

Proposition de corrigé

Concours : Concours Centrale-Supélec

Année : 2010

Filière : TSI

Épreuve : Sciences Industrielles 2

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/Annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

CHAINE DE RECUIT CONTINU DE TOLES EN ALLIAGE DE NICKEL

I ANALYSE DU FONCTIONNEMENT DE LA CHAINE DE RECUIT CONTINU

I.A - Performances et chaînes fonctionnelles

Q1 Longueur totale de la bande de tôle : $L_t = \frac{M_t}{\rho J_t \cdot e_t}$.

Soit pour les deux cas : cas 1, $L_t = 343,8 \text{ m}$; cas 2, $L_t = 653,2 \text{ m}$.

Temps nécessaire au déroulement et donc au traitement complet de la tôle : $t = \frac{L_t}{v_0}$

Soit pour les deux cas : cas 1, $t = 4584 \text{ s}$ (76,4 min) ; cas 2, $t = 2308 \text{ s}$ (38,5 min).

Q2 Grandeurs qui sont effectivement asservies ou régulées :

- tracteur 1 : position verticale du chariot du stockeur d'entrée ;
- accumulateur d'entrée : effort de tension de la bande ;
- orienteur d'entrée : position angulaire de la bande ;
- tracteur 2 : position de la tôle dans le four ;
- tracteur 3 : vitesse de déroulement de la tôle.

I.B - Fonctionnement de l'accumulateur d'entrée

I.B.1) Remplissage de l'accumulateur

Q3 Vitesse de la tôle à l'entrée de l'accumulateur : $v_{ea} = 4 \cdot v_{chariot} + v_0$.

Q4 Pour la loi de vitesse en trapèze, on a : $L_D = v_{chariot \text{ max } i} \cdot (t_{re} - t_a)$; soit $v_{chariot \text{ max } i} = \frac{L_D}{t_{re} - t_a}$.

Q5 Pour le tracteur 1, on a $N_{1 \text{ max } i} = 2400 \text{ tr. min}^{-1}$. Ce qui donne

$$v_{ea \text{ max } i} = \frac{d_{r7}}{2} \cdot \frac{\omega_{1 \text{ max } i}}{\rho_{11} \cdot \rho_{12}} = 0,25 \cdot \frac{2400 \cdot 2 \cdot \pi}{60 \cdot 45 \cdot 2} = 0,698 \text{ m.s}^{-1}.$$

Q6 Cas 1 ; $v_0 = 0,075 \text{ m.s}^{-1}$; on obtient, $v_{chariot \text{ max } i} = 0,156 \text{ m.s}^{-1}$.

Cas 2 ; $v_0 = 0,283 \text{ m.s}^{-1}$; on obtient, $v_{chariot \text{ max } i} = 0,104 \text{ m.s}^{-1}$.

Le choix de la valeur correspondant au cas 2 permet d'avoir une vitesse d'entrée de la tôle, v_{ea} toujours inférieure ou égale à la valeur maximale possible ; d'où $v_{chariot} = 0,104 \text{ m.s}^{-1}$.

On a donc un temps de remplissage, $t_{re} = \frac{L_D}{v_{chariot}} + t_a = 108,4 \text{ s}$.

La vitesse d'entrée de la tôle est, pour le cas 1, $v_{ea} = 0,49 \text{ m.s}^{-1}$ et pour le cas 2, $v_{ea} = 0,698 \text{ m.s}^{-1}$.

Q7 On a $N_{ac} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \rho_{ac1} \cdot \rho_{ac2} \cdot \frac{v_{chariot}}{d_{p23}}$. On a bien $N_{ac} = 1153 \text{ tr. min}^{-1} < 2000 \text{ tr. min}^{-1}$,

fréquence de rotation maximale de l'arbre du moteur de l'accumulateur.

- Q8 Les consignes de vitesse pour l'arbre du moteur du tracteur 1 sont, pour le cas 1, $N_1 = 1684 \text{ tr. min}^{-1}$ et pour le cas 2, $N_1 = 2400 \text{ tr. min}^{-1}$.

I.B.2) Vidage de l'accumulateur.

