

Proposition de corrigé

Concours : Concours Centrale-Supélec

Année : 2010

Filière : TSI

Épreuve : Sciences Industrielles 1

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

PARTIE 1 Etude de la locomotion à l'intérieur du tube

I.A.1.a Le corps **2** est fixe dans le tube **0**, le solide **1** est mobile, on fait passer la pression p_e de la valeur p_0 à la valeur p_1 (fig 6-2). Donner l'expression du raccourcissement δ_1 du ressort à l'équilibre (soit aussi la montée de **1** égale à δ_1) en fonction de M_S, p_1, S, K_e, g .

En déduire l'expression de p_0 en fonction de M_S, S, g .

I.A.1.a La longueur libre du ressort est égale à la longueur de **1** ou de **2**, par suite, l'effort généré par le ressort est directement proportionnel à l'allongement x .

Le solide **2** fixe, **1** mobile (figure 6-2) pour un raccourcissement δ_1 soit aussi une montée de **1** égale à δ_1 on a: $-M_S g + p_1 S - K_e \delta_1 = 0$ (δ_1 est noté >0)

on en déduit le déplacement δ_1 soit $\delta_1 = \frac{-M_S g + p_1 S}{K_e} \geq 0 \Rightarrow p_1 \geq \frac{M_S g}{S} = p_0$

Si la pression p_e reste égale à p_0 , **1** reste immobile.

I.A.1.b Le coefficient de frottement visqueux dans la liaison entre **1** et **2** est b et l'on note $\vec{R}_v(2 \rightarrow 1) = -b \dot{x} \vec{x}$ la résultante des actions de frottement. Montrer que l'équation de mouvement du solide **1**, lors de l'évolution précédente et pour une valeur de la pression égale à p_e , est donnée par $M_S \ddot{x} + b \dot{x} + K_e x = (p_e - p_0) S$.

I.A.1.b Par application du théorème de la résultante au solide **1**, on trouve $M_S \ddot{x} = -M_S g - b \dot{x} - K_e x + p_1 S$ soit encore en tenant compte de la valeur de p_0 $M_S \ddot{x} + b \dot{x} + K_e x = +p_1 S - M_S g = (p_1 - p_0) S$

I.A.2 Le corps **2** est libéré, le solide **1** est fixe dans **0**, la pression reste égale à la valeur p_1 (fig 6-3). Donner l'expression du déplacement δ_2 à l'équilibre du solide **2** par rapport à **1** en fonction de M_i, p_1, S, K_e, g .

I.A.2 **1** fixe, **2** mobile (figure 6-3) pour un déplacement δ_2 de **2** vers le bas, on a avec la même pression p_1 : $-M_i g - p_1 S - K_e \delta_2 = 0$

on en déduit le déplacement δ_2 soit $\delta_2 = -\frac{M_i g + p_1 S}{K_e} \leq 0$

I.A.3 Justifier en s'aidant de la figure 6 que:

a) nécessairement entre les deux immobilisations de **1** et **2**, il y a évolution de **2** vers une nouvelle position d'équilibre par rapport à **1** (fig 6-2 et fig 6-3).

b) si on fait évoluer, à partir de la position précédente, la pression de p_1 vers la valeur initiale p_0 , le déplacement du solide **2** par rapport à **1** devient égal à δ_3 dont on donnera l'expression en fonction de M_i, p_0, S, K_e, g (fig 6-4).

I.A.3

a) Entre les deux blocages de **1** et **2**, il n'y a pas de mouvement de **2** à la condition que $\delta_1 = -\delta_2$, ceci n'est vérifié que pour $M_i = -M_S = 0$ ce qui n'est jamais vrai.

b) Si on fait évoluer la pression vers la valeur p_0 , le déplacement de **2** n'est alors que de δ_3 avec $\delta_3 = -\frac{M_i g + p_0 S}{K_e} \leq 0$,

I.A.4 Le corps **1** devient libre, le solide **2** redevient fixe dans **0** (fin du cycle), la pression reste égale à la valeur p_0 (fig 6-5). Montrer que le pas de déplacement δ du solide **2** pour un cycle de fonctionnement est alors donné par l'expression

$$\delta = \frac{(p_1 - p_0) S - (M_i + M_S) g}{K_e}$$

Le cahier des charges impose une précision de $50 \mu\text{m}$ sur la valeur du pas. Les masses M_i et M_S sont comprises entre 0 et 2 kg selon le travail effectué par le robot. Faire l'application numérique et indiquer les grandeurs sur lesquelles il est possible d'agir pour conserver la valeur du pas δ constante quelle que soit la masse transportée.

On donne : $K_e = 9,6 \text{ Nmm}^{-1}$, $S = 89 \text{ mm}^2$, $M_i = 2 \text{ kg}$, $M_s = 30 \text{ g}$, $\Delta p = p_1 - p_0 = 6 \text{ bars}$ ($1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$).

I.A.4 Le déplacement de **2** est donc pour un cycle (cf figures 6-4 et 6-5) de

$$\delta = \delta_1 + \delta_3 = \frac{(p_1 - p_0)S - (M_i + M_s)g}{K_e}$$

On donne : $K_e = 9.6 \text{ N.mm}^{-1}$, $S = 89 \text{ mm}^2$, $M_i = 2 \text{ kg}$, $M_s = 30 \text{ g}$, bars, $\Delta p = p_1 - p_0 = 6 \text{ bars}$

$$\delta = \frac{6 \times 89 \times 10^{-2} - 2.03}{9.6} = 0.34 \text{ cm} = 3.4 \text{ mm}$$

Il faut agir sur la valeur de la pression p_1 pour régler la valeur du pas. Il sera nécessaire de mettre en place une boucle d'asservissement de position pour minimiser l'influence de la variabilité des masses M_i et M_s .

I.B Etude et modélisation du capteur de position

I.B.1 – Indiquer les causes des phénomènes de saturation observés sur la *figure 8*.

En déduire que l'utilisation de capteur n'est possible que sur une plage $D_m < d < D_M$. Donner les valeurs de D_m et D_M .

I.B.1

La loi étant en $1/d^2$ lorsque l'aimant est trop proche du capteur, celui-ci est saturé par les lignes de champ, au contraire si l'aimant est trop éloigné du capteur, les lignes de champ captées sont insuffisantes.

