

Proposition de corrigé

Concours : Concours Centrale-Supélec

Année : 2020

Filière : TSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](https://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Robot delta 2 axes

Corrigé UPSTI

I - Présentation du système

II - Exigence fonctionnelle « garantir le mouvement de translation »

II.1 - Élaboration du modèle articulaire inverse

Objectif : Élaborer la commande des moteurs à partir d'un mouvement défini dans l'espace opérationnel puis converti dans l'espace articulaire.

Question 1 Déterminer littéralement (x_E, y_E) , les composantes du vecteur \overline{OE} correspondant à la position du point E appartenant à l'effecteur par rapport à R_0 , en fonction des coordonnées articulaires et θ_{10} et θ_{30} et des paramètres dimensionnels a, b et c . Exprimer ces coordonnées opérationnelles dans le repère R_0 .

Données
 $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \theta_{10}, (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = \theta_{20}, (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = \theta_{30}, (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = \theta_{40};$
 $\overline{OA} = a\vec{x}_0, \overline{OC} = a\vec{x}_0, \overline{AB} = b\vec{x}_1, \overline{CD} = b\vec{x}_2, \overline{BE} = c\vec{x}_3, \overline{DE} = c\vec{x}_4;$
 - $a = 150 \text{ mm}, b = 400 \text{ mm}, c = 850 \text{ mm}.$

$$\overline{OE} = \overline{OA} + \overline{AB} + \overline{BE} \text{ donc } \overline{OE} = a\vec{x}_0 + b\vec{x}_1 + c\vec{x}_3$$

$$\overline{OE} = a\vec{x}_0 + b(\cos(\theta_{10})\vec{x}_0 + \sin(\theta_{10})\vec{y}_0) + c(\cos(\theta_{30})\vec{x}_0 + \sin(\theta_{30})\vec{y}_0)$$

Soit $\begin{cases} x_E = a + b \cos(\theta_{10}) + c \cos(\theta_{30}) \\ y_E = b \sin(\theta_{10}) + c \sin(\theta_{30}) \end{cases}$ et donc $\overline{OE} = x_E \vec{x}_0 + y_E \vec{y}_0$

Question 2 À partir des deux relations scalaires trouvées à la question 1, provenant du modèle géométrique direct, exprimer $c \cdot \cos \theta_{30}$ et $c \cdot \sin \theta_{30}$ en fonction de x_E, y_E, a, b et θ_{10} .

$$\begin{cases} c \cos(\theta_{30}) = x_E - a - b \cos(\theta_{10}) \\ c \sin(\theta_{30}) = y_E - b \sin(\theta_{10}) \end{cases}$$

Question 3 En sommant les carrés des sinus et cosinus de l'angle θ_{30} , établir une équation de la forme $A \cos \theta_{10} + B \sin \theta_{10} = C$.

$$(c \cos(\theta_{30}))^2 + (c \sin(\theta_{30}))^2 = (x_E - a - b \cos(\theta_{10}))^2 + (y_E - b \sin(\theta_{10}))^2$$

Donc $c^2 = (x_E - a - b \cos(\theta_{10}))^2 + (y_E - b \sin(\theta_{10}))^2$ or

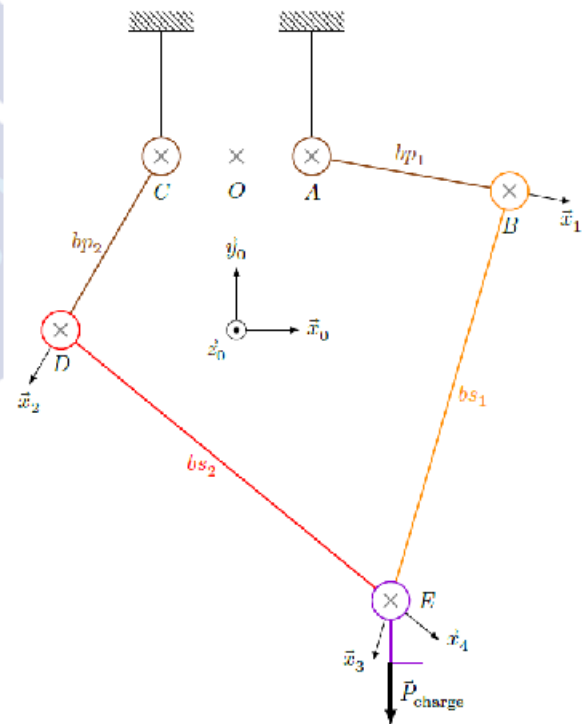


Figure 3 : Schéma cinématique plan simplifié

$$(x_E - a - b \cos(\theta_{10}))^2 = x_E^2 - 2a.x_E - 2x_E.b \cos(\theta_{10}) + a^2 + (b \cos(\theta_{10}))^2 + 2ab.\cos(\theta_{10})$$

$$(y_E - b \sin(\theta_{10}))^2 = y_E^2 - 2y_E.b.\sin(\theta_{10}) + (b \sin(\theta_{10}))^2 \text{ et donc}$$

$$c^2 = x_E^2 - 2a.x_E - 2x_E.b \cos(\theta_{10}) + a^2 + 2a.b.\cos(\theta_{10}) + y_E^2 - 2y_E.b.\sin(\theta_{10}) + (b \cos(\theta_{10}))^2 + (b \sin(\theta_{10}))^2$$

$$c^2 = x_E^2 - 2a.x_E - 2x_E.b \cos(\theta_{10}) + a^2 + 2a.b.\cos(\theta_{10}) + y_E^2 - 2y_E.b.\sin(\theta_{10}) + b^2$$

$$c^2 - a^2 - x_E^2 + 2a.x_E - y_E^2 - b^2 = -2b.(x_E - a)\cos(\theta_{10}) - 2y_E.b.\sin(\theta_{10})$$

$$\text{Par identification, on a : } \begin{cases} C = +a^2 + b^2 - c^2 + x_E^2 + y_E^2 - 2a.x_E \\ A = 2b.(x_E - a) \\ B = 2y_E.b \end{cases}$$

