teaching sciences UPSTI for innovation

# Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Polytechniques

Année : 2010

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'UPSTI (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours

## A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.



## Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les Sciences de l'Ingénieur, l'orientation, les Grandes Ecoles ainsi que sur les Olympiades de Sciences de l'Ingénieur et sur les Sciences de l'Ingénieur au Féminin sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

# ELEMENTS DE CORRECTION DE CCP MP 2010

## Question 1

a) Le cahier des charges impose une production de 20000L/j, à raison de bidons de 5L, cela représente donc : 20000/5=4000 Bidons/jours

b) Le tableau 1 donne alors : **m**x**n**x**c**=10x5x5=250 Bidons/palettes
Il faut donc produire :4000/250=16 palettes/jours

c) Sur une production de 8h, on a donc seulement 30mn à consacrer par palette.
Le temps de transfert étant de 2mn, il ne reste donc que 28mn pour la remplir.

d) Pour 250 bidons, cela représente alors 1680s/250=6.72s/bidon.

## Question 2-1

*Cas 2*

Nous avons une accélération constante, nous avons ainsi : $\theta(t_1) = \frac{1}{2}.\dot{\omega}_{\max}.t_1^2 = 18,375°$

La phase de décélération produite quant à elle la même variation, il reste donc, pour la phase à vitesse constante maxi : $d_2 = \frac{90° - 18,375°.2}{\omega_{\max}} = \frac{53,25°}{105°/s} = 0,51s$

*Cas3*
Nous n'avons dans ce cas pas de phase à vitesse constante, chaque phase d'accélération ne produit que 15°/2=7,5°, d'où : $t_1 = \sqrt{\frac{2.7,5°}{\dot{\omega}_{\max}}} = 0,22s$

On complète alors le tableau :

| Cas | Axe | Amplitude | $d_1=t_1$ | $d_2=t_2-t_1$ | $d_3=d_1$ | Ti |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | A1 | 45° | 0,35 | 0,08 | 0,35 | 0,78 |
| 2 | A2 | 90° | 0,35 | 0,51 | 0,35 | 1,21 |
| 3 | A3 | 15° | 0,22 | 0 | 0,22 | 0,44 |

## Question 2-2

L'ordre des mouvements et les temps correspondants sont les suivants :
$P_0 \rightarrow P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow$ prise $\rightarrow P_1 \rightarrow P_i \rightarrow P_j \rightarrow$ dépose $\rightarrow P_i \rightarrow P_0$
0,8 0,5 0,1 0,5 1,2 0,5 0,1 0,5 0,8 soit un total de 5s

**Question 2-3**

Les opération s'effectuant en série et à flux tendu, c'est le temps le plus important qui conditionne la ligne, or $tp_2$=6s, $tp_3$=3s, $tp_6$=5s.
Un bidon arrive donc toutes les 6s au robot ce qui lui laisse le temps de le palettiser et de revenir en place en $P_0$.
Il n'y a donc pas de stock sur la ligne et le temps d'attente à l'étape 2 est donc nul.

**Question 2-4**

Pendant le changement de palette, les bidons ne sont plus chargés et s'accumulent donc à raison de 1 toutes les 6s.
En 2mn, on a donc 120/6=20 bidons de stockés, soit $\underline{Q_{max}=20}$

D'après la figure 1, nous savons que les bidons sont disposés suivant leur longueur.
Nous avons donc une longueurs stockée de $20 \text{x} d_1$=2400mm<4000mm
La capacité de stockage est donc suffisante.

**Question 2-5**

On ne récupère que 6-5=1s par transfert, il faut donc 120 bidons transférés pour regagner les 120s de perdues, soit 120x5s=600s, soit $\underline{t_3=10\text{mn}}$.

Ayant alors chargé 120 bidons, il en reste alors 250-120=130 à charger.
On a donc $t_4$=130x5=<u>10mn 50s</u>.

**Question 2-6**

Le temps de cycle est donné par $t_3+t_4+t_5$=<u>22mn 50s</u><30mn, la fonction est donc <u>validée</u>.