- Q9 Il faut dérouler 40 m de tôle à la vitesse constante v_0 ; soit $t_v = \frac{4.L_D}{v_0}$

- cas 1 : $t_v = 533,3 \text{ s}$ soit $8,9 \text{ min}$;
- cas 2 : $t_v = 141,3 \text{ s}$ soit $2,3 \text{ min}$;
- cas 3 : $t_v = 222,2 \text{ s}$ soit $3,7 \text{ min}$.

La vitesse moyenne de descente du chariot vaut alors : $v_{\text{chariot}} = \frac{v_0}{4}$

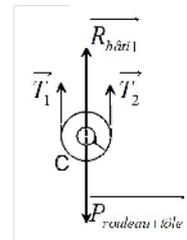
- cas 1 : $v_{\text{chariot}} = 1,88.10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$;
- cas 2 : $v_{\text{chariot}} = 7,07.10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$;
- cas 3 : $v_{\text{chariot}} = 4,5.10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$.

- Q10 L'opérateur doit déclencher le remplissage à un temps t_{re} avant la fin de la bande.

II ETUDE DES SOLUTIONS TECHNOLOGIQUES ASSOCIEES AU RESPECT DE LA FONCTION « MAINTENIR UNE TENSION CONSTANTE DE LA TOLE DANS L'ACCUMULATEUR D'ENTREE »

II.A - Maintien en position du chariot de l'accumulateur

- Q11 On isole le sous ensemble {rouleau 9₃ ; 1/2 cylindre de tôle enroulé sur le rouleau} et on applique le PFS. L'équation du moment en C en projection sur \vec{y} donne $\vec{T}_1 = \vec{T}_2 = \vec{T}$. On opère de la même manière pour les autres rouleaux.



- Q12 On a $\vec{T}' = \vec{T} + \vec{P}_{\text{brin rectiligne tôle}}$. Soit $T' = 973 \text{ N}$.

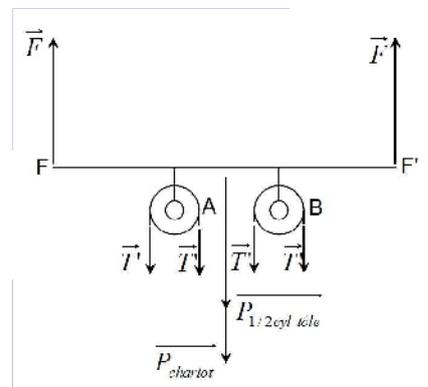
- Q13 On isole le sous ensemble {chariot ; rouleaux 9₁ et 9₂ ; 2 1/2 cylindres de tôle enroulés sur les rouleaux 9₁ et 9₂} et on applique le PFS au système isolé. L'équation de résultante en projection sur \vec{z} donne :

$$2.F - P_{\text{chariot}} - P_{1/2 \text{ cyl tôle}} - 4.T' = 0$$

On obtient $F = 4455 \text{ N}$.

D'où le couple sur l'arbre du moteur de l'accumulateur :

$$C_{ac} = \frac{1}{\eta_c} \cdot 2 \cdot (F - m_{cp} \cdot g) \cdot \frac{d_{p23}}{2} \cdot \frac{1}{\rho_{ac1} \cdot \rho_{ac2}} \quad C_{ac} = 3,8 \text{ N.m}$$



La puissance nominale du moteur étant de 1100 W à 2000 tr.min⁻¹, le couple nominal est de 5,25 N.m. Le moteur est donc apte à maintenir la charge.

Q14 Il faudra prévoir une ventilation (moto-ventilé).

II.B - Comportement dynamique de l'accumulateur

Q15 Le cas le plus défavorable pour l'étude dynamique est l'instant à la fin de la phase d'accélération du chariot.

Pour cet instant (12 s) le chariot a parcouru 0,62 m. Ce qui donne un poids de tôle, à cette position, de 180 N.

Q16 Le moment d'inertie équivalent de l'ensemble en mouvement, ramené au niveau de l'arbre du moteur est :

$$J_{\text{équiv masses}} = (2.m_{cp} + m_c) \left(\frac{d_{p23}}{2} \cdot \frac{1}{\rho_{ac1} \cdot \rho_{ac2}} \right)^2 \cdot \boxed{J_{\text{équiv masses}} = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2}, \text{ ce qui donne une}$$

valeur 5 fois plus faible que celle de l'ensemble {arbre moteur ; réducteur ; poulies} ramené au niveau de l'arbre du moteur ($3,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$).

