = \frac{\mu V_F}{2} \left[ \sin\left(2\pi Ft - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(2\pi Ft - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \\ u_{CA_{r1}}(t) = \frac{\mu V_F}{2} \left[ \sin\left(2\pi Ft - \frac{4\pi}{3}\right) - \sin(2\pi Ft) \right] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_{AB_{r1}}(t) = \mu V_F \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cos\left(2\pi Ft - \frac{\pi}{3}\right) \\ u_{BC_{r1}}(t) = \mu V_F \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cos(2\pi Ft - \pi) \\ u_{CA_{r1}}(t) = \mu V_F \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(2\pi Ft - \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_{AB_{r1}}(t) = \mu V_F \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cos\left(2\pi Ft - \frac{\pi}{3}\right) \\ u_{BC_{r1}}(t) = \mu V_F \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cos(2\pi Ft - \pi) \\ u_{CA_{r1}}(t) = \mu V_F \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(2\pi Ft - \frac{2\pi}{3} + \pi\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{AB_{r1}}(t) = \mu V_F \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\left(2\pi Ft - \frac{\pi}{3}\right) \\ u_{BC_{r1}}(t) = \mu V_F \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(2\pi Ft - \pi) \\ u_{CA_{r1}}(t) = \mu V_F \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\left(2\pi Ft + \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

On obtient un système triphasé de tensions équilibrées d'amplitude  $\mu V_F \frac{\sqrt{3}}{2}$  et de fréquence  $F$ .

**Question 50** Les exigences 4.02 et 4.04 sont-elles respectées ?

L'évolution des grandeurs  $\beta$ ,  $\gamma$  et  $\delta$  permettent bien de générer un système de tension triphasé équilibré et le réglage de  $\mu$  permet bien d'obtenir une amplitude des tension en sortie de 200 V.

Les exigences 4.02 et 4.04 sont bien respectées.