**Question 3-1**

a) On isole 8, le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures donne alors :
-action de 4 sur 8 en $O_9$
-action de 7 sur 8 en $O_8$

Le système étant soumis à deux glisseurs, ils sont donc directement opposés suivant la ligne d'action, on pose donc : $\overrightarrow{R_{48}} = R_{48}.\overrightarrow{x_3} = -\overrightarrow{R_{78}}$

On isole alors 4, le BAME donne alors : $\left(O_9, \overrightarrow{R_{84}}\right); \left(O_4, \vec{P}\right); \left(O_{10}, \overrightarrow{R_{34}}\right)$

Le Théorème de la Résultante Statique fournit alors :

$$\overrightarrow{R_{84}} + \vec{P} + \overrightarrow{R_{34}} = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{x_3} : -R_{48} + 0 + X_{34} = 0$$
$$\overrightarrow{z_3} : 0 - P + Y_{34} = 0$$

Le Théorème du Moment Statique en $O_{10}$ fournit alors :

$$\overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{84}})+\overrightarrow{M}(\overrightarrow{P})+\overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{34}})=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{O_{10}O_9}\wedge -R_{48}.\overrightarrow{x_3}+\overrightarrow{O_{10}O_4}\wedge -P.\overrightarrow{z_4}+\vec{0}=\vec{0}$$

$$500.\left(\cos 40.\overrightarrow{x_3}+\sin 40.\overrightarrow{z_3}\right)\wedge -R_{48}.\overrightarrow{x_3}+500.\cos 40.\overrightarrow{x_3}\wedge -P.\overrightarrow{z_4}=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{y_3}: -500.R_{48}.\sin 40+500.P.\cos 40=0$$

Nous avons ainsi : $\boxed{\begin{array}{l} R_{84}=-\dfrac{P}{\tan 40} \\ X_{34}=R_{48}=\dfrac{P}{\tan 40} \quad ; \quad Y_{34}=P \end{array}}$

b) On isole l'ensemble [3+4], le BAME nous donne :
-action de 8 sur 4 en $O_9$,
-action du poids en $O_4$,
-action de la pivot en $O_3$,
-couple de freinage

Le TMS en $O_3$ permet alors d'écrire :

$$\overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{84}})+\overrightarrow{M}(\overrightarrow{P})+\overrightarrow{M_{O_3}}+M_{f_3}.\overrightarrow{y_3}=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{O_3O_9}\wedge \frac{-P}{\tan 40}.\overrightarrow{x_3}+\overrightarrow{O_3O_4}\wedge -P.\overrightarrow{z_3}+(L_{O_3}.\overrightarrow{x_3}+N_{O_3}.\overrightarrow{z_3})+M_{f_3}.\overrightarrow{y_3}=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{y_3}: -500.\sin 40.\frac{P}{\tan 40}+P.(1350+500.\cos 40)+M_{f_3}=0$$

Soit : $\boxed{M_{f_3}=-1350.P=-675N.m}$

**Question 3-2**

Grâce au réducteur, le couple de freinage disponible en sortie est de 5x200=1000N.m>675Nm. La fonction est donc assurée convenablement.

**Question 3-3**

a) On isole 7, le BAME fournit alors :
- action de 8 sur 7 en $O_8$, $\overrightarrow{R_{87}}=\dfrac{P}{\tan 40}.\overrightarrow{x_3}$
-action de la pivot en $O_3$,
-action de 6 sur 7 en $O_7$, $\overrightarrow{R_{67}}=Z_{67}.\overrightarrow{z_3}$ .

Le TMS en $O_3$ donne :

$$\overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{87}})+\overrightarrow{M_{O_3}}+\overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{67}})=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{O_3O_8}\wedge\frac{P}{\tan 40}.\overrightarrow{x_3}+(L_{O_3}.\overrightarrow{x_3}+N_{O_3}.\overrightarrow{z_3})+\overrightarrow{O_3O_7}\wedge Z_{67}.\overrightarrow{z_3}=\vec{0}$$

$$500.(\cos 40.\overrightarrow{x_3}+\sin 40.\overrightarrow{z_3})\wedge\frac{P}{\tan 40}.\overrightarrow{x_3}+(L_{O_3}.\overrightarrow{x_3}+N_{O_3}.\overrightarrow{z_3})+500.(-\cos 30.\overrightarrow{x_3}+\sin 30.\overrightarrow{z_3})\wedge Z_{67}.\overrightarrow{z_3}=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{y_3}:500.\cos 40.\frac{P}{\tan 40}+500.\cos 30.Z_{67}=0$$