Q17 Le moment dynamique vaut alors : $\boxed{J_{\text{équiv mot+red}} \cdot \dot{\omega}_{\text{arbre moteur / bâti}} = 3,7 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}}$.

Cette valeur est négligeable par rapport au couple résistant dû à la charge et aussi au couple moteur calculé dans l'étude du comportement statique. Les quantités d'accélération sont bien négligeables.

II.C - Validation du choix du variateur de vitesse.

Q18 Le moteur de l'accumulateur doit tourner dans les deux sens de rotation, mais il exerce des couples toujours de même signe.

Ce moteur est un moteur à flux constant donc le couple est proportionnel au courant d'induit et la fem à la vitesse de rotation du rotor. Le courant d'induit sera toujours de même signe. La fem donc la tension d'induit seront par contre toujours soit positifs soit négatifs.

Le variateur alimentant le moteur de l'accumulateur devra être réversible en tension mais pas nécessairement en courant.

Q 19 Fonction 1 : Redresseur non commandé. Son rôle est de transformer la tension alternative du réseau en une tension redressée de valeur moyenne positive

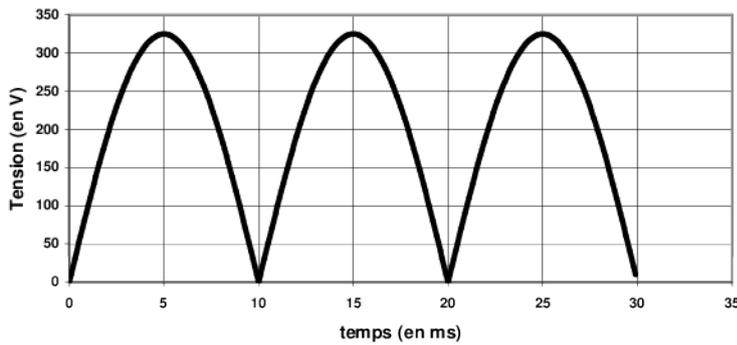
Fonction 2 : Filtrage. Son rôle est de fournir une tension U_0 d'ondulation beaucoup plus faible que celle de la tension de sortie de pont. Doù l'hypothèse de l'énoncé : U_0 est supposée continue.

Fonction 3 : hacheur de freinage. Il permet de dissiper la puissance renvoyée par le hacheur 4 quadrants lors des phases de freinage du moteur et d'éviter ainsi que la tension U_0 augmente trop. S'il cette fonction n'avait pas été implantée, la tension U_0 augmenterait ce qui risquerait d'endommager le condensateur C_1 ou les diodes du pont PD2.

II.C.1) Etude de la fonction 1

Q 20 Dans une phase de fonctionnement ou la machine à courant continu a un fonctionnement moteur, le hacheur de freinage n'intervient pas.

Tension redressée filtrée



$$\langle u_r \rangle = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} U\sqrt{2} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) dt = \frac{2U\sqrt{2}}{\pi} = 207 \text{ V}$$

$u_r(t) = U_0 + u_{L1}(t) \Rightarrow \langle u_r(t) \rangle = \langle U_0 + u_{L1}(t) \rangle = U_0 + \langle u_{L1}(t) \rangle = U_0$ car $\langle u_{L1}(t) \rangle = 0$ puisque $i_{L1}(t)$ est périodique. Donc $U_0 = 207 \text{ V}$

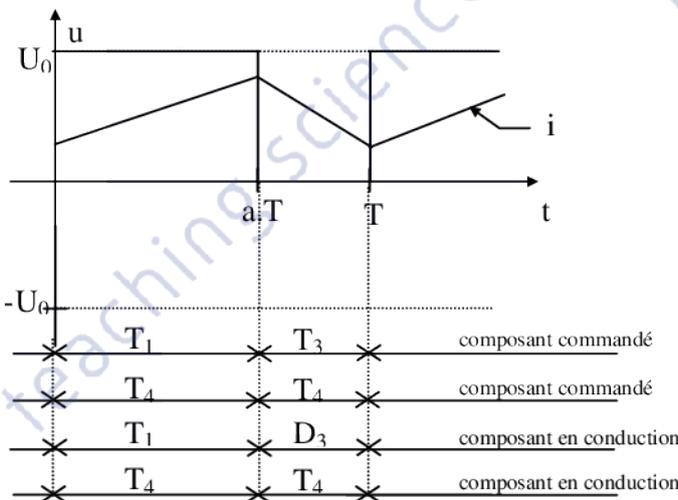
II.C.2) Étude de la fonction 4

Q21 L'allure de gauche correspond à une phase de fonctionnement moteur car la tension moyenne et de courant moyen moteur sont de même signe.