Question 4 Montrer alors qu'il est possible, en posant un angle φ tel que $\tan \varphi = \frac{A}{B}$ d'écrire cette équation

$$\text{sous la forme } \sin(\theta_{10} + \varphi) = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

A l'aide de l'équation obtenue à la question précédente : $\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cos \theta_{10} + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin \theta_{10} = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

En posant $\sin(\varphi) = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ et $\cos(\varphi) = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ (et donc $\tan(\varphi) = \frac{A}{B}$) l'équation devient

$$\sin \varphi \cos \theta_{10} + \cos \varphi \sin \theta_{10} = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \text{ et se ramène à l'écriture } \sin(\theta_{10} + \varphi) = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}} ;$$

Question 5 Exprimer θ_{10} en fonction des coefficients A, B et C puis en fonction des grandeurs du texte.

$$\theta_{10} = \text{Arc sin} \left(\frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right) - \varphi \quad \theta_{10} = \text{Arc sin} \left(\frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right) - \text{Arctg} \left(\frac{A}{B} \right)$$

$$\theta_{10} = \text{Arc sin} \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2 + x_E^2 + y_E^2 - 2a.x_E}{2b\sqrt{(x_E - a)^2 + y_E^2}} \right) - \text{Arctg} \left(\frac{x_E - a}{y_E} \right)$$

Question 6 Déterminer l'expression de θ_{30} à partir d'une des deux relations trouvées à la question 1.

$$y_E = b \sin(\theta_{10}) + c \sin(\theta_{30}) \text{ donc } \theta_{30} = \text{Arc sin} \left(\frac{y_E - b \sin(\theta_{10})}{c} \right)$$

II.2 - Élaboration du modèle dynamique

Objectif : Dimensionner les moteurs du robot. Ces calculs visent à déterminer l'équation dynamique qui permet d'obtenir le couple moteur minimal en fonction de la masse de la charge à soulever.

Question 7 En isolant le préhenseur, exprimer l'effort T_{bs1} en fonction de la masse m , de l'accélération de la pesanteur g , des composantes a_x et a_y de l'accélération \vec{a} et des coordonnées articulaires θ_{30} et θ_{40} .

On isole {préhenseur+charge}. Bilan des Actions mécaniques :

$$\left\{ T_{charge \rightarrow prehenseur} \right\}_E = \begin{Bmatrix} -mg \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E, \quad \left\{ T_{bs1 \rightarrow prehenseur} \right\}_E = \begin{Bmatrix} T_{bs1} \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E = \begin{Bmatrix} T_{bs1} (\cos(\theta_{30}) \vec{x}_0 + \sin(\theta_{30}) \vec{y}_0) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E$$

et $\left\{ T_{bs2 \rightarrow prehenseur} \right\}_E = \begin{Bmatrix} T_{bs2} \vec{x}_4 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E = \begin{Bmatrix} T_{bs2} (\cos(\theta_{40}) \vec{x}_0 + \sin(\theta_{40}) \vec{y}_0) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E$

Première solution :

On connaît le torseur dynamique $\left\{ D_{charge/R_0} \right\}_E = \begin{Bmatrix} m\vec{a} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E$. On applique le théorème de la résultante dynamique dans R_0 :

$$-mg \vec{y}_0 + T_{bs1} (\cos(\theta_{30}) \vec{x}_0 + \sin(\theta_{30}) \vec{y}_0) + T_{bs2} (\cos(\theta_{40}) \vec{x}_0 + \sin(\theta_{40}) \vec{y}_0) = m (a_x \vec{x}_0 + a_y \vec{y}_0)$$

En projetant :

$$\begin{cases} T_{bs1} \cos(\theta_{30}) + T_{bs2} \cos(\theta_{40}) = ma_x \\ -mg + T_{bs1} \sin(\theta_{30}) + T_{bs2} \sin(\theta_{40}) = ma_y \end{cases} \quad \begin{cases} T_{bs2} = \frac{ma_x - T_{bs1} \cos(\theta_{30})}{\cos(\theta_{40})} \\ -mg + T_{bs1} \sin(\theta_{30}) + \frac{ma_x - T_{bs1} \cos(\theta_{30})}{\cos(\theta_{40})} \sin(\theta_{40}) = ma_y \end{cases}$$

$$T_{bs1} \frac{\sin(\theta_{30}) \cos(\theta_{40}) - \cos(\theta_{30}) \sin(\theta_{40})}{\cos(\theta_{40})} = ma_y + mg + ma_x \tan(\theta_{40}) \quad \text{et}$$

$$T_{bs1} \frac{\sin(\theta_{30} - \theta_{40})}{\cos(\theta_{40})} = ma_y + mg - ma_x \tan(\theta_{40}) \quad T_{bs1} = \frac{m((a_y + g) \cos(\theta_{40}) - a_x \sin(\theta_{40}))}{\sin(\theta_{30} - \theta_{40})}$$