## VI - Asservissement en vitesse du système

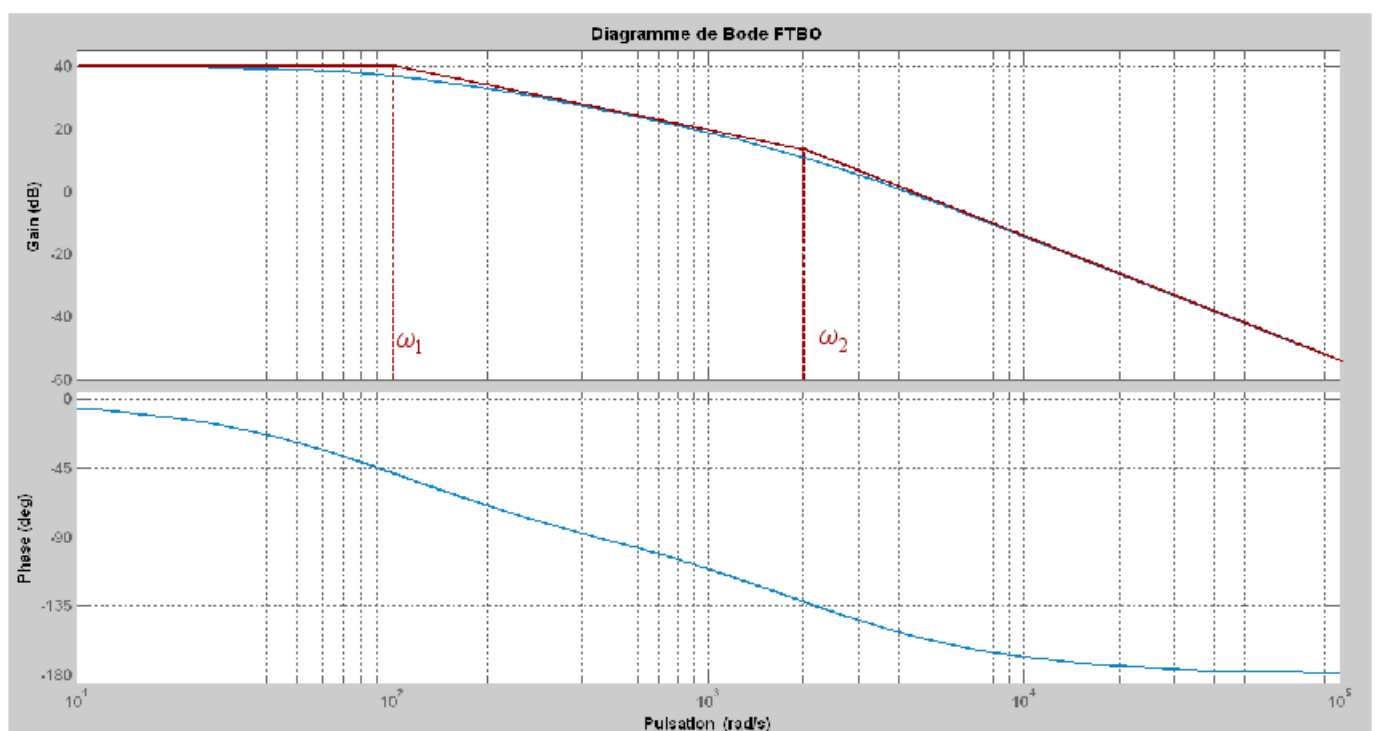
**Objectif :** Aucun objectif

**Question 51** A partir des diagrammes de Bode de la figure 27, justifier qu'il s'agit d'un système d'ordre 2. Identifier le gain statique ainsi que les 2 pulsations de coupure, puis mettre la fonction de transfert  $FTBO(p)$  sous forme d'un produit de deux fonctions de transfert du premier ordre. Quelle est l'unité du gain statique ?

Comme on veut modéliser le système {variateur + motoréducteur} par un produit de fonction de transfert du 1<sup>er</sup> ordre, la fonction de transfert du système est de la forme  $FTBO(p) = K_0 / \left[ \left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right) \right]$ .

La phase étant comprise entre 0 et  $-180^\circ$ , on a bien un système d'ordre 2.