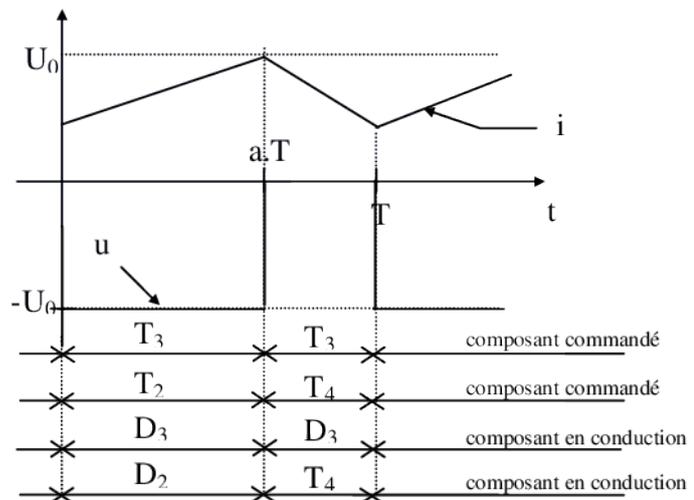
La puissance électrique absorbée par le moteur est positive. Il fournira de la puissance mécanique.

L'allure de droite correspond à une phase de fonctionnement frein car la tension moyenne et de courant moyen moteur sont de signes opposés. La puissance électrique absorbée par le moteur est négative. Il absorbera de la puissance mécanique.

Sens de rotation positif
Fonctionnement moteur



Sens de rotation négatif
Fonctionnement frein



Le hacheur satisfait au besoin. Cependant on a ici un hacheur 4 quadrant quand un hacheur 2 quadrants réversible en tension aurait suffi.

On remarque par exemple que les transistors T_2 et T_3 ainsi que les diodes D_1 et D_4 ne conduisent jamais.

Le choix de ce variateur est probablement un choix de maintenance : uniformisation des matériels utilisés dans l'entreprise. D'autre part, des variateurs deux quadrants ne sont pas très répandus dans les catalogues.

II.C.3) Dimensionnement des composants de la fonction 2

Q22 Première condition sur le produit L.C : la valeur efficace de l'ondulation de tension en sortie

$$\text{de filtre est : } U_{ov} = \left| \frac{\frac{1}{jC\omega}}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} \right| U_{rv} \text{ soit : } U_{ov} = \left| \frac{1}{1 + LC(j\omega)^2} \right| U_{rv} = \frac{1}{|1 - LC\omega^2|} U_{rv}.$$

Avec une tension U_{rv} de 100V, pour obtenir en sortie, une tension de valeur efficace inférieure à 3V il faudra donc :

$$\frac{1}{|1 - LC\omega^2|} \cdot 100 < 3 \Rightarrow \frac{1}{|1 - LC\omega^2|} < \frac{3}{100} \Rightarrow |1 - LC\omega^2| > \frac{100}{3}$$

$$\text{ce qui n'est possible qu'avec } 1 - LC\omega^2 < 0, \text{ donc } LC\omega^2 - 1 > \frac{100}{3} \text{ soit } \boxed{L.C > \frac{103}{3.\omega^2}}$$

$$\text{Avec une fréquence de 100 Hz la pulsation vaut } 200.\pi, \text{ d'où : } L.C > \frac{103}{3.(200.\pi)^2}.$$

Application numérique : $L.C > 87 \times 10^{-6} \text{ s}^2$ soit $C > 870 \mu.F$. On pourra prendre $\boxed{C = 1000 \mu.F}$

Q23 Validation du choix de C.