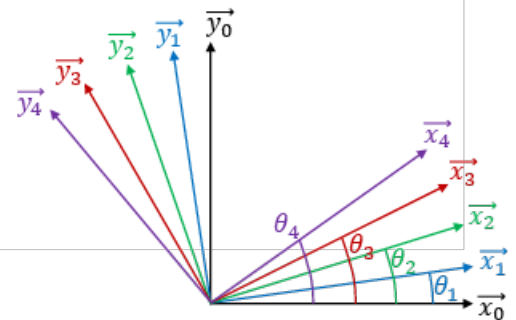
Seconde solution :

Plus rapide : TRD directement en projection suivant \vec{y}_4 , pour « éliminer » T_{bs2} . Ce qui donne :

$$\begin{aligned} m (a_x \vec{x}_0 + a_y \vec{y}_0) \cdot \vec{y}_4 &= T_{bs1} \vec{x}_3 \cdot \vec{y}_4 - m \cdot g \vec{y}_0 \cdot \vec{y}_4 \\ m (a_x \cdot \cos(\theta_{40} + \frac{\pi}{2}) + a_y \cdot \cos(\theta_{40})) &= T_{bs1} \cdot \cos(\theta_{40} - \theta_{30} + \frac{\pi}{2}) - m \cdot g \cdot \cos(\theta_{40}) \end{aligned}$$

et donc :

$$T_{bs1} = \frac{m [-a_x \cdot \sin(\theta_{40}) + (a_y + g) \cdot \cos(\theta_{40})]}{\sin(\theta_{30} - \theta_{40})}$$



Question 8 En déduire l'expression du couple C_1 en fonction de T_{bs1} , de b , et des coordonnées articulaires θ_{10} et θ_{30} .

On isole $\Sigma = \{bp_1 + bs_1\}$. Bilan des Actions mécaniques :

$$\left\{ T_{préhenseur \rightarrow bs_1} \right\}_E = \begin{Bmatrix} -T_{bs_1} \bar{x}_3 \\ \bar{0} \end{Bmatrix}_E, \left\{ T_{réducteur1 \rightarrow bp_1} \right\}_A = \begin{Bmatrix} \bar{0} \\ C_1 \bar{z}_0 \end{Bmatrix}_A \text{ et liaison pivot en A, } \left\{ T_{liaison_pivot \rightarrow \Sigma} \right\}_A = \begin{Bmatrix} X_p \bar{x}_0 + Y_p \bar{y}_0 \\ \bar{0} \end{Bmatrix}_A$$

On applique le théorème du moment statique en A :

$$\left\{ T_{préhenseur \rightarrow bs_1} \right\}_E = \begin{Bmatrix} -T_{bs_1} \bar{x}_3 \\ \overline{AE} \wedge (-T_{bs_1} \bar{x}_3) \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} -T_{bs_1} \bar{x}_3 \\ (b\bar{x}_1 + c\bar{x}_3) \wedge (-T_{bs_1} \bar{x}_3) \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} -T_{bs_1} \bar{x}_3 \\ -T_{bs_1} b \sin(\theta_{30} - \theta_{10}) \bar{z}_0 \end{Bmatrix}_A$$

Soit $C_1 - T_{bs_1} b \sin(\theta_{30} - \theta_{10}) = 0$ et donc $C_1 = T_{bs_1} b \sin(\theta_{30} - \theta_{10})$

Question 9 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble motoréducteur, déterminer le couple moteur C_{m1} en fonction de l'inertie J_m , de l'accélération angulaire $\frac{d\omega_{m1}}{dt}$, de C_1 et du rapport de réduction noté r_{ed} .

Energie cinétique du rotor : $E_c = \frac{1}{2} J_m \omega_{m1}^2$

Puissance des actions extérieures : $P_{C_1} = -C_1 \cdot \frac{\omega_{m1}}{r_{ed}}$

Puissance des actions intérieures : $P_{m1} = C_{m1} \cdot \omega_{m1}$

En appliquant le TEC, on obtient : $J_m \omega_{m1} \frac{d\omega_{m1}}{dt} = -C_1 \cdot \frac{\omega_{m1}}{r_{ed}} + C_{m1} \cdot \omega_{m1}$ ou $C_{m1} = J_m \frac{d\omega_{m1}}{dt} + \frac{C_1}{r_{ed}}$

Question 10 En utilisant la courbe de la vitesse angulaire ω_{m1} en fonction du temps de la figure 4, déterminer la valeur numérique de l'accélération angulaire $\frac{d\omega_{m1}}{dt}$ dans la phase d'accélération du mouvement vertical vers le haut.