Soit : $\boxed{Z_{67}=-\frac{\cos 40}{\cos 30}.P}$

On isole alors le système [2+3+4+7+8], le BAME donne :
-action du poids en $O_4$,
-action de la pivot en $O_2$,
-action de 6 sur 7 en $O_7$,
-couple de freinage $M_{f_2}.\overrightarrow{y_2}$

Le TMS en $O_2$ donne :

$$\overrightarrow{O_2O_4}\wedge\vec{P}+(L_{O_3}.\overrightarrow{x_3}+N_{O_3}.\overrightarrow{z_3})+M_{f_2}.\overrightarrow{y_2}+\overrightarrow{O_2O_7}\wedge Z_{67}.\overrightarrow{z_3}=\vec{0}$$

$$((1350+500\cos 40).\overrightarrow{x_3}+1250.\overrightarrow{z_3})\wedge -P.\overrightarrow{z_3}+(L_{O_3}.\overrightarrow{x_3}+N_{O_3}.\overrightarrow{z_3})+M_{f_2}.\overrightarrow{y_2}+(-500.\cos 30.\overrightarrow{x_3}+(1250+500.\sin 30).\overrightarrow{z_3})\wedge Z_{67}.\overrightarrow{z_3}=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{y_3}:(1350+500.\cos 40).P+M_{f_2}+500.\cos 30.(-\frac{\cos 40}{\cos 30}.P)=0$$

Soit : $\boxed{M_{f_2}=M_{f_3}=-1350P=-675N.m}$

La fonction freinage est donc validée.

## Question 4-1

La zone problématique est l'arc de cercle en haut de la zone d'évolution.
Le cas critique correspond à la hauteur maximale des bidons sur les palettes, nous avons le tableau :

| Type de bidon | $H_{max}=H_{bid}+0.5xd3+200$ (mm) |
|---|---|
| 5l | 1905 |
| 10l | 1820 |
| 20l | 1775 |
| 40l | 2000 |

Le cas le plus défavorable est donc obtenu pour les bidons de 40L.