$D_m = 1,5 \text{ mm}$; $D_M = 8 \text{ mm}$.

I.B.2 Au voisinage du capteur, les éléments du robot sont réalisés dans un alliage léger de perméabilité magnétique relative égale à un. Pourquoi est-il indispensable d'utiliser un matériau ayant cette caractéristique au voisinage du capteur ?

I.B.2

L'aluminium étant un matériau amagnétique, il ne perturbe ni le trajet, ni l'intensité du champ magnétique créé par l'aimant. Il n'y a donc pas de risque de perturbation de la mesure.

I.B.2.a Compte tenu de la plage d'utilisation du capteur définie à la question I.B.1 et des caractéristiques de la carte d'interface (décalage de -5 V et amplification d'un facteur 2). Indiquer la plage de variation de la tension V_F (tension de sortie du conditionneur, *figure 10*) lorsque d varie de D_m à D_M .

Le convertisseur A/N est un convertisseur 16 bits, $-10 \text{ V} / +10 \text{ V}$. Quel est l'intérêt d'amplifier et de décaler la tension v_{Hall} ?

I.B.2.a

La tension v_{Hall} est comprise entre **$0,5 \text{ V}$ et $9,5 \text{ V}$** . Le décalage de **-5 V** et l'amplification par un facteur **2** donnent une tension **V_F** comprise entre **-9 V et 9 V** .

Cette mise à l'échelle du signal de mesure permet d'utiliser au mieux l'échelle du convertisseur analogique numérique ($\pm 10 \text{ V}$) de la carte DS 1102

I.B.2.b La précision fixée par le cahier des charges sur le déplacement est de $50 \mu\text{m}$; conclure sur la pertinence de la solution technologique retenue.

I.B.2.b

Le convertisseur propose **$2^{16} = 65536$** combinaisons pour une pleine échelle de **20 V** .

Le quantum du convertisseur est $q = \frac{20}{65536} \text{ V}$ ce qui correspond du fait de la présence

de l'amplificateur de tension ($\times 2$) à une variation de $\Delta V_{\text{Hall}} = \frac{10}{65536} \text{ V}$

À la variation ΔV_{Hall} correspond une variation $\Delta d = \frac{10}{65536} \frac{6,5}{9} = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ mm} = 0,11 \mu\text{m}$

La précision intrinsèque de la mesure **$0,11 \mu\text{m}$** est largement suffisante vis-à-vis du cahier des charges qui impose une précision de **$50 \mu\text{m}$** .

I.B.3

I.B.3.a Exprimer $V_A(p)$ en fonction de $V_{Hall}(p)$ et de $V_{dc}(p)$. Choisir les valeurs des résistances et de la tension continue V_{dc} afin d'avoir $v_A(t) = v_{Hall}(t) - 5$.

I.B.3.a

L'amplificateur AL1 est parfait, donc

$$V^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_{Hall} \quad \text{et on applique le théor. de Millman} \quad V^- = \frac{\frac{V_{DC}}{R_3} + \frac{V_A}{R_4}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \frac{R_4 \cdot V_{DC} + R_3 \cdot V_A}{R_4 + R_3}$$

$$\text{Nous avons } V^+ = V^- \Rightarrow V_A = \frac{R_1 (R_4 + R_3)}{R_3 (R_1 + R_2)} V_{Hall} - \frac{R_4}{R_3} V_{DC}$$

On choisit **10 kΩ** comme valeur de chacune des résistances et une tension **$V_{DC} = 5 V$** .

I.B.3.b Soit $H(p) = \frac{V_F(p)}{V_A(p)}$.

Déterminer H_0 le gain statique de $H(p)$, choisir k afin d'avoir $H_0 = 2$.

I.B.3.b

En régime continu (détermination du gain statique) on enlève les condensateurs. Ali2 est parfait ce qui entraîne $V^+ = V_A$ et $V^- = \frac{1}{1+k} \cdot V_F$

Nous avons aussi $V^+ = V^-$ ce qui donne $H_0 = 1 + k = 2 \Rightarrow k = 1$

I.B.3.c Déterminer la fonction de transfert $H(p)$. On présentera $H(p)$ sous la forme $H(p) = \frac{H_0}{1 + 2m_0 \frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$

Exprimer ω_0 en fonction des éléments du montage et donner la valeur de m_0 . Justifier la nature de ce filtre et le choix d'une fréquence de coupure f_0 de **1,5 kHz** (voir figure 9). Quel est l'ordre de ce filtre?

I.B.3.c

Nous avons $k = 1$, ce qui impose $V^+ = V^- = \frac{V_F}{2}$

Appelons **B** le point commun aux deux résistances **R** et au condensateur **C**.

L'application du théorème de Millman en **B** donne :

$$V_B = \frac{\frac{V_F}{2} + \frac{V_A}{R} + C_p V_F}{\frac{2}{R} + C_p} = \frac{V_F \cdot (1 + 2RCp) + 2V_A}{2(2 + RCp)} \quad (1)$$

Le diviseur de tension en V^+ donne : $V_B = \frac{V_F}{2} (1 + RCp) \quad (2)$

$$(1) = (2) \Rightarrow V_F \cdot (1 + 2RCp) + 2V_A = V_F \cdot (1 + RCp)(2 + RCp) \Rightarrow H(p) = \frac{2}{1 + RCp + (RCp)^2}$$

L'identification nous donne **$H_0 = 2$; $\omega_0 = 1/RC$ et $m_0 = 0,5$**

Ce filtre est un filtre passe-bas du second ordre anti-repliement qui élimine les fréquences supérieures à la moitié de la fréquence d'échantillonnage.

I.B.3.d Choisir la valeur de **C** pour une valeur de **R = 4,7 kΩ**.

I.B.3.d Application numérique.

$$\omega_0 = 2\pi.f_0 = \frac{1}{RC} \Rightarrow \boxed{C = 22,6 \text{ nF}}$$

I.B.3.e À une constante près, la grandeur d représente la position x du robot. Pour l'étude du robot en régime variable, on a donc

$$D(p) = X(p). \text{ On modélise l'ensemble du capteur de position d'entrée } X(p) \text{ et de sortie } V_F(p) \text{ par un gain pur } K_{Hall} = \frac{V_F(p)}{X(p)}$$

(unité V. m⁻¹)

En utilisant la caractéristique de la figure 8, donner la valeur de K_{Hall} .