Le déplacement vertical vers le haut a lieu pendant les 100 premières millisecondes. Donc

$$\frac{d\omega_{m1}}{dt} = \frac{180 - 0}{0,1 - 0} = 1800 \text{ rad} / \text{s}^2$$

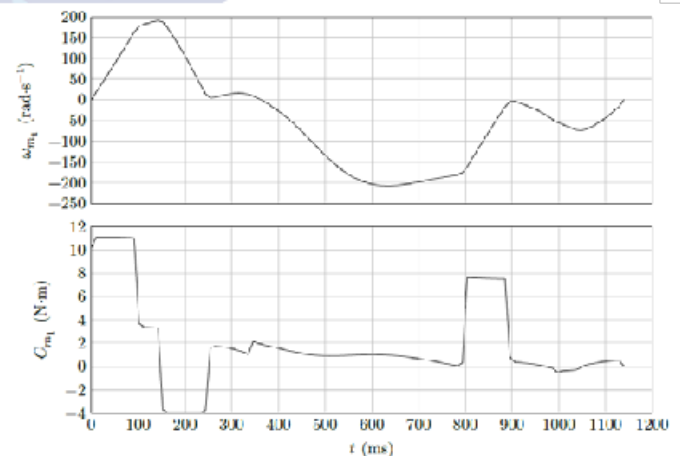


Figure 4 Vitesse angulaire et couple du moteur synchrone 1

Question 11 En exploitant les relations précédemment établies, calculer numériquement la valeur du couple C_{m1} dans la phase d'accélération du mouvement vertical vers le haut, lorsque $\theta_{10} = 0^\circ$, $\theta_{20} = -90^\circ$, $\theta_{30} = -90^\circ$ et $\theta_{40} = -32^\circ$.

La vitesse maximale de la charge par rapport au sol est de 2m/s atteinte en 100ms. Dans la phase qui nous intéresse le mouvement est vertical vers le haut. Donc $a_x = 0$ et $a_y = \frac{2}{0,1} = 20 \text{ m.s}^{-2}$

$$C_{m1} = J_m \frac{d\omega_{m1}}{dt} + \frac{C_1}{r_{ed}} = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 1800 + \frac{30 \left((20 + 9,81) \cos(-32) - 0 \cdot \sin(-32) \right) 0,4 \cdot \sin(-90 - 0)}{\sin(-90 + 32)} = 11,12 \text{ N.m}$$

(résultat que l'on retrouve sur la figure 4)

Question 12 Justifier le choix du moteur.

Les caractéristiques données pour le moteur synchrone 1 sont :

$C_{nom}=6,37$ N.m supérieur au couple nécessaire, 4,23 N.m,

$C_{max}=19,1$ N.m supérieur au couple max nécessaire, 11,12 N.m calculé Q11,

Vitesse nominale $\omega_{nom} = \frac{3000 \cdot 2 \cdot \pi}{60} = 157$ rad/s et vitesse maximale $\omega_{max} = \frac{6000 \cdot 2 \cdot \pi}{60} = 314$ rad/s.

Valeurs supérieures à celles de notre application.

Donc le moteur choisi convient bien.

III - Exigence fonctionnelle « fournir l'énergie électrique aux moteurs

Objectif : Vérifier que la source d'énergie alimentant l'ensemble motovariateur permet de satisfaire aux exigences de vitesse et de couple lors du déplacement de la charge.

III.1 - Tension d'alimentation du moteur

Objectif : Déterminer la tension d'alimentation du moteur synchrone permettant de satisfaire aux exigences de vitesse et de couple lors du déplacement de la charge.

Question 13 Exprimer la puissance électromagnétique P_{em} transmise par le stator triphasé au rotor en fonction de E , I_s et ψ .

Par phase: $P_{phase} = E \cdot I_s \cdot \cos(\Psi)$ et donc $P_{em} = 3 \cdot E \cdot I_s \cdot \cos(\Psi)$

Question 14 Exprimer le couple C_m en fonction de k_e , I_s et ψ .

$P_{em} = C_m \cdot \omega_m$ d'où $C_m = \frac{3 \cdot E \cdot I_s \cdot \cos(\Psi)}{\omega_m}$ or $E = k_e \cdot \omega_s$ et en

raison du mode de fonctionnement $\omega_s = \omega_m$ donc $C_m = 3 \cdot k_e \cdot I_s \cdot \cos(\Psi)$.

Question 15 Expliquer l'intérêt d'imposer les valeurs $\psi = 0$ et $\psi = \pi$. Exprimer dans ce cas la constante de couple k_c , telle que $C_m = k_c \cdot I_s$, en fonction de k_e .

Pour maximiser le couple C_m avec un courant donné, il faut que le $\cos(\Psi)$ soit maximum. Donc les deux valeurs possibles pour ψ sont 0 et π radian. $C_m = 3 \cdot k_e \cdot I_s = k_c \cdot I_s$ par identification $k_c = 3 \cdot k_e$

Question 16 Pour $\psi = 0$, exprimer la valeur efficace de la tension V_s par phase en fonction de E , R_s , L_c , I_s et ω . Présenter à cet effet un diagramme de Fresnel des grandeurs en jeu.

$V_s = E + (R_s + j \cdot L_c \cdot \omega) I_s$ or $\psi = 0$ (E et I_s sont en phase). Donc

$$V_s = \sqrt{(E + R_s I_s)^2 + (L_c \cdot \omega I_s)^2}$$

(Dans le diagramme de Fresnel, les amplitudes ne sont pas respectées. Voir l'A.N. question 17)

Question 17 Pour $\psi = 0$, $\omega_m = 200$ rad·s⁻¹ et $C_m = 11$ N·m, calculer la valeur efficace de la force électromotrice E par phase, la valeur efficace du courant I_s par phase, la fréquence des grandeurs électriques, la valeur efficace de la tension V_s par phase puis la valeur efficace de la tension U_s entre phases (prendre $k_c = 1,55$).