**Question 4-2**

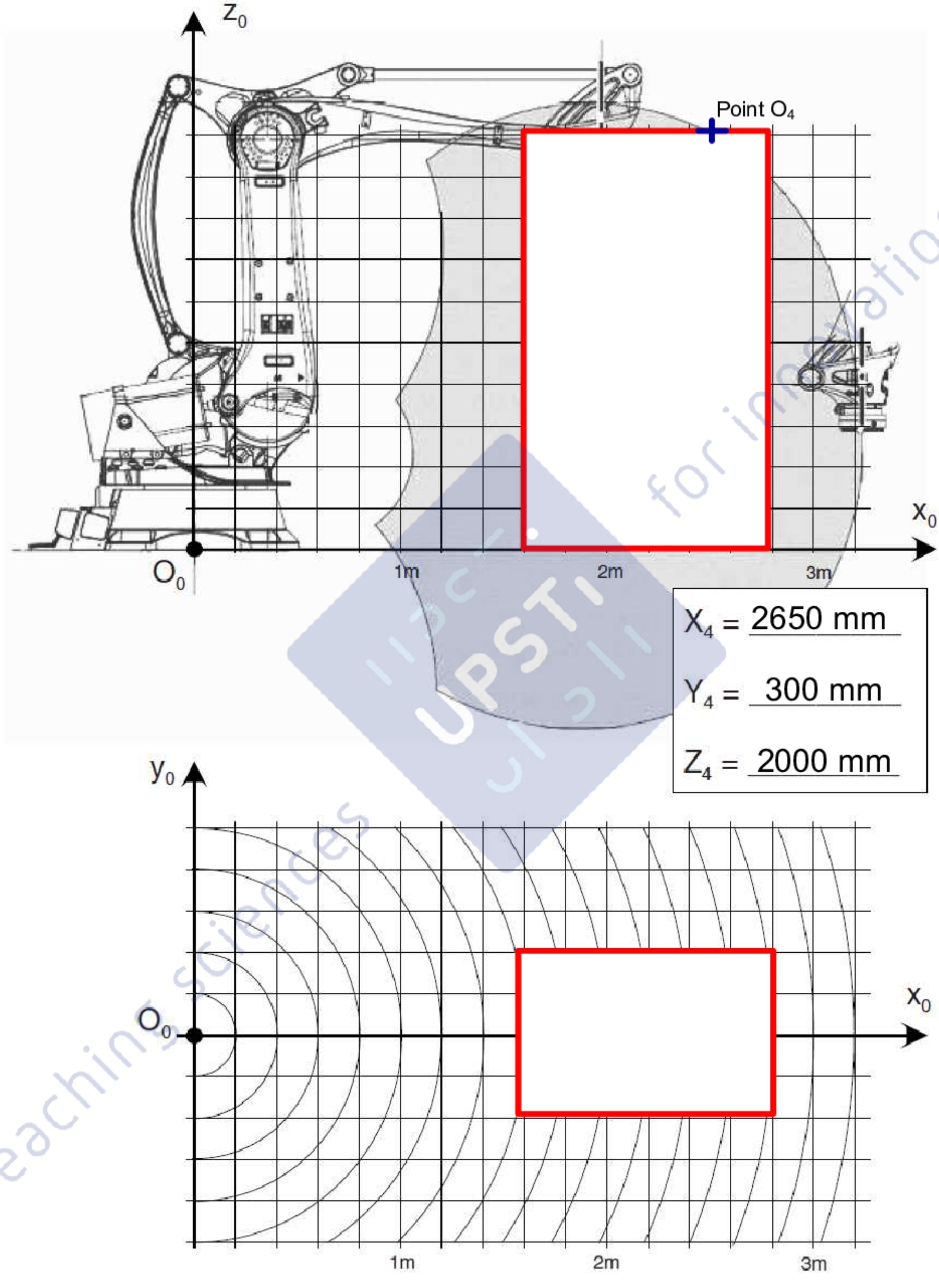



**Figure 17 :** *Étude de l'accessibilité du robot*

La valeur respecte le cahier des charges.

**Question 4-3**

D'après les données du sujet et vu la configuration du robot de la figure 6, nous avons :

$$\vec{V}(O_4/7) = \left(\frac{d\overrightarrow{O_3O_4}}{dt}\right)_7 = O_3O_{10}.\omega_{23}.\vec{z_4}$$

$$\vec{V}(O_4 \in 7/1) = \vec{V}(O_3 \in 7/1) = \vec{V}(O_2 \in 7/1) + \overrightarrow{O_3O_2} \wedge \omega_{21}.\vec{y_3} = O_2O_3.\omega_{21}.\vec{x_3}$$

$$\vec{V}(O_4 \in 1/0) = \vec{V}(O_1 \in 1/0) + \overrightarrow{O_4O_1} \wedge \omega_{10}.\vec{z_1} = (350 + 1350 + 500.\cos 40).\vec{x_3} \wedge \omega_{10}.\vec{z_1}$$

$$\vec{V}(O_4 \in 1/0) = -(1700 + 500.\cos 40).\omega_{10}.\vec{y_3}$$

**Question 4-4**

Le poignet 4 a donc, par rapport à 1, un mouvement de translation en $\vec{z_3}$ et en $\vec{x_3}$ ainsi qu'une rotation autour de $(O_1, \vec{z_1})$, ce qui convient très bien à sa fonction de palettisation.
L'intérêt par rapport à un robot 6 axes est avant tout une question de coût car dans ce cas les rotations des axes A4, A5 et A6 sont inutiles.

**Question 5-1**

On isole le bidon, le BAME donne alors :
-son poids appliqué en G,
-action du poignet 4.

Le Théorème de la Résultante Dynamique nous donne alors : $\vec{R_4} + \vec{P} = M.\vec{\Gamma}(G \in 4/Rg)$

Or, $\vec{\Gamma}(G \in 4/R_g) = \left(\frac{d^2 O_3O_{10}}{dt^2}\right)_0 = \left(\frac{d1350.\omega_{32}.\vec{z_4}}{dt}\right)_0 = 1350.\dot{\omega}_{32}.\vec{z_4}$

On a ainsi, sur $\vec{z_4}$ : $R_4 = P + 1{,}35.\dot{\omega}_{32}.M$

Il nous manque alors la valeur de M ou du champs de pesanteur.
Nous posons alors g=10m/s².

Nous obtenons ainsi : $R4 = M.(g + 1{,}35.\dot{\omega}_{32}) = 853N < 1800N$

La fonction semble donc validée.