I.B.3.e

$$K_{Hall} = \frac{\Delta V_F}{\Delta d} = \frac{18}{6,5 \cdot 10^{-3}} = 2769 \text{ V.m}^{-1} \text{ (ne pas oublier le facteur 2 de l'ampli.)}$$

Partie 2 Modélisation de l'asservissement en position de la tige 1

II.A.1 À partir de l'équation temporelle obtenue en I.A.1.b et rappelée ci-dessus, établir l'équation symbolique en p qui décrit le fonctionnement du module d'élongation.

Exprimer alors la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{X(p)}{P_e(p)}$

II.A.1

L'équation devient : $M_s.p^2.X + b.p.X + K_e X = P_e.S$

La fonction de transfert $H_1 = \frac{X(p)}{P_e(p)} = \frac{S}{M_s.p^2 + b.p + K_e} \Rightarrow \boxed{H_1 = \frac{\frac{S}{K_e}}{\frac{M_s}{K_e}.p^2 + \frac{b}{K_e}.p + 1}}$

II.A.2 Exprimer la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{X(p)}{P_e(p)}$ à partir du schéma de la figure 12.

II.A.2

La formule de Black appliquée au schéma de la figure 12 donne :

$$\boxed{H_1 = \frac{K_1}{K_2} \cdot \frac{1}{\frac{M_s}{K_2}.p^2 + \frac{a}{K_2}.p + 1}}$$

II.A.3 Comparer les deux formes de $H_1(p)$ obtenues et exprimer K_1 , K_2 et a en fonction de S , K_e et b .

II.A.3

La comparaison des deux formes obtenues donne : $\boxed{b = a ; K_e = K_2 ; S = K_1}$

II.A.4 Mettre la fonction de transfert sous la forme $H_1(p) = \frac{H_{10}}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + 2.\xi \frac{p}{\omega_0} + 1}$

Exprimer H_{10} , ω_0 et ξ en fonction de M_s , S , K_e et b .

II.A.4

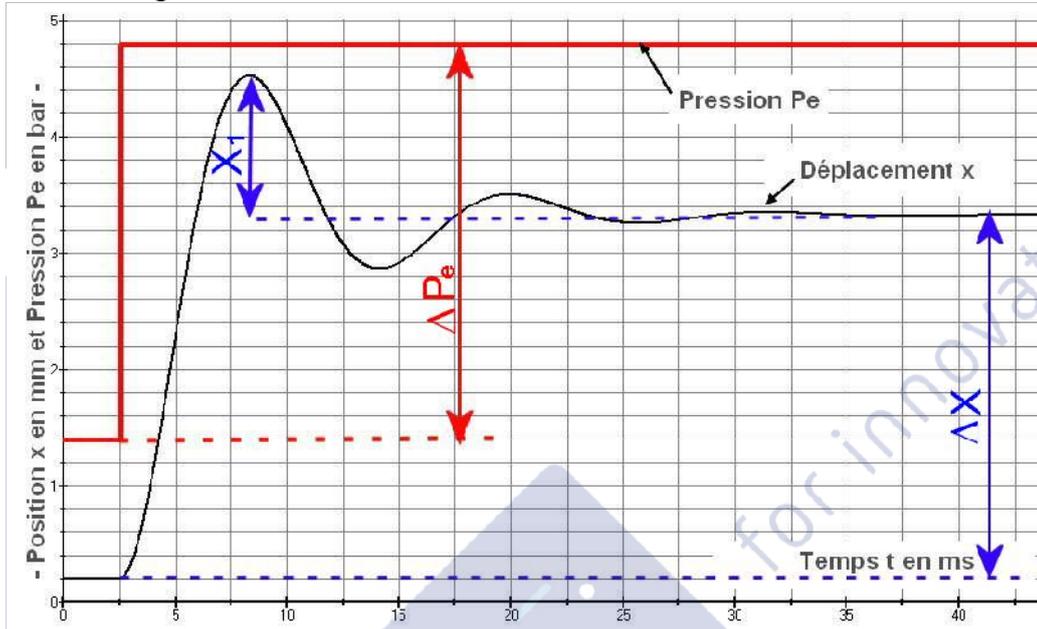
L'identification donne alors :

$$\boxed{H_{10} = \frac{S}{K_e} ; \omega_0 = \sqrt{\frac{K_e}{M_s}} ; \xi = \frac{b}{2\sqrt{K_e.M_s}}}$$

II.A.5 À partir de l'expression de H_{10} obtenue en II.A.4 et du relevé *figure 13*, déterminer la valeur numérique de K_e : Raideur du module d'élongation en $N.m^{-1}$

II.A.5

L'exploitation de la figure 13 est la suivante :



$$\text{Le gain statique } H_{10} = \frac{S}{K_e} = \frac{\Delta X}{\Delta P_e} = \frac{3,2 \cdot 10^{-3}}{3,4 \cdot 10^5} \text{ avec } S = 89 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \Rightarrow K_e = 9468 \text{ N.m}^{-1}$$

II.A.6 Pour un système du second ordre de coefficient d'amortissement $\xi < 1$, on a la relation $D_{1\%} = 100 \cdot e^{-\frac{\pi \cdot \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ où $D_{1\%}$ est l'amplitude du premier dépassement exprimée en %. À l'aide du relevé de la *figure 13*, déterminer la valeur du coefficient ξ . Utiliser l'expression de ξ obtenue en II.A.4 pour déterminer la valeur numérique de b : coefficient de frottement visqueux en $N.m^{-1}.s$

II.A.6 L'amplitude du premier dépassement est $D_{1\%} = \frac{X_1}{\Delta X} \cdot 100 = 38\%$

La formule donne un $\xi = 0,3$

Or $\xi = \frac{b}{2\sqrt{K_e \cdot M_s}}$ avec $M_s = 30 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \Rightarrow b = 9,4 \text{ Nm}^{-1}.s$