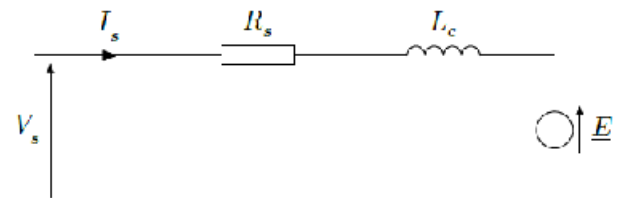
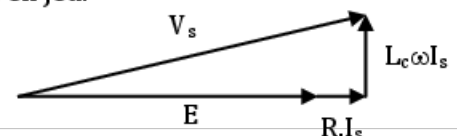


Figure 6 Schéma équivalent entre une phase et le neutre du stator



$$E = k_e \cdot \omega_s = \frac{k_c \cdot \omega_m}{3} \quad \text{A.N. } E = \frac{1,55 \cdot 200}{3} = 103,32 \text{ V} \quad (k_c = 1,55 \text{ sans unité !!!!})$$

$$C_{em} = k_c \cdot I_s \quad I_s = \frac{C_{em}}{k_c} \quad \text{A.N. } I_s = \frac{11}{1,55} = 7,10 \text{ A}$$

Pour le calcul de la fréquence électrique des signaux, il faut tenir compte du nombre de paires de pôle.

$$\omega_s = \frac{\omega}{p} \text{ soit } \omega = p \cdot \omega_s \text{ et donc } f = \frac{p \cdot \omega_s}{2\pi} \quad \text{A.N. } f = \frac{5 \cdot 200}{2\pi} = 159 \text{ Hz}$$

$$V_s = \sqrt{(E + R_s I_s)^2 + (L_c \cdot 2\pi \cdot f \cdot I_s)^2} \quad \text{A.N. } V_s = \sqrt{(103,32 + 0,7 \cdot 7,10)^2 + (5 \cdot 7,10 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 159 \cdot 7,10)^2} = 115,6 \text{ V}$$

$$\text{Et la tension composée (entre phases)} \quad U_s = \sqrt{3} \cdot V_s \quad \text{A.N. } U_s = \sqrt{3} \cdot 115,6 = 200 \text{ V}$$

III.2 - Tension en amont de l'onduleur du variateur

Objectif : Déterminer la tension continue en amont de l'onduleur du variateur, puis la tension d'alimentation du variateur permettant de satisfaire aux exigences de vitesse et de couple lors du déplacement de la charge.

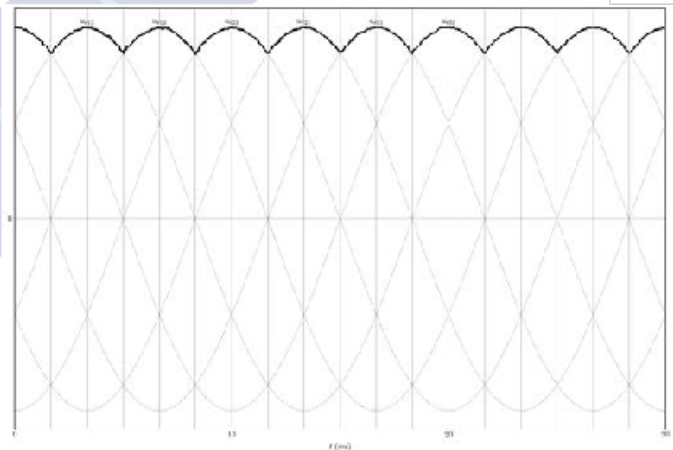
Question 18 Déduire la valeur de la tension U_0 .

$$\text{Par lecture du tableau n°3, } \frac{U_s}{U_0} = 0,67, \text{ donc } U_0 = \frac{U_s}{0,67} \quad \text{A.N. } U_0 = \frac{200}{0,67} = 298,5 \text{ V}$$

Question 19 Tracer sur le document réponse la forme d'onde de la tension redressée u_{red} et exprimer sa valeur moyenne notée U_{red} .

On reconnaît sur la figure 5, un pont redresseur PD3 (Parallèle Double triphasé) :

- D_1, D_3 et D_5 forment un ensemble à cathode commune : une seule diode est passante à un instant donné, celle qui reçoit sur son anode le potentiel le plus élevé. Il faut donc comparer les tensions d'anode (référéncés à un même potentiel de base) soient les tensions simples (V_1, V_2 et V_3)
- D_2, D_4 et D_6 forment par contre un ensemble à anode commune : une seule diode est passante, c'est celle qui reçoit sur sa cathode le potentiel le plus faible. Il faut donc comparer les tensions de cathode (toujours référéncés à un même potentiel de base) soient les tensions simples (V_1, V_2 et V_3).