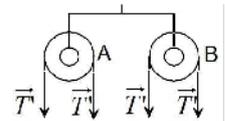
La variation de tension occasionnée de sortie occasionnée par la variation de courant de sortie

$$\text{est : } U_{ov} = \left| \frac{\frac{jL\omega}{jC\omega}}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} \right| I_{0v} \text{ soit : } \boxed{U_{ov} = \frac{L\omega}{|1 - LC\omega^2|} I_{0v}}. \text{ La fréquence du courant de sortie est}$$

16 kHz, sa pulsation est donc : $\omega = 32.\pi.10^4 \text{ rad.s}^{-1}$ On trouve donc : $\boxed{U_{ov} = 0,06 \text{ V}}$. Cette tension est bien inférieure aux 3V imposés par le cahier des charges.

II.D. Guidage en rotation des rouleaux 9₁ et 9₂

Q24 La charge radiale appliquée à chaque roulement est due au poids propre du rouleau, aux actions des brins verticaux de la tôle ainsi qu'au poids du 1/2 cylindre de tôle enroulé sur le rouleau. On obtient, $\boxed{P = 1471 \text{ N}}$.



La charge radiale est très faible par rapport à la capacité statique des roulements. Leur dimensionnement est plus dû aux dimensions générales de l'installation qu'aux efforts mis en jeu.

Q25 Compte tenu de la faible valeur de la vitesse tangentielle ($v_0 = 0,283 \text{ m.s}^{-1}$ dans le cas le plus défavorable, ce qui donne $10,8 \text{ tr.min}^{-1}$) le calcul de durée de vie n'a pas de raison d'être.

III ETUDE DU RESPECT DE LA FONCTION « MAINTENIR UNE DISTANCE CONSTANTE ENTRE LA TOLE ET LES RESISTANCES BASSES DU FOUR »

III.A - Analyse de la boucle de régulation et identification des différents blocs

III.A.1) Fonctions de transfert de l'ensemble moteur – variateur, asservi en vitesse

Q26 La vitesse maximale est $2000 \text{ tr. min}^{-1}$ soit $\Omega_{m \max} = 2000 \cdot \frac{\pi}{30} = 209 \text{ rad.s}^{-1}$

$$\text{On aura : } \Omega_{m \max} = H_1(0) \cdot Z_{\max} \text{ soit } H_1(0) = \frac{1}{B_v} = \frac{\Omega_{m \max}}{Z_{\max}}$$

$$\text{d'où enfin } B_v = \frac{Z_{\max}}{\Omega_{m \max}} = \frac{10}{209} = 0,0477 \text{ V.S.}$$

Q27 La variation de vitesse est : $\Delta \Omega_M = -H_2(0) \cdot \Delta C_R = 0$

S'il n'y a pas de variation de vitesse lors d'une variation de couple résistant, cela signifie qu'un correcteur PI équipe le variateur.

III.A.2) Fonction de transfert α

$$\text{Q28 } V_e = \frac{d_{r1}}{2 \cdot \rho_2} \cdot \Omega_m = 2,78 \times 10^{-3} \cdot \Omega_m \text{ d'où la valeur de } \alpha : \alpha = 2,78 \times 10^{-3} \text{ m}$$

III.A.3) Fonction de transfert $H_f(p) = \frac{H(p)}{V_e(p) - V_s(p)}$

Q29 Soit l la longueur de bande dans le four. On a : $\frac{dl}{dt} = V_e(t) - V_s(t)$.

Au voisinage de $h = 1 \text{ m}$, on mesure sur la courbe donnée : $\frac{dh}{dl} = 2,1$. On en déduit :

$$\frac{dh}{dt} = 2,1 \times \frac{dl}{dt} = 2,1 \times (V_e(t) - V_s(t))$$

Par application de la transformation de Laplace, on en déduit : $p \cdot H(p) = 2,1 \times (V_e(p) - V_s(p))$