Pour obtenir le gain statique et les deux pulsations de coupure, on trace le diagramme de gain asymptotique.





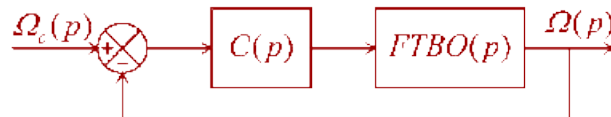
On trouve  $\omega_1 = 100 \text{ rad/s}$  et  $\omega_2 = 2000 \text{ rad/s}$ .

Le gain statique est donné par  $20 \log(K_0) = 40 \Leftrightarrow K_0 = 100 \text{ V/Hz}$

L'entrée est une consigne de fréquence et la sortie une tension.

Finalement 
$$FTBO(p) = \frac{100}{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \left(1 + \frac{p}{2000}\right)}$$

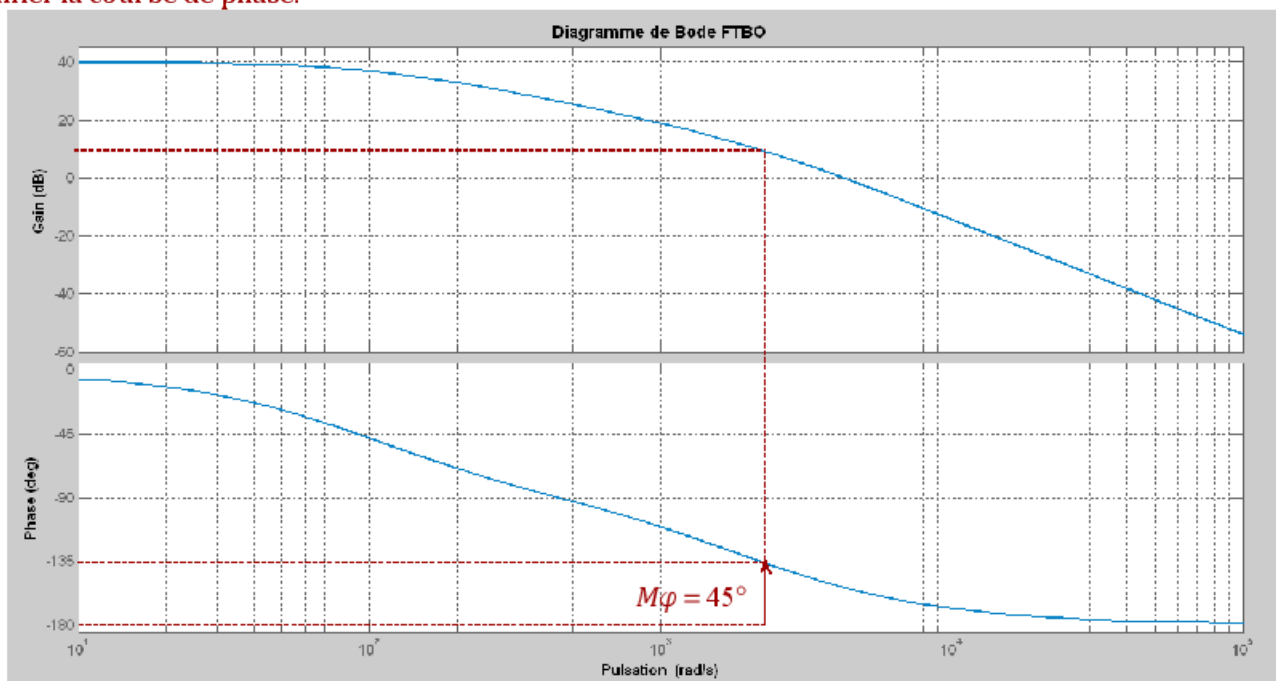
**Question 52** On souhaite mettre en place un asservissement en vitesse de ce système. Le représenter sous forme de schéma-blocs en prenant en compte un correcteur  $C(p)$  et une boucle à retour unitaire. Quel est l'intérêt d'une boucle fermée ?