## Question 5-2

O$_1$ étant fixe dans R$_g$, nous avons : $\overrightarrow{\delta_{O_1}}(S_1/R_g) = \left(\dfrac{d\overrightarrow{\sigma_{O_1}}(S_1/R_g)}{dt}\right)_{R_g}$

$$et \quad \overrightarrow{\sigma_{O_1}}(S_1/R_g) = \overline{\overline{J}}(O_1;S_1;b).\Omega(S_1/0)$$

Il vient alors : $\overrightarrow{\sigma_{O_1}}(S_1/R_g) = \begin{pmatrix} A & -F & 0 \\ -F & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{O_1,b} . \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{10} \end{pmatrix}_b = \omega_{10}.C.\overrightarrow{z_1}$

Puis : $\overrightarrow{\delta_{O_1}}(S_1/R_g) = C.\dot{\omega}_{10}.\overrightarrow{z_1}$

Le TMD sur $\left(O_1,\overrightarrow{z_1}\right)$ donne alors : $\boxed{C.\dot{\omega}_{10} = M_1 = 200.300.\dfrac{\pi}{180} = 1047\,N.m}$

## Question 5-3

La puissance de 4,5kW et la vitesse de rotation de 3500tr/mn nous permettent de calculer le couple moteur : $C = \dfrac{P}{\omega} = \dfrac{4500}{3500.\dfrac{\pi}{30}} = 12,3\,N.m$

En sortie de réducteur, nous avons donc : $\boxed{C_{red} = 200.C = 2457\,N.m > 1047\,N.m}$

La puissance du moteur convient donc.

## Question 5-4

Cette fois-ci, le point de calcul n'est pas fixe, on a donc :

$$\vec{\delta}_{O_2}(S_2/R_g) = \left(\frac{d\vec{\sigma}_{O_2}(S_2/R_g)}{dt}\right)_{R_g} + m.\vec{V}(O_2/R_g) \wedge \vec{V}(G_2 \in S_2/R_g)$$

Avec : $\vec{\sigma}_{O_2}(S_2/R_g) = M_2.\overrightarrow{O_2G_2} \wedge \vec{V}(O_2 \in S_2/R_g) + \vec{J}_{O_2}(S_2,\vec{\Omega}_{(S_2/R_g)})$

Il convient donc de calculer chacun des termes et pour ce faire il nous faut les coordonnées du point G$_2$, centre de masse du système 2.

Or nous n'avons trouvé aucune donnée dans le sujet….par contre, la page 6 nous dit que « le poids de toutes les pièces est négligé », nous prenons donc m=0

Nous pouvons ainsi calculer :

$$\overrightarrow{\sigma_{O_2}}(S_2/R_g) = \vec{J}_{O_2}(S_2,\vec{\Omega}_{(S_2/R_g)}) = \begin{pmatrix} A_2 & -F_2 & 0 \\ -F_2 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{O_2,b_2} . \begin{pmatrix} -\omega_{10}.\sin\alpha_2 \\ \omega_{21} \\ \omega_{10}.\cos\alpha_2 \end{pmatrix}_{b_2} = \begin{pmatrix} -(A_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2 + F_2.\omega_{21}) \\ F_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2 + B_2.\omega_{21} \\ C_2.\omega_{10}.\cos\alpha_2 \end{pmatrix}_{b_2}$$

Puis il vient alors :

$$\vec{\delta}_{O_2}(S_2/R_g)=\left(\frac{d\vec{\sigma}_{O_2}(S_2/R_g)}{dt}\right)_{R_g}=\frac{d_{b_2}}{dt}\begin{pmatrix}-(A_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2+F_2.\omega_{21})\\ F_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2+B_2.\omega_{21}\\ C_2.\omega_{10}.\cos\alpha_2\end{pmatrix}_{b_2}+\vec{\Omega}(2/R_g)\wedge\begin{pmatrix}-(A_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2+F_2.\omega_{21})\\ F_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2+B_2.\omega_{21}\\ C_2.\omega_{10}.\cos\alpha_2\end{pmatrix}_{b_2}$$

$$\vec{\delta}_{O_2}(S_2/R_g)=\begin{pmatrix}A_2.(-\dot{\omega}_{10}.\sin\alpha_2+\omega_{10}.\omega_{20}.\cos\alpha_2)+F_2.\dot{\omega}_{21}\\ F_2.(\dot{\omega}_{10}.\sin\alpha_2-\omega_{10}.\omega_{20}.\cos\alpha_2)+B_2.\dot{\omega}_{21}\\ C_2.(\dot{\omega}_{10}.\cos\alpha_2+\omega_{10}.\omega_{20}.\sin\alpha_2)\end{pmatrix}_{b_2}+\begin{pmatrix}-\omega_{10}.\sin\alpha_2\\ \omega_{21}\\ \omega_{10}.\cos\alpha_2\end{pmatrix}_{b_2}\wedge\begin{pmatrix}-(A_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2+F_2.\omega_{21})\\ F_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2+B_2.\omega_{21}\\ C_2.\omega_{10}.\cos\alpha_2\end{pmatrix}_{b_2}$$