II.B Modélisation de l'ensemble: servovalve associée à l'actionneur à soufflet

Le comportement est décrit par l'équation :

$$(p + a_1) \cdot P_e = a_2 \cdot I_e - a_3 \cdot p \cdot X \Rightarrow P_e = \frac{1}{p + a_1} (a_2 \cdot I_e - a_3 \cdot p \cdot X)$$

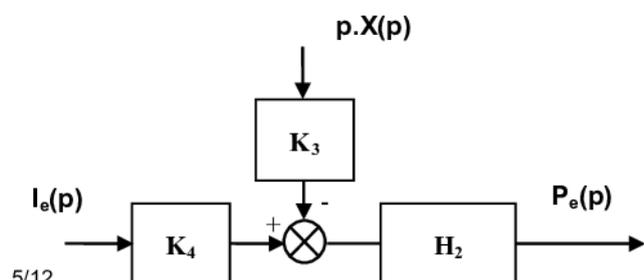
II.B.1 À partir de l'équation et du schéma de la *figure 14*, exprimer H_2 , K_3 et K_4 en fonction de a_1 , a_2 et a_3 .

II.B.1

Le schéma bloc de la figure 14 donne :

$$P_e = H_2 \cdot (K_4 \cdot I_e - K_3 \cdot p \cdot X)$$

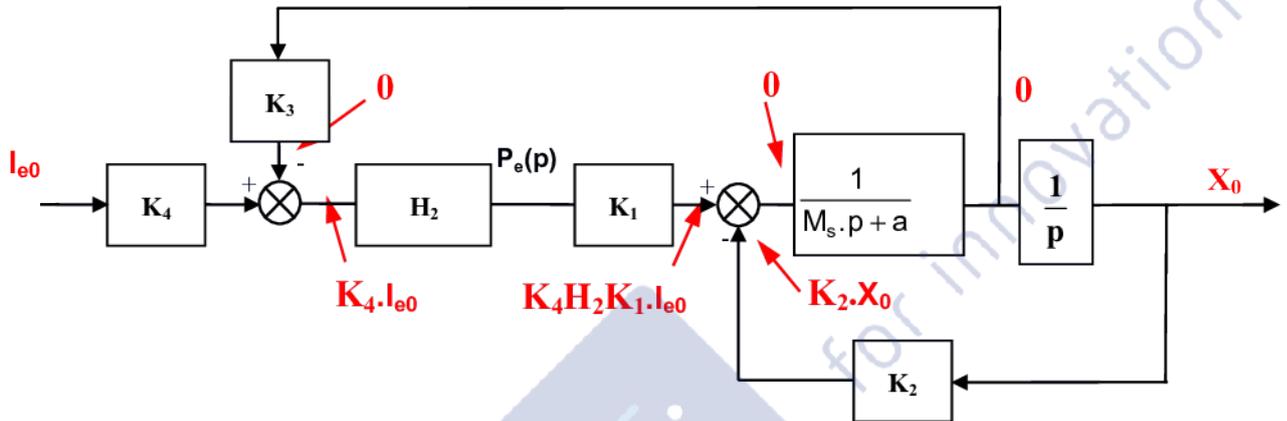
Par identification on obtient :



$$H_2 = \frac{1}{p + a_1} \quad K_4 = a_2 \text{ et } K_3 = a_3$$

II.B.2 Montrer qu'à l'équilibre ($x = cte$), le gain statique est donnée par $\frac{X_0}{I_{e0}} = \frac{a_2 \cdot S}{a_1 \cdot K_e}$. Indication, ne pas calculer la fonction de transfert complète de l'ensemble servovalve+actionneur, utiliser les propriétés de l'intégrateur en régime statique. À partir de la réponse à l'échelon d'intensité de la figure 15, donner la valeur de a_2 en Pa.s.A^{-1} .

II.B.2 À l'équilibre la position $X = cte$, la vitesse est donc nulle, ce qui impose les valeurs suivantes sur le schéma bloc

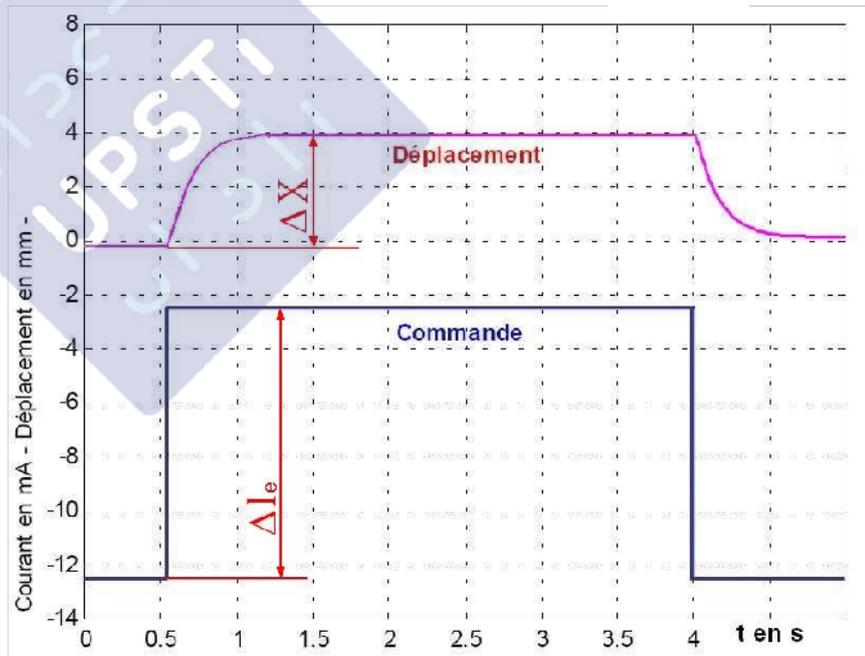


Nous avons donc au soustracteur la relation $K_4 H_{20} K_1 \cdot I_{e0} = K_2 \cdot X_0$

$$\text{D'où } \frac{X_0}{I_{e0}} = K_4 H_{20} K_1 K_2 = \frac{a_2 \cdot S}{a_1 \cdot K_e}$$

$$\text{avec } H_{20} = \frac{1}{a_1} ; K_4 = a_2$$

$$K_1 = S \text{ et } K_2 = K_e$$



Nous mesurons un gain statique $\frac{\Delta X_0}{\Delta I_e} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3}} = 0,4 = \frac{a_2 \cdot S}{a_1 \cdot K_e}$ d'où

$$a_2 = \frac{0,4 \cdot a_1 \cdot K_e}{S} = \frac{0,4 \cdot 10 \cdot 9468}{69 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow a_2 = 5,5 \cdot 10^8 \text{ A.Pa.s}^{-1}$$

II.B.3 Le diagramme de Bode de la fonction de transfert $H_4 = K_5 \cdot H_C(p) \cdot H_3(p)$ est donné figure 17 pour $K_c = 1$.