L'intérêt d'une boucle fermée est d'améliorer les performances du système (stabilité, rapidité et précision).

**Question 53** Montrer qu'un correcteur proportionnel permet de répondre à l'exigence 5.01. Donner sa valeur. Ce correcteur permet-il de répondre à l'exigence 5.02 ?

Le correcteur proportionnel de gain  $K_p$  permet de décaler verticalement la courbe de gain de  $20 \log(K_p)$  sans modifier la courbe de phase.



Comme on désire obtenir une marge de phase de  $45^\circ$  qui correspond à une phase qui vaut  $\varphi = -135^\circ$ , on se place sur la courbe de gain à la pulsation correspondante à  $\varphi = -135^\circ$ . Pour la pulsation trouvée, il faut que le

gain total soit nul, il faut donc descendre la courbe de gain de  $20 \text{ dB} \Rightarrow 20 \log(K_p) = -10 \Leftrightarrow K_p = \frac{1}{\sqrt{10}}$ .

A.N.  $K_p = 316.10^{-3}$

**Remarque :** la valeur de  $K_p$  trouvée est une valeur limite supérieure pour avoir une marge de phase d'au moins  $45^\circ$ .

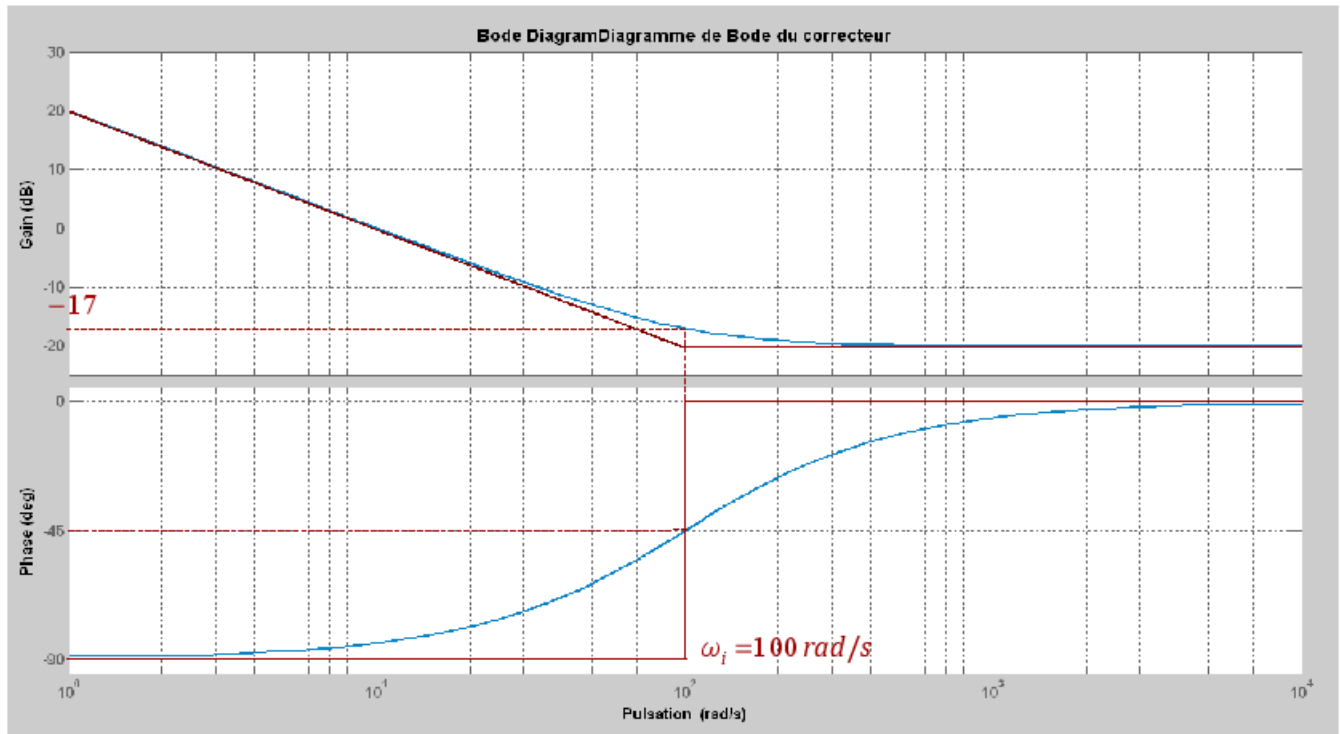
La fonction de transfert corrigée en boucle ouverte étant de classe 0, l'erreur statique n'est pas nulle).

L'exigence 5.02 n'est pas respectée.

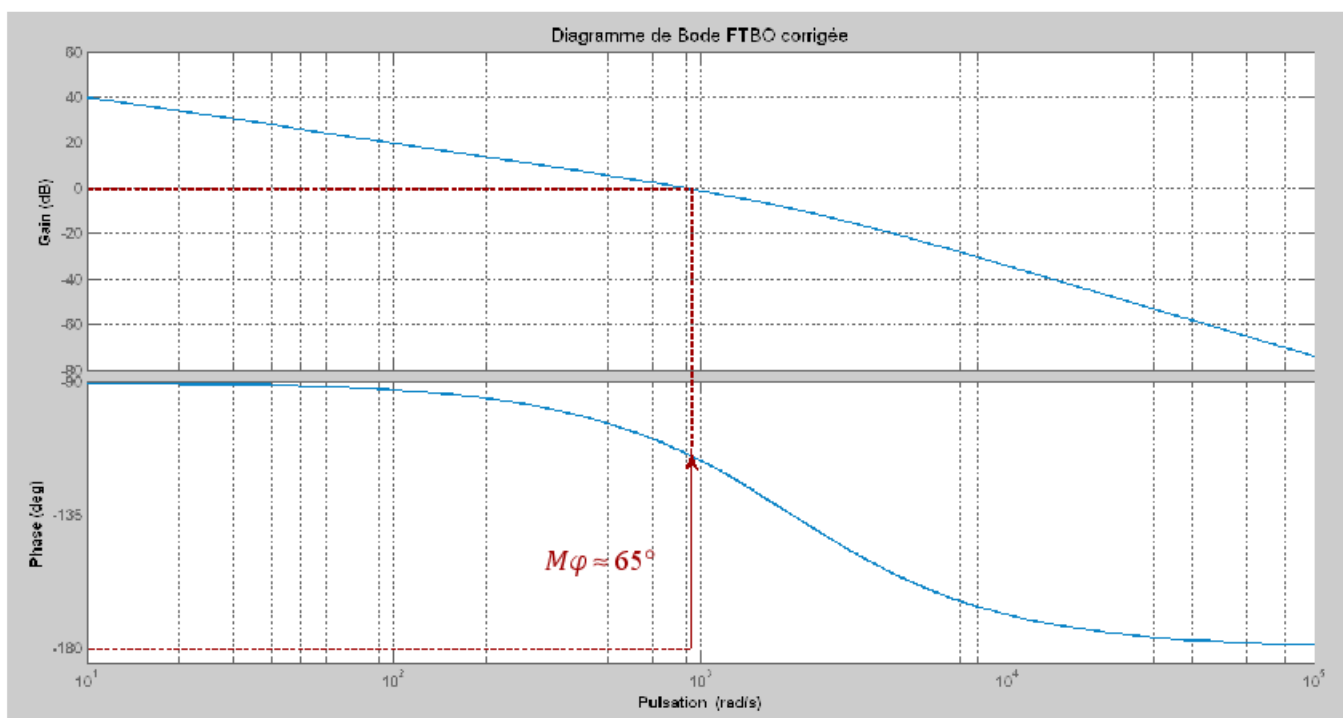
**Question 54** Pourquoi n'y a-t-il pas d'exigence sur la marge de gain ?