La tension en sortie, u_{red} , est donc une tension composée égale à la différence entre $\text{Max}[V_1, V_2, V_3]$ et $\text{Min}[V_1, V_2, V_3]$ soit aux valeurs maximales des alternances : $\text{Max}[u_{r12}(= V_1 - V_2), u_{r13}, u_{r23}, u_{r21}, u_{r31}, u_{r32}]$

Calcul de la valeur moyenne de u_{red} :

$$\langle u_{red} \rangle \approx \frac{1}{T} \int_0^T u_{red}(t) dt \quad \text{Le motif est répété 6 fois sur une période du signal d'entrée } u_{r12}. \text{ Donc :}$$

$$\langle u_{red} \rangle \approx \frac{6}{T} \int_{\frac{T}{12}}^{\frac{T}{12} + \frac{T}{6}} u_{r12}(t) dt = \frac{6}{T} \int_{\frac{T}{12}}^{\frac{T}{4}} U_r \sqrt{2} \sin(\omega_r t + \frac{\pi}{6}) dt$$

$$\langle u_{red} \rangle \approx \frac{6U_r \sqrt{2}}{\omega_r T} \left[-\cos(\omega_r t + \frac{\pi}{6}) \right]_{\frac{T}{12}}^{\frac{T}{4}} \quad \langle u_{red} \rangle \approx \frac{6U_r \sqrt{2}}{2\pi} \left[-\cos(\omega_r \frac{T}{4} + \frac{\pi}{6}) + \cos(\omega_r \frac{T}{12} + \frac{\pi}{6}) \right] = \frac{3U_r \sqrt{2}}{\pi}$$

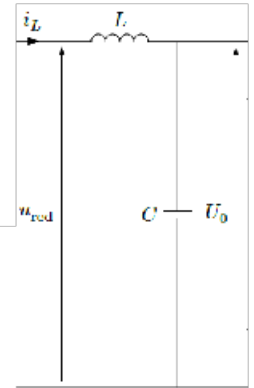
Question 20 Démontrer l'égalité $U_{red} = U_0$ sachant que $i_L(t)$ est un signal périodique.

Application d'une loi des mailles en temporel (les signaux ne sont pas sinusoïdaux) :

$$u_{red} = L \frac{di_L(t)}{dt} + U_0$$

$$\text{On passe en valeur moyenne : } \langle u_{red} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T L \frac{di_L(t)}{dt} dt + U_0$$

La valeur moyenne d'une tension aux bornes d'une inductance parcourue par un courant périodique est nulle. Ainsi $\langle u_{red} \rangle = U_{red} = U_0$



Question 21 Vérifier que la tension du réseau est suffisante pour alimenter les moteurs dans le cas le plus défavorable.

La tension du réseau est égale à $400 \pm 10\%$, soit dans le pire des cas $U_r = 400(1-0,1) = 360$ V.

$$\text{Or (question 19 et 20) } U_o = \frac{3 \cdot U_r \cdot \sqrt{2}}{\pi} = \frac{3 \cdot 360 \cdot \sqrt{2}}{\pi} = 486$$
 V

A la question 18, $U_0 = 298,5$ V

Donc la tension du réseau est suffisante pour alimenter le moteur.

IV - Exigence fonctionnelle « assurer une pose précise »

Objectif : Élaborer un programme de calcul d'incertitude de positionnement du préhenseur connaissant la précision de positionnement angulaire des moteurs, puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges (tableau 4).

Question 22 Compléter le programme du document réponse de façon à calculer le vecteur dx_E représentant les valeurs de dx_E en fonction de x_E . On pourra introduire les vecteurs $dx_{EsurDtheta10}$ et $dx_{EsurDtheta20}$ représentant les dérivées partielles de x_E par rapport à θ_{10} et θ_{20} .

Voici les trois lignes à introduire dans le carré du document réponse (l'ensemble est indenté 1 fois) :

$$dx_{EsurDtheta10} = (x_{Esup} - x_{Einf}) / (2 * np.radians(dtheta10))$$

$$dx_{EsurDtheta20} = (x_{Emid}[2:] - x_{Emid}[0:-2]) / (2 * np.radians(dtheta20))$$

$$dx_E = dx_{EsurDtheta10}[1:-1] * np.radians(dtheta10) + dx_{EsurDtheta20} * np.radians(dtheta20)$$

Question 23 Exploiter les courbes de la figure 7 pour déterminer la résolution angulaire minimale des codeurs, placés au niveau des axes des moteurs, permettant de satisfaire l'exigence de répétabilité de positionnement ($\pm 0,1$ mm).

L'exigence de répétabilité impose un ensemble de conditions caractérisées par la même procédure de mesure, (même matériel de mesure, même point de fonctionnement, même objet ou des objets similaires pendant une courte période de temps).

On souhaite $dx_E = 0,2$ mm ($\pm 0,1$ mm). La figure 7 donne pour dx_E , en notant le maximum de variation autour de $x_E = 0$, $dx_E = 14$ mm pour un écart angulaire de 1° .

La résolution angulaire doit être de $1/70^\circ$ ($0,2/14$).

Le codeur étant placé sur l'axe des moteurs, il faut tenir compte du rapport de réduction ($red = 35$).

La résolution est au minimum de $\frac{35}{70} = 0,5^\circ$.

Question 24 En déduire le nombre minimal de points du codeur incrémental sachant que l'unité de comptage qui lui est associé exploite les fronts montants et descendants de ses deux voies.

Le nombre de points d'un codeur incrémental est donné pour un tour complet : $\frac{360}{0,5} = 720$ points minimum

Mais par contre, on utilise tous les fronts montants et descendants sur les deux voies : donc on peut diviser le nombre de points par 4 (1 front montant et un front descendant voie A et idem voie B).