Le cahier des charges impose que le déplacement se fasse sans dépassement. Pour respecter cette contrainte une marge de phase de 80° est suffisante. Déterminer la valeur de K_c .

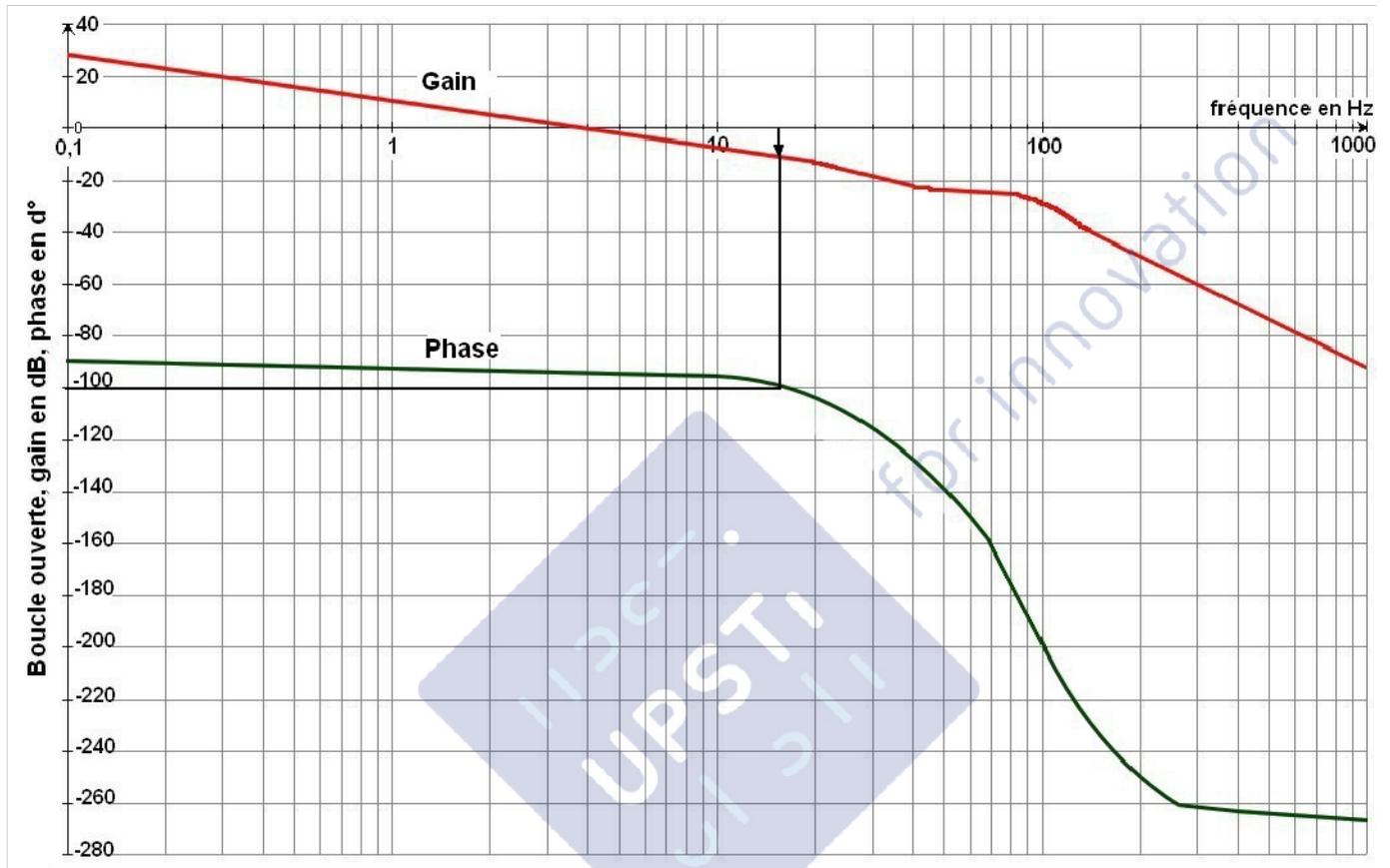
II.B.3

Réglage de la marge de phase.

On souhaite régler la marge de phase de la boucle ouverte à 80° , cela impose que la courbe de gain coupe l'axe 0 dB lorsque la phase vaut -100° .

Il faut relever la courbe de gain de 10 dB .

$$\text{D'où } K_c = 3,2$$



II.B.4 Pour le système corrigé, donner et justifier la valeur de l'écart de position pour une entrée constituée d'un échelon de $4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

II.B.4

Détermination de l'écart de position.

Le système est de classe 1 (présence de l'intégrateur), l'écart de position est nul.

PARTIE 3 Etude du blocage du robot par le module supérieur

III.A.1

Calculer la vitesse de glissement $\vec{V}(M_6, 6/7)$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{x})$, en déduire alors l'expression $d\vec{F}_{7 \rightarrow 6} = (-p\vec{n} + pf_{67}\vec{\tau})dS = p(-\vec{n} + f_{67}\vec{\tau})dS$.

III.A.1

On se place dans le cas du mouvement de sortie des pattes (moteur sens 1), on suppose donc $\dot{\theta} < 0$ et $C_M > 0$, cas du dévissage de la vis 6 par rapport à l'écrou 7.

$$\vec{V}(M_6, 6/7) = h\dot{\theta}\vec{x} + r_m\dot{\theta}\vec{v}$$

on en déduit que $\vec{V}(M_6, 6/7) \cdot \vec{\tau} = (h\dot{\theta}\vec{x} + r_m\dot{\theta}\vec{v}) \cdot \vec{\tau} = (h\dot{\theta}\sin\alpha + r_m\dot{\theta}\cos\alpha) < 0$ par suite, par application des lois de Coulomb, on peut écrire que localement au point M_6 :

$$d\vec{F}_{7 \rightarrow 6} = (-p\vec{n} + pf_{67}\vec{\tau})dS$$

III.A.2 Donner en isolant le solide 6, la relation liant C_M et L_{76} .