On ne peut pas la définir car le gain tend vers  $-\infty$  quand la pulsation augmente tend vers  $\infty$ .

**Question 55** On choisit le correcteur suivant :  $C(p) = K \left( \frac{1 + \tau_i p}{\tau_i p} \right)$  avec  $\tau_i = 0,01 s$  et  $K = 0,1$ . Tracer sur votre diagrammes de Bode asymptotiques de ce correcteur en prenant soin de nommer les axes et de préciser les points et pentes caractéristiques.



**Question 56** Tracer avec soin sur votre copie les allures des diagrammes de Bode en gain et en phase de l'ensemble « correcteur-système » en boucle ouverte.



**Question 57** Justifier que les exigences 5.01 et 5.02 sont respectées avec ce correcteur.

La marge de phase est bien supérieure à  $45^\circ$  et la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée est de classe 1  $\Rightarrow$  l'erreur statique est nulle en boucle fermée.

Les exigences 5.01 et 5.02 sont bien respectées.

## VII - Etude de l'automate de la gestion des variateurs

**Objectif :** Aucun objectif

**Question 58** Quelle est la valeur décimale maximale du label que l'on peut coder ?

Le chiffre des centaines est codé sur 2 bits, au maximum le chiffre des centaines vaut  $3(11)_2$ .

Les chiffres des dizaines et des unités sont codés sur 3 bits, soit au maximum en décimal 7  $(111)_2$ .

La valeur décimale maximale du label est donc 377.

**Question 59** Quelle est la séquence binaire du label si sa valeur est '236' ?

On a  $2 = (10)_2$ ,  $3 = (011)_2$  et  $6 = (110)_2$ . d'où  $236 = (10011110)_2$ .

**Question 60** Quelles seraient les valeurs hexadécimales du champ « Donnée » pour un angle de  $180^\circ$  et de  $90^\circ$  ?

Pour un angle de  $360^\circ$ , on a tous les bits du champ « Donnée » qui sont à 1.

Pour  $180^\circ$  qui est la moitié de  $360^\circ$ , seul le bit MSB est à 1, soit  $(100000000000000000)_2$ .

Pour passer du binaire en hexadécimal, on fait des paquets de 4 en partant de la droite.

$$(100000000000000000)_2 = (\underbrace{1000}_8 \underbrace{0000}_0 \underbrace{0000}_0 \underbrace{0000}_0 \underbrace{0000}_0)_2 = 0x80000$$

Pour  $90^\circ$  qui est la moitié de  $180^\circ$ , on décale le 1 vers la droite, soit  $(010000000000000000)_2$ .

$$(010000000000000000)_2 = (\underbrace{0100}_4 \underbrace{0000}_0 \underbrace{0000}_0 \underbrace{0000}_0 \underbrace{0000}_0)_2 = 0x40000$$

**Question 61** Pour le label '236' et pour l'angle  $360^\circ$ , quelle serait la valeur du bit de parité ?

On a 5 bits du label qui sont à 1 et les 20 bits du champ « Donnée » qui sont à 1, soit un total de 21 bits qui sont à 1. Pour une parité impaire, le bit de parité doit être à 0.

**Question 62** Quelles sont les valeurs A et B ainsi que l'instruction C qui complètent cet algorithme et assureront une parité impaire ?

Pour les valeurs  $A=1$  et  $B=0$ .

Pour l'instruction C

$Index \leftarrow Index + 1$