Soit :

$$\boxed{\vec{\delta}_{O_2}(S_2/R_g)=\begin{pmatrix}A_2.(-\dot{\omega}_{10}.\sin\alpha_2+\omega_{10}.\omega_{20}.\cos\alpha_2)+F_2.(\dot{\omega}_{21}-\omega_{10}^2.\cos\alpha_2.\sin\alpha_2)-B_2.\omega_{21}.\omega_{10}.\cos\alpha_2+C_2.\omega_{10}.\omega_{21}.\cos\alpha_2\\ (C_2-A_2).\omega_{10}^2.\cos\alpha_2.\sin\alpha_2+F_2.(\dot{\omega}_{10}.\sin\alpha_2-\omega_{10}.(\omega_{20}+\omega_{21}).\cos\alpha_2)+B_2.\dot{\omega}_{21}\\ C_2.(\dot{\omega}_{10}.\cos\alpha_2+\omega_{10}.\omega_{20}.\sin\alpha_2)+A_2.\omega_{10}.\omega_{21}.\sin\alpha_2+F_2.(\omega_{21}^2-\omega_{10}^2.\sin^2\alpha_2-B_2.\omega_{21}.\omega_{10}.\sin\alpha_2\end{pmatrix}_{b_2}}$$

## Question 5-5

Oui car le solide 2 se retrouve dans un référentiel en rotation.

## Question 6-1

En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, nous calculons : $\frac{d\,E_C(\Sigma/R_g)}{dt}=\Sigma P_{ext}+\Sigma P_{\text{int}}$

Soit $E_c\,(\Sigma/R_g)=E_c(1/R_g)+E_c(m/R_g)$ avec $E_c(1/R_g)=\frac{1}{2}\cdot J_1\cdot\omega_1^2$, $E_c(m/R_g)=\frac{1}{2}\cdot J_m\cdot\omega_m^2$ et $\frac{\omega_1}{\omega_m}=\frac{1}{N}$.

$$E_c(\Sigma/R_g)=\frac{1}{2}\cdot\left(J_m\cdot\omega_m^2+J_1\cdot\omega_1^2\right)=\frac{1}{2}\cdot\left(J_m\cdot\omega_m^2+J_1\cdot\left(\frac{\omega_m}{N}\right)^2\right)$$

$$E_c(\Sigma/R_g)=\frac{1}{2}\cdot\left(J_m+\frac{J_1}{N^2}\right)\cdot\omega_m^2$$

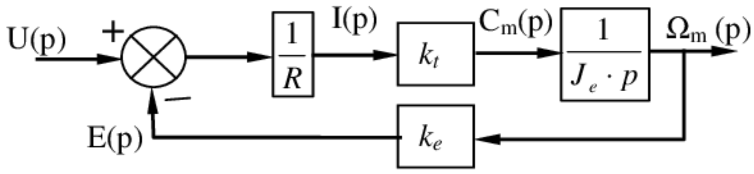
$$\boxed{J_e=J_m+\frac{J_1}{N^2}}$$

## Question 6-2

Avec des conditions initiales nulles :

| | | |
|---|---|---|
| (1) | $u(t)=R\cdot i(t)+(t)$ | $U(p)=R\cdot I(p)+E(p)$ |
| (2) | $e(t)=k_e\cdot\omega_m(t)$ | $E(p)=k_e\cdot\Omega_m(p)$ |
| (3) | $J_e\cdot\frac{d\omega_m(t)}{dt}=c_m(t)$ | $J_e\cdot p\cdot\Omega_m(p)=C_m(p)$ |
| (4) | $c_m(t)=k_t\cdot i(t)$ | $C_m(p)=k_t\cdot I(p)$ |