III.A.2

$$\vec{M}(0, \bar{6} \rightarrow 6) \cdot \vec{x} = -C_M + L_{76} = 0 \quad \Rightarrow \quad L_{76} = C_M \quad (\text{équation 1bis})$$

III.A.3 Donner en isolant le solide 7, la relation liant F et X_{76} .

III.A.3

$$\vec{R}(\bar{7} \rightarrow 7) \cdot \vec{x} = -X_{76} - F = 0 \quad \Rightarrow \quad F = -X_{76} \quad (\text{équation 2bis})$$

III.A.4 On veut montrer que $L_{76} = -h^* X_{76}$ avec $h^* = r_m \tan(\alpha + \varphi')$, pour cela on demande d'évaluer directement à partir de la densité définie en III.A.1 les expressions $X_{76} = \vec{x} \cdot \int_7 d\vec{F}_{7 \rightarrow 6}$ et $L_{76} = \vec{x} \cdot \int_7 \vec{OM} \wedge d\vec{F}_{7 \rightarrow 6}$. On donnera ces

expressions en fonction de $(\int_7 p dS)$, f_{67} , r_m , α et β .

Déduire des résultats précédents la relation demandée.

III.A.4

Or: $X_{76} =$

$$\vec{x} \cdot \int_7 d\vec{F}_{7 \rightarrow 6} = \vec{x} \cdot \int_7 p(-\vec{n} + f_{67}\vec{\tau})dS = (\int_7 p dS) (-\cos\beta \cos\alpha + f_{67} \sin\alpha)$$

$$L_{76} = \vec{x} \cdot \int_7 \vec{OM} \wedge d\vec{F}_{7 \rightarrow 6} = \vec{x} \cdot \int_7 r_m \vec{u} \wedge p(-\vec{n} + f_{67}\vec{\tau})dS = (\int_7 p dS) \vec{x} (r_m \cos\beta \vec{\tau} + r_m f_{67} \vec{i})$$

$$\text{Soit } L_{76} = (\int_7 p dS) \cdot (r_m \cos\beta \sin\alpha + r_m f_{67} \cos\alpha)$$

On en déduit la relation liant L , C_M et X :

$$L_{76} = C_M = -r_m X_{76} \tan(\alpha + \varphi') \text{ ou } L_{76} = C_M = r_m F \tan(\alpha + \varphi') \quad (\text{équation 3bis})$$

III.B Calcul du couple moteur minimum C_{m0} au dévissage

III.B.1 Exprimer, à partir de N_{08} , T_{08} et f_{08} la condition de non glissement des pattes sur le tube 0.

Par application des lois de Coulomb au point $J1$ (par exemple), la condition de non-glissement du solide 8 par rapport au tube 0 s'exprime par $|T_{08}| \leq N_{08} f_{08}$ soit en tenant compte du signe de T_{08} $T_{08} \leq N_{08} f_{08}$

III.B.2 Montrer, en définissant le système isolé, que $T_{08} = \frac{Mg}{3}$.

On considère le robot complet, immobilisé dans le tube par les pattes du solide 1:

Le théorème de la résultante en projection sur \bar{x} fournit le résultat suivant:

$\vec{R}(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma)\bar{x} = \left(\sum_{i=1}^3 (-N_{08} \vec{i} + T_{08} \bar{x}) - Mg\bar{x}\right) \cdot \bar{x} = 0$ soit en tenant compte de la symétrie des efforts: $3T_{08} - Mg = 0$ d'où le résultat annoncé.

III.B.3 Montrer à partir de l'étude de l'équilibre de 7 que X_{67} et N_1 sont reliés par la relation $X_{67} = 3N_1(\cos \gamma + f_{78} \sin \gamma)$.

On considère le solide 7, par application du théorème de la résultante en projection sur \bar{x} , on obtient: $\vec{R}(\bar{7} \rightarrow 7)\bar{x} = \left(\sum_{i=1}^3 \vec{R}_i(8 \rightarrow 7) + \vec{R}(6 \rightarrow 7)\right) \cdot \bar{x} = 0$ soit aussi en tenant compte de la symétrie des efforts $-3(N_1 \cos \gamma + T_1 \sin \gamma) + X_{67} = 0$ qui devient en se plaçant à la limite du glissement en I_1 : $-3N_1(\cos \gamma + f_{78} \sin \gamma) + X_{67} = 0$ c'est-à-dire $X_{67} = 3N_1(\cos \gamma + f_{78} \sin \gamma)$

III.B.4 Montrer à partir de l'étude de l'équilibre de la patte 8_1 que N_{08} et N_1 sont reliés par la relation $N_{08} = N_1(\sin \gamma - f_{78} \cos \gamma)$.

On considère le solide 8_1 , par application du théorème de la résultante en projection sur \vec{i}_1 , on obtient: $\vec{R}(\bar{8}_1 \rightarrow 8_1) = -N_{08} \vec{i} + T_{08} \bar{x} + \vec{R}(1 \rightarrow 8_1) + N_1 \vec{u}_1 + T_1 \vec{w}_1$ soit aussi, en tenant compte de la liaison pivot parfaite entre 1 et 8_1 et en projection sur la direction \vec{i}_1 : $-N_{08} + (N_1 \sin \gamma - T_1 \cos \gamma) = 0$ soit encore $N_{08} = N_1(\sin \gamma - f_{78} \cos \gamma)$

III.B.5 Montrer, en utilisant la relation $L_{76} = -h^* X_{76}$ et la relation entre C_m et C_M que $T_{08} = \frac{Mg}{3}$. En déduire alors que la condition de maintien du contact entre les pattes du robot et le tube (dans le cas d'une masse tractée M) s'exprime par

$C_m > C_{m0}$ avec $C_{m0} = \frac{Mgr_m \tan(\alpha + \varphi')(\cos \gamma + f_{78} \sin \gamma)}{\eta \rho f_{08} (\sin \gamma - f_{78} \cos \gamma)}$. Faire l'application numérique.