Donc $720/4=180$ points suffisent.

Question 25 Déterminer l'erreur de positionnement lors de la dépose et conclure quant à l'exigence de précision requise dans ce cas.

Il est indiqué une rigidité en torsion de 41 Nm par minute d'arc. Lors de la dépose, le couple atteint 358Nm ce qui entraîne une variation sur theta20 égale à $358/41 = 8,73$ minute d'arc soit 0,1455 degré.

Ainsi à l'aide d'une règle de trois, on a $dx_E = 0,1455 * 6 = 0,873$ mm

La précision sur la dépose est donc inférieure à celle imposée (± 5 mm)

V - Exigence fonctionnelle « gérer le mouvement »

Objectif : Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs permettant d'assurer le déplacement requis du préhenseur puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges (tableau 5).

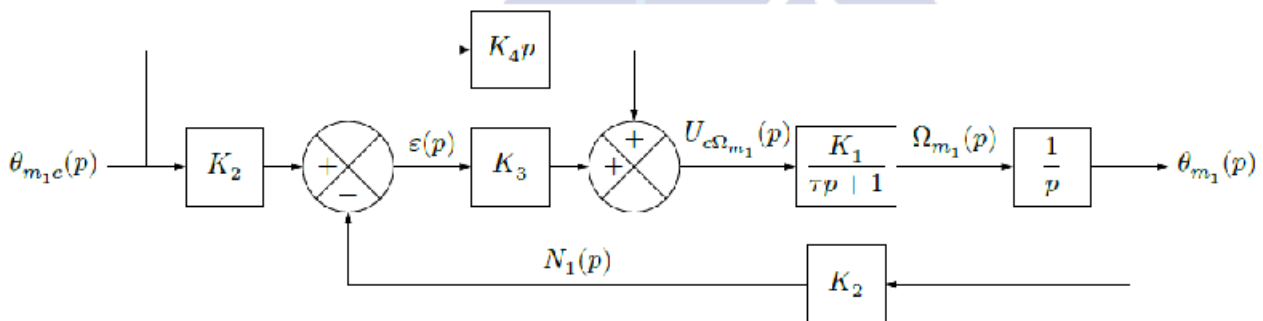


Figure 8 Structure de commande du moteur 1

Données

- $\tau = 79,5 \mu s$
- $K1 : \omega_{m1} = 629 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ pour une tension de commande de 10 V
- $K2$: codeur incrémental associé à une unité de comptage, délivrant 2^{17} points par tour (choix effectué par le constructeur du motovariateur)

Question 26 Déterminer les valeurs numériques de K_1 et de K_2 .

Les données sont rappelées ci-dessus et une simple règle de trois nous donne :

$$\begin{cases} 629 \text{ rad/s} \rightarrow 10V \\ \Omega_{m1}(p) \rightarrow U_{c\Omega_{m1}}(p) \end{cases} \text{ soit } \Omega_{m1}(p) = \frac{629}{10} U_{c\Omega_{m1}}(p) \text{ et donc } K_1 = \frac{629}{10} = 62,9 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{V}^{-1}$$

$$\begin{cases} 2^{17} \rightarrow 2\pi \\ N_1(p) \rightarrow \theta_{m1}(p) \end{cases} \text{ soit } N_1(p) = \frac{2^{17}}{2\pi} \theta_{m1}(p) \text{ et donc } K_2 = \frac{2^{17}}{2\pi} = 20861 \text{ rad}^{-1}$$

Question 27 Déterminer la valeur du gain K_3 permettant d'obtenir une marge de phase de 45° .

Il faut identifier la pulsation, ω' , de la fonction de transfert en boucle ouverte pour laquelle la phase est égale à : $\varphi_{Bo}(\omega') = -180 + 45 = -135^\circ$

Or $H_{BO}(j\omega) = K_1 K_2 K_3 \cdot \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$ donc l'argument $\varphi_{BO}(\omega) = -90 - \text{Arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ ($\varphi_{\text{intégrateur}} + \varphi_{\text{premier ordre}}$)

Donc on a $\omega' = \omega_0$. A cette pulsation le gain doit être égal à 0 donc le module de $H_{BO}(j\omega')$ à 1 :

$$|H_{BO}(j\omega)| = \frac{K_1 K_2 K_3}{\omega_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{K_1 K_2 K_3}{\sqrt{2} \cdot \omega_0} \text{ Ainsi il faut } \frac{K_1 K_2 K_3}{\sqrt{2} \cdot \omega_0} = 1 \text{ soit } K_3 = \frac{\sqrt{2} \cdot \omega_0}{K_1 K_2}$$

$$\text{A.N. } K_3 = \frac{\sqrt{2} \cdot 2\pi \cdot 2000}{20861.62,9} = 0,0135 \text{ V}$$

Question 28 Déterminer le sens dans lequel doit évoluer la valeur du gain K_3 .

Il faut diminuer ce gain de façon à éviter les dépassements.