(Remarque : pas de $h(0^+)$ car $H(p)$ n'est pas la transformée de $h(t)$ mais la transformée de la variation de h par rapport au point de fonctionnement correspondant à $h = 1 \text{ m}$)

$$\text{d'où : } H_f(p) = \frac{H(p)}{V_e(p) - V_s(p)} = \frac{2,1}{p}$$

III.B - Étude du point de fonctionnement

Q30 h est constant donc $V_{e0} = V_{s0} = 0,18 \text{ m.s}^{-1}$

$$\text{On a donc } \Omega_{m0} = \frac{V_{s0}}{\alpha} = \frac{0,18}{2,78 \times 10^{-3}} = 64,8 \text{ rad.s}^{-1} \text{ donc } Z_0 = \frac{\Omega_{m0}}{H_1(0)} = B_v \cdot \Omega_{m0} = B_v \cdot \frac{V_{s0}}{\alpha} = 3,23 \text{ V}$$

$$\text{Le signal d'erreur est donc : } E_0 = \frac{Z_0}{K_p} = \frac{B_v \cdot V_{s0}}{K_p \cdot \alpha}$$

De l'expression $\varepsilon(t) = w_h(t) - m_h(t)$, on tire alors $M_{h0} = W_{h0} - E_0$ d'où

$$M_{h0} = K_h \cdot H_0 = W_{h0} - \frac{B_v \cdot V_{s0}}{K_p \cdot \alpha} \text{ et enfin l'expression de la flèche : } H_0 = \frac{W_{h0}}{K_h} - \frac{B_v \cdot V_{s0}}{K_h \cdot K_p \cdot \alpha} = 1 - \frac{2,25}{K_p} \cdot V_{s0}$$

III.C - Mise en place d'une correction

Q31 Correcteur proportionnel intégral. Permet de rendre la sortie indépendant de la perturbation car l'intégration est avant la perturbation dans le schéma fonctionnel.

Q32 Si le système est stabilisé, $z(t)$ est constant. Or $z(t)$ est la sortie d'un intégrateur.

Cela signifie donc que $\varepsilon(t)$ est nul donc $W_{h0} = M_{h0} = K_h \cdot H_0$ et $H_0 = \frac{W_{h0}}{K_h} = \frac{8}{8} = 1 m$ quelle que soit la vitesse de la bande.

III.C.1) Réglage du terme proportionnel K_p .

Q33 Pour $\omega = 45 \text{ rad.s}^{-1}$, le gain de la FTBO est de -33 dB et sa phase de -115° .

Pour avoir une marge de phase de 65° , il faut donc $20 \cdot \log(K_p) = 33 \text{ dB}$ d'où $K_p = 10^{\frac{33}{20}} = 45$

III.C.2) Réglage du terme τ_0 .

Q34 L'argument de la fonction $\frac{1 + \tau_0 \cdot j\omega}{\tau_0 \cdot j\omega}$ est de -10° pour $\tau_0 \cdot \omega = 6$, valeur pour laquelle son gain est de 0 dB.

Il suffit donc de choisir τ_0 de manière à ce que $\tau_0 \cdot \omega = 6$ pour $\omega = 45 \text{ rad.s}^{-1}$ soit :

$\tau_0 = \frac{6}{\omega} = \frac{6}{45} = 133 \times 10^{-3} \text{ s}$. Le terme $\frac{1 + \tau_0 \cdot p}{\tau_0 \cdot p}$ permet de supprimer la variation de la flèche avec la vitesse de défilement de la bande mais diminue la marge de phase de 10° donc diminue légèrement la stabilité du système.

IV ETUDE DU RESPECT DE LA FONCTION « MAINTENIR UNE DIRECTION DE DEPLACEMENT CONSTANTE A L'ENTREE DU FOUR »

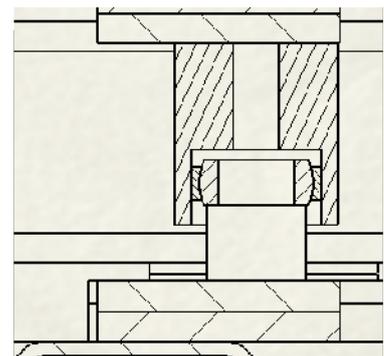
IV.A - Liaison du cadre mobile avec le bâti

Q35 La liaison entre le cadre mobile et le bâti est composée par la mise en parallèle de 4 liaisons sphère-plan de normale \vec{z}_0 aux points M_1 , M_2 , M_3 et M_4 et d'une liaison sphère-cylindre de centre O_0 et de direction \vec{z}_0 .