On donne $M = 2 \text{ kg}$; $f_{78} = 0,1$; $f_{08} = f_{67} = 0,2$; $f_{67} = \tan \varphi' \cos \beta$; $\gamma = 80^\circ$; $\alpha = 5^\circ$
 $\beta = 30^\circ$; $r_m = 4 \text{ mm}$; $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$; $\eta = 0,65$; $\rho = 135$; $p_v = 1,5 \text{ mm}$.

Le théorème du moment appliqué au solide 5 en un point de l'axe de rotation donne: $-C_m + C_M = 0$. A partir du rendement η et du rapport de réduction ρ du réducteur on trouve $C_M = \eta \rho C_m$

A partir des relations obtenues en **III.A.2** et en **III.A.4**: $L_{76} = C_M = -h^* X_{76}$ on déduit:

$L_{76} = C_M = -h^* X_{76} = -h^* (-3N_1(\cos \gamma + f_{78} \sin \gamma)) = \eta \rho C_m$ soit aussi (Cf **III.A.2.d**) en

faisant intervenir N_{08} : $C_m = \frac{3h^*(\cos \gamma + f_{78} \sin \gamma)}{\rho \eta (\sin \gamma - f_{78} \cos \gamma)} N_{08}$

or $T_{08} = \frac{Mg}{3} \leq N_{08} f_{08}$ (condition de non glissement des pattes)

d'où finalement: $C_m > C_{m0}$ avec $C_{m0} = \frac{Mgh^*(\cos \gamma + f_{78} \sin \gamma)}{\eta \rho f_{08} (\sin \gamma - f_{78} \cos \gamma)}$ avec $h^* =$

$r_m \tan(\alpha + \varphi')$

Application numérique : $f_{67} = \tan \varphi' \cos \beta = 0,2 \Rightarrow \varphi' = 13^\circ$; $M = 2 \text{ kg}$; $f_{78} = 0,1$; $f_{08} = 0,2$; $\gamma = 80^\circ$;

$\alpha = 5^\circ$; $\beta = 30^\circ$; $r_m = 4 \text{ mm}$; $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$; $\eta = 0,65$; $\rho = 135$; $p = 1,5 \text{ mm}$

D'où $C_{m0} = 400 \mu \text{ Nm}$

III.B.6 Lorsque les pattes sont complètement sorties (blocage du module supérieur et le module inférieur est libre), l'alimentation du moteur est coupée, expliquer pourquoi le blocage des pattes est néanmoins conservé. Donner la démarche qui permettrait d'établir ce résultat.

Il suffit de vérifier l'irréversibilité du système vis-écrou.

Dans le cas du vissage de la vis 6 par rapport à l'écrou 7 $\dot{\theta} > 0$ et $C_M < 0$, les résultats de l'étude précédente demeurent à l'exception du signe de la composante tangentielle de l'action de contact en M_6 , par suite cela revient à changer φ' en $-\varphi'$ pour vérifier l'irréversibilité de la liaison hélicoïdale.

Justification non demandée:

$d\vec{F}_{7 \rightarrow 6} = (-p\vec{n} + t\vec{\tau})dS$ avec $|t| = pf_{67}$ (f_{67} est le coefficient de frottement entre 6 et 7: $f_{67}=0.1$)

$$\vec{V}(M,6/7) \cdot t\vec{\tau} = t(h\dot{\theta}\vec{x} + r_m\dot{\theta}\vec{v}) \cdot \vec{\tau} = t(h\dot{\theta}\sin\alpha + r_m\dot{\theta}\cos\alpha) < 0 \Rightarrow t < 0$$

par suite :

$$d\vec{F}_{7 \rightarrow 6} = (-p\vec{n} + t\vec{\tau})dS = (-p\vec{n} - pf_{67}\vec{\tau})dS = -p(\vec{n} + f_{67}\vec{\tau})dS$$

$$\vec{M}(O, \bar{6} \rightarrow 6) \cdot \vec{x} = -C_M + L_{76} = 0 \Rightarrow L_{76} = C_M \quad \text{(équation 4bis)}$$

$$\vec{R}(\bar{7} \rightarrow 7) \cdot \vec{x} = -X_{76} - F = 0 \Rightarrow F = -X_{76} \quad \text{(équation 5bis)}$$

$$\text{Or: } X_{76} = \vec{x} \cdot \int_7 d\vec{F}_{7 \rightarrow 6} = \vec{x} \cdot \int_7 -p(\vec{n} + f_{67}\vec{\tau})dS = \left(-\int_7 pdS\right) (\cos\beta\cos\alpha + f_{67}\sin\alpha)$$

$$L_{76} = \vec{x} \cdot \int_7 \vec{OM} \wedge d\vec{F}_{7 \rightarrow 6} = \vec{x} \cdot \int_7 r_m \vec{u} \wedge -p(\vec{n} + f_{67}\vec{\tau})dS = \left(-\int_7 pdS\right) \vec{x} \cdot (-r_m \cos\beta\vec{\tau} + r_m f_{67}\vec{i})$$

$$\text{Soit } L_{76} = \left(-\int_7 pdS\right) \cdot (-r_m \cos\beta\sin\alpha + r_m f_{67}\cos\alpha)$$

On en déduit la relation liant L , C_M et X :

$$L_{76} = C_M = r_m X_{76} \tan(\varphi' - \alpha) \text{ ou } L_{76} = C_M = -r_m F \tan(\varphi' - \alpha) \quad \text{(équation 6bis)}$$

$$\vec{M}(O, \bar{6} \rightarrow 6) \cdot \vec{x} = -C_M + L_{76} = 0 \text{ et } \vec{R}(\bar{7} \rightarrow 7) \cdot \vec{x} = -X_{76} - F = 0$$

$$\text{on en déduit } L_{76} = C_M = r_m F \tan(\alpha - \varphi')$$

La vis restera immobile si la liaison hélicoïdale est irréversible, cad s'il faut créer C_M pour faire descendre l'écrou: $C_M < 0 \Rightarrow \varphi' > \alpha$ (F est > 0)

C'est le cas de la vis 6 assemblée avec l'écrou 7: il ne peut y avoir descente de l'écrou et donc déblocage de la tige 1

III.C Validation du choix du moteur

III.C.1 Calculer le couple de pertes C_p du moteur. Le couple de pertes sera supposé indépendant de la vitesse.