Question 29 Montrer que $\mu(p) = \theta_{mlc}(p) - \theta_{m1}(p) = \frac{p(\tau p + 1 - K_1 K_4)}{p(\tau p + 1) + K_1 K_2 K_3} \theta_{mlc}(p)$

Par lecture de la figure 8, on a :

$$\theta_{m1}(p) = \frac{1}{p \tau p + 1} [K_4 p \cdot \theta_{mlc}(p) + K_3 (K_2 \theta_{mlc}(p) - K_2 \theta_{m1}(p))]$$

$$\theta_{m1}(p)(p(\tau p + 1)) = K_1 [K_4 p \cdot \theta_{mlc}(p) + K_3 (K_2 \theta_{mlc}(p) - K_2 \theta_{m1}(p))]$$

$$\theta_{m1}(p)(p(\tau p + 1) + K_1 K_3 K_2) = K_1 [K_4 p + K_3 K_2] \theta_{mlc}(p)$$

$$\theta_{m1}(p) = \frac{K_1 [K_4 p + K_3 K_2]}{p(\tau p + 1) + K_1 K_3 K_2} \theta_{mlc}(p)$$

On calcule alors l'erreur :

$$\mu(p) = \theta_{mlc}(p) - \theta_{m1}(p) = \theta_{mlc}(p) - \frac{K_1 [K_4 p + K_3 K_2]}{p(\tau p + 1) + K_1 K_3 K_2} \theta_{mlc}(p)$$

$$\mu(p) = \frac{p(\tau p + 1) + K_1 K_3 K_2 - K_1 [K_4 p + K_3 K_2]}{p(\tau p + 1) + K_1 K_3 K_2} \theta_{mlc}(p) = \frac{p(\tau p + 1 - K_1 K_4)}{p(\tau p + 1) + K_1 K_3 K_2} \theta_{mlc}(p)$$

Question 30 Déterminer de façon littérale l'erreur de position μ_p puis l'erreur de traînage μ_v . Conclure sur l'erreur de position au regard du cahier des charges.

En utilisant le théorème de la valeur finale : $\lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \mu(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{p(\tau p + 1 - K_1 K_4)}{p(\tau p + 1) + K_1 K_3 K_2} \theta_{mlc}(p)$

- Erreur de position μ_p alors $\theta_{mlc}(p) = \frac{1}{p}$ et donc $\mu_p = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{p(\tau p + 1 - K_1 K_4)}{p(\tau p + 1) + K_1 K_3 K_2} \frac{1}{p} = 0$

- Erreur de traînage μ_v alors $\theta_{mlc}(p) = \frac{1}{p^2}$ et donc $\mu_v = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{p(\tau p + 1 - K_1 K_4)}{p(\tau p + 1) + K_1 K_3 K_2} \frac{1}{p^2} = \frac{1 - K_1 K_4}{K_1 K_3 K_2}$

L'erreur de position calculée est bien inférieure à celle du cahier des charges ($< 0,1\%$). Ce dernier est donc respecté.

Question 31 D'après l'erreur de traînage μ_v déterminée à la question précédente, calculer la valeur de K_4 qui permet de minimiser cette erreur de traînage. Conclure sur cette erreur au regard du cahier des charges.



On peut minimiser l'erreur de traînage μ_v en annulant le numérateur soit : $1 - K_1 K_4 = 0$ soit $K_4 = \frac{1}{K_1}$

A.N. $K_4 = \frac{1}{62,9} = 0,0159 \text{ V.rad}^{-1}.s$

En choisissant cette valeur pour K_4 , tous les critères du cahier des charges sont vérifiés.

VI - Synthèse

Question 32 À l'aide d'un tableau, comparer les deux types de structures de robots (cartésien et delta) en citant les avantages et les inconvénients apportés par chacun d'eux du point de vue dynamique et du point de vue commande.

<p>Le robot de type DELTA ou araignée</p> 	<p>Les robots cartésiens (robots linéaires)</p> 
<p>Il est équipé de 3 à 6 axes.</p>	<p>Ce type de robot a généralement 3 ou 4 axes (le quatrième axe sert de rotation autour de l'axe Z).</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Meilleure dynamique (moins de masse à déplacer). Ces robots sont les plus rapides. • Nettoyabilité des parties basses qui sont proches ou en contact avec les produits. • Volume d'action cylindrique accessible en tout point. 	<ul style="list-style-type: none"> • Commande plus simple. • Encombrement au sol réduit : L'encombrement ne sera pas beaucoup plus grand que la zone de travail utile. • Mise à l'échelle : La taille d'une table XYZ peut être très réduite (ex : une petite imprimante 3D) mais également très grande (ex : pont roulant automatisé).
<ul style="list-style-type: none"> • Le volume d'action a généralement une hauteur assez faible. • Dans les versions 3 et 4 axes, le montage par rapport au plan de travail doit être parfaitement coplanaire car il n'y a pas de possibilité de corriger les plans X et Y. Il existe également des robots delta 5 et 6 axes qui permettent des rotations autour de tous les axes. • La charge embarquée est généralement assez faible (sur les versions rapides). 	<ul style="list-style-type: none"> • Vitesse : Les vitesses maximales ne sont pas toujours aussi bonnes qu'avec d'autres types de robot. Les vitesses sont plus faibles sur les grands modèles. • Fabrication d'une structure de qualité : La structure mécanique supportant les axes doit être rigide, massive, plane (rectifiée) • Peu flexible : Il sera difficile dans le futur d'imaginer d'autres utilisation que celle d'origine. • Orientations limitées : une table à 3 à 4 axes et peut être étendue à 5 et 6 axes mais le coût ne sera plus compétitif en comparaison a un robot anthropomorphe

Source : <https://cours-de-robotique.com/differents-types-de-robots/>