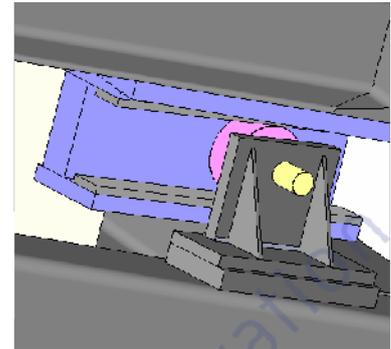
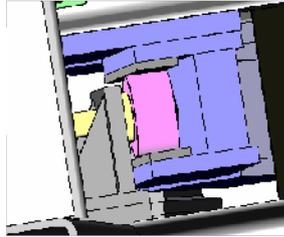
L'étude cinématique de la liaison composée donne une liaison équivalente pivot d'axe (O_0, \vec{z}_0) . Cette liaison est hyperstatique de degré 1.

Des appuis aux 4 coins du cadre mobile sont justifiés par la nécessité de limiter les déplacements dus aux déformations pour maintenir une bonne qualité d'orientation de la tôle.

Q36 Conception de la liaison sphère-cylindre de centre O_0 et de direction \vec{z}_0 : réalisée par la mise en série d'une liaison pivot glissant d'axe (O_0, \vec{z}_0) et d'une rotule de centre O_0 dans le but d'augmenter les surfaces de contact et donc limiter les pressions. Ces liaisons sont à contact glissant.



Conception de la liaison sphère-plan en M_1 : réalisée par la mise en série d'une liaison rotule utilisant un roulement à billes à contact radial et d'une liaison linéaire rectiligne de normale \vec{z}_0 sur la génératrice de la bague extérieure du roulement.



IV.B - Conception du rouleau 10

- Q37 Le contexte de production de l'ensemble de la ligne de recuit est celui d'une production unitaire. Le procédé de soudage électrique à l'arc de type MIG permet la réalisation rapide de sous ensembles mécaniques obtenus à partir d'éléments standards de formes simples et à coût minimal.
- Q38 Le soudage à l'arc créant une fusion locale des pièces à souder risque de créer, après refroidissement, des déformations des pièces soudées. La géométrie des portées de roulement ne pourrait pas être garantie. Un usinage après soudage est donc nécessaire.
- Q39 La liaison pivot du rouleau avec le cadre mobile est définie au niveau des deux guidages par roulement. La nécessité de maintenir une vitesse quasi constante pour la tôle impose donc une vitesse tangentielle à la périphérie du rouleau constante et donc la limitation de l'écart de coaxialité.

IV.C - Correction de la trajectoire de la tôle

IV.C.1) Capteur de position de la tôle

a) Tension en sortie de pont

Q40 $R_{11} = \frac{x_0}{l} \cdot R_1$ et $R_{21} = \frac{l-x_0}{l} \cdot R_1$ d'où $R_0 = R_{g0} = R_{d0} = \frac{x_0}{l} R_1 \cdot L_1^{-k} + \frac{l-x_0}{l} R_1 \cdot L_2^{-k}$

La bande est maintenant décalée. La position de la ligne d'ombre sur la résistance de gauche est à la position x et on pose $\Delta x = x - x_0$. La résistance de gauche est alors $R_g = R_{g0} + \Delta R$.

Q41 $R_g = \frac{x_0 + \Delta x}{l} R_1 \cdot L_1^{-k} + \frac{l-x_0 - \Delta x}{l} R_1 \cdot L_2^{-k} = \frac{x_0}{l} R_1 \cdot L_1^{-k} + \frac{l-x_0}{l} R_1 \cdot L_2^{-k} + \frac{\Delta x}{l} \cdot R_1 \cdot L_1^{-k} + \frac{-\Delta x}{l} \cdot R_1 \cdot L_2^{-k}$

Soit : $R_g = R_0 + \Delta R$ avec $\Delta R = \frac{R_1}{l} \cdot (L_1^{-k} - L_2^{-k}) \Delta x$

On démontre alors que : $R_d = R_0 - \Delta R$

Q42 $V_s = V_B - V_A = \left(\frac{R_g}{R_d + R_g} - \frac{1}{2} \right) U_a = \left(\frac{R_0 + \Delta R}{R_0 - \Delta R + R_0 + \Delta R} - \frac{1}{2} \right) U_a = \left(\frac{R_0 + \Delta R}{2R_0} - \frac{1}{2} \right) U_a$