Les caractéristiques principales du moteur à courant continu à aimants permanents Portescap 08G61 sont :

Grandeurs nominales : $U_N = 9 \text{ V}$; $I_N = 60,2 \text{ mA}$; $N_N = 7000 \text{ tr.min}^{-1}$; $R = 64 \text{ } \Omega$

Grandeurs à vide : $U_0 = 9 \text{ V}$; $I_0 = 2,2 \text{ mA}$; $N_0 = 11800 \text{ tr.min}^{-1}$

Cte de couple : $K_t = 7,2 \text{ mNm.A}^{-1}$. Cte de f.e.m. : $K'_e = 0,75 \text{ V.}(1000 \text{ tr.min}^{-1})^{-1}$

À vide le couple utile est nul, donc $C_p = K_t \cdot I_0 = 16 \mu\text{Nm}$

III.C.2 Calculer le courant I_1 qui passe dans le moteur, lorsque le rotor est bloqué pour $U = 9 \text{ V}$. En déduire la valeur du couple utile moteur C_{m1} disponible. Conclure en fonction du résultat obtenu à la question III.A.2.a.

Rotor bloqué, la fem est nulle, donc $U = R \cdot I_1 \Rightarrow I_1 = 140 \text{ mA}$

$$C_{m1} = K_t \cdot I_1 - C_p \Rightarrow C_{m1} = 992 \mu\text{Nm}$$

Cette valeur est supérieure à $C_{m0} = 400 \mu\text{Nm}$ calculé en III.B.5, le blocage est assuré.

III.D Détection du blocage du rotor

Calculer la puissance dissipée dans le moteur, le rotor est bloqué pour $U = 9 \text{ V}$. Cet état ne doit pas se prolonger, aussi est-il nécessaire de le détecter afin de couper l'alimentation. Proposer un principe de détection simple du blocage du rotor. La coupure de l'alimentation doit-elle être instantanée ou temporisée ? Justifier.

Rotor bloqué la puissance dissipée est égale à $P = R \cdot I_1^2 = 1,25 \text{ W}$.

Il suffit de mesurer l'intensité pour détecter le blocage du moteur, il faut temporiser la coupure de l'alimentation afin de faire la distinction entre le courant de démarrage (bref) et le courant de blocage du moteur.

III.E Évaluation du temps de sortie des pattes

III.E.1 Calculer la fréquence de rotation du moteur.

Calculons la fem du moteur lors du déplacement de l'écrou
 $U = E + RI \Rightarrow E = 9 - 64 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 7,08 \text{ V}$ avec $K'_e = 0,75 \text{ V} \cdot (1000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1})^{-1}$
D'où $N = 9440 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$

III.E.2 Calculer le temps de sortie des pattes.

Si $N = 9440 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$, la vis tourne à $N_{\text{vis}} = 9440/135 = 70 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$

Pour que les pattes se déplacent d'une distance $|z_1|$, l'écrou doit se déplacer d'une distance $|x_1| = |z_1| \cdot \tan \gamma = 1,5 \cdot \tan(80^\circ) = 8,5 \text{ mm}$

Le pas de la vis est de 1,5 mm, la vis devra donc effectuer 5,7 tours à la fréquence de $700 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$.

Le temps estimé de sortie des pattes est : $t_1 = \frac{5,7}{70} \cdot 60 = 488 \text{ ms}$

PARTIE 4 Analyse d'un pas-contrôle des tubes

IV.A.1 Indiquer pour les quatre phases, si les modules inférieur et supérieur sont fixes ou mobiles par rapport au tube.

Phase 1 : Le module inférieur est bloqué, le module supérieur monte (le robot grandit)

Phase 2 : Les deux modules sont immobiles par rapport au tube (préparation de la phase suivante)

Phase 3 : Le module supérieur est bloqué, le module inférieur monte (le robot rapetisse)

Phase 4 : Les deux modules sont immobiles par rapport au tube (préparation de la phase suivante)

IV.A.2 Indiquer la longueur du pas effectué par le robot. Calculer la vitesse moyenne d'avance du robot. La vitesse maximale imposée est de 2 mm.s^{-1} , conclure.

Le robot a avancé de **6 mm** en **5,6 s**, la vitesse d'avance est donc de **$1,07 \text{ mm.s}^{-1}$**

IV.A.3 Les chronogrammes montrent que la commande n'est pas parfaitement optimisée. Sur quelles phases est-il possible de gagner du temps ? Évaluer le gain de temps possible, et vérifier qu'il est possible d'atteindre la vitesse maximale de 2 mm.s^{-1} imposée par le cahier des charges.

Il est possible de diminuer le temps des phases 2 et 4.

Des durées $t_2 = 700 \text{ ms}$ et $t_4 = 700 \text{ ms}$ semblent envisageables.

Les durées $t_1 = t_3 = 800 \text{ ms}$ restent inchangées. Ce qui donne un déplacement de 6 mm en 3 s ce qui correspond précisément à la vitesse maximale de 2 mm.s^{-1} imposée dans le cahier des charges.

IV.B – Calcul de l' effectif nécessaire à l'opération de contrôle des tubes

Lors des opérations de maintenance, la centrale est arrêtée pendant cinq semaines et il faut contrôler en moyenne douze kilomètres de tube.

On estime qu'un robot travaille effectivement cent heures par semaine (il est utilisé par quatre opérateurs qui se relaient).

IV.B.1 Quelle est la longueur de tube susceptible d'être contrôlée par un robot se déplaçant à la vitesse maximale de 2 mm.s^{-1} , pendant les cinq semaines d'arrêt de la tranche ?

Un robot travaillera 500 heures, soient $3600 \times 500 = 180.10^4$ secondes.

Il aura parcouru $180.10^4 \times 2.10^{-6} = \mathbf{3,6 \text{ Kilomètres}}$

IV.B.2 Déterminer les nombres de robots et d'opérateurs nécessaires à la réalisation de l'ensemble du contrôle des tubes ?

Il faudra donc **4 robots** et **16 personnes** pour contrôler l'ensemble des tubes.