D'où : $V_s = \frac{U_a}{2R_0} \Delta R = \frac{U_a \cdot R_1}{2 \cdot R_0 \cdot l} \cdot (L_1^{-k} - L_2^{-k}) \Delta x$

b) Tension $M_p(t)$ image de Δx

Q43 ALI 1 et 2 sont des suiveurs, ils permettent de ne pas charger les deux branches du pont car les courants d'entrée de ces montages sont nuls. On parle de rôle « adaptateur d'impédance ».

Q44 ALI 3 est monté en soustracteur.

$$M_p = V_D - V_C = -V_s = \frac{U_a \cdot R_1}{2 \cdot R_0 \cdot l} \cdot (L_2^{-k} - L_1^{-k}) \cdot \Delta x$$

Q45 Ramener la tension V_s à une tension référencée par rapport à la masse du montage.

c) Fonction de transfert du capteur

Q46 On a $B_1(p) = \frac{U_a \cdot R_1}{2 \cdot R_0 \cdot l} \cdot (L_2^{-k} - L_1^{-k})$ or R_0 dépend de x_0 donc $B_1(p)$ dépend aussi de x_0 .

Pour $x_0 = 2 \text{ cm}$ $R_0 = 2,39 \text{ k}\Omega$ et $B_1(p) = 208 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$

Pour $x_0 = 3 \text{ cm}$ $R_0 = 1,59 \text{ k}\Omega$ et $B_1(p) = 313 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$

Q47 Pour $x_0 = 2 \text{ cm}$ Δx peut évoluer de -2 cm à $+2 \text{ cm}$

Pour $x_0 = 3 \text{ cm}$ Δx peut évoluer de -1 cm à $+1 \text{ cm}$ ou -3 cm à $+1 \text{ cm}$.

Afin que le dispositif fonctionne, il sera impératif d'avoir un décalage de bande inférieur à ces valeurs, faute de quoi, les valeurs issues du capteur seraient fausses et l'asservissement inopérant.

IV.C.2) Mécanisme de correction de trajectoire

La fermeture géométrique entre les points O_0 , C et B donne :

$$\vec{O_0C} + \vec{CB} + \vec{BO_0} = \vec{0}$$

ce qui donne $\lambda \cdot \vec{u} = (x_b \cdot \cos(\beta) - y_b \sin(\beta) - x_c) \cdot \vec{x}_0 + (x_b \cdot \sin(\beta) + y_b \cos(\beta) - y_c) \cdot \vec{y}_0$

Q48 On exprime

$$\lambda^2 = x_b^2 + y_b^2 + x_c^2 + y_c^2 - 2 \cdot x_b \cdot (x_c \cdot \cos(\beta) + y_c \cdot \sin(\beta)) + 2 \cdot y_b \cdot (x_c \cdot \sin(\beta) - y_c \cdot \cos(\beta))$$

Q49 Avec $x_c = x_b$ et β toujours très petit, on a, $\lambda^2 = (y_b - y_c + 2 \cdot \beta \cdot x_b)(y_b - y_c)$ et donc

$$\beta = \frac{1}{2 \cdot x_b} \cdot \left(\frac{\lambda^2}{y_b - y_c} + y_c - y_b \right)$$

Q50 Pour des faibles valeurs de x_v , l'évolution de β est quasi linéaire de pente $-4 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ \cdot \text{mm}^{-1}$

Avec $e(t) \approx x_a \cdot \beta$, on obtient $H_r(p) = -4 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\pi}{180} \cdot x_a \cdot \left[H_r(p) \approx 0,935 \right]$, avec x_v en mm .

IV.C.3) Influence de la vitesse de la bande et de sa largeur sur les réglages de la boucle.

Q51 La vitesse de défilement de la bande n'influe pas sur les performances du système.

Par contre la largeur de la bande modifie la fonction de transfert du capteur de centrage.

Plus la bande est large plus x_0 est petit et plus le terme B_1 est faible. Pour garder la même FTBO, il conviendrait alors d'augmenter le terme proportionnel pour garder les mêmes performances.