## Question 6-3




## Question 6-4

$$M(p)=\frac{\frac{1}{R}\cdot k_t\cdot\frac{1}{J_e\cdot p}}{1+\frac{1}{R}\cdot k_t\cdot\frac{1}{J_e\cdot p}.k_e}\qquad M(p)=\frac{k_t}{R\cdot J_e\cdot p+k_t\cdot k_e}$$

$$\boxed{M(p)=\frac{\frac{1}{k_e}}{\frac{R\cdot J_e}{k_t\cdot k_e}\cdot p+1}}$$

Avec $M(p)=\dfrac{k_m}{\tau_m\cdot p+1}$

$$\boxed{\tau_m=\frac{R\cdot J_e}{k_t\cdot k_e}\ \text{en s}}$$

$$\boxed{k_m=\frac{1}{k_e}\ \text{en rad s}^{-1}\ \text{V}^{-1}}$$

## Question 6-5

$$\tau_m=\frac{2\cdot 5{,}25\cdot 10^{-3}}{0{,}2\cdot 0{,}2}$$

$\tau_m = 0{,}2625$ s

$T_{r5\%} = 3\cdot\tau_m = 0{,}7875$ s

$$\omega_c=\frac{1}{\tau_m}=3{,}08\ \ rad\cdot s^{-1}$$

$$\tau_m=\frac{2\cdot 9\cdot 10^{-3}}{0{,}2\cdot 0{,}2}$$

$\tau_m = 0{,}45$ s

$T_{r5\%} = 3\cdot\tau_m = 1{,}35$ s

$$\omega_c=\frac{1}{\tau_m}=2{,}22\ \ rad\cdot s^{-1}$$

## Question 6-6

Plus l’inertie équivalente est importante, plus le système est lent.

Le gain kg de la génératrice tachymétrique

s'écrit : $k_g = \frac{12-0}{3600-0} \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi} = 3{,}27 \cdot 10^{-3} \quad V.rad^{-1}.s$

$$\boxed{k_g = 3{,}27 \cdot 10^{-3} \quad V.rad^{-1}.s}$$

**Question 6-7**

$$H(p) = \frac{G \cdot \frac{k_m}{1+\tau_m \cdot p}}{1 + \frac{G \cdot k_m \cdot k_g}{1+\tau_m \cdot p}} \qquad H(p) = \frac{G \cdot k_m}{1+\tau_m \cdot p + G \cdot k_m \cdot k_g}$$

$$\boxed{\frac{\Omega_m(p)}{U_v(p)} = H(p) = \frac{\frac{G \cdot k_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g}}{\frac{\tau_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g} \cdot p + 1}}$$

Avec : $\frac{\Omega_m(p)}{U_v(p)} = H(p) = \frac{k_m^{'}}{\tau_m^{'} \cdot p + 1}$

$$\boxed{k_m^{'} = \frac{G \cdot k_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g} \text{ en rad·s}^{-1}\text{·V}^{-1}}$$

et $\boxed{\tau_m^{'} = \frac{\tau_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g} \text{ en s}}$

**Question 6-8**

$$\lim_{G\to\infty}\left(\frac{\frac{G \cdot k_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g}}{\frac{\tau_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g} \cdot p + 1}\right) = \lim_{G\to\infty}\left(\frac{\frac{G \cdot k_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g}}{1}\right) = \lim_{G\to\infty}\left(\frac{G \cdot k_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g}\right) = \lim_{G\to\infty}\left(\frac{G \cdot k_m}{G \cdot k_m \cdot k_g}\right) = \frac{1}{k_g}$$

d'où $\boxed{H(p) \approx \frac{1}{k_g}}$

**Question 6-9**

On a $\dfrac{\omega_m(t)}{N} = \omega_r(t)$ et $\omega_r(t) = \dfrac{d\ \alpha_r(t)}{dt}$ avec des conditions initiales nulles

Soit $\dfrac{\omega_m(t)}{N} = \omega_r(t)$ $\qquad \Omega_m(p) = \dfrac{\Omega_r(p)}{N}$

Soit $\omega_r(t) = \dfrac{d\ \alpha_r(t)}{dt}$ $\qquad \Omega_r(p) = p \cdot \alpha_r(p)$

D'où

$$\boxed{R(p) = \frac{\alpha_r(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{N \cdot p}}$$

D'où $\boxed{k_a = \dfrac{\pi}{180} \cdot k_r}$

D'où $\boxed{k_a = 6{,}98 \cdot 10^{-2}\ V/°}$

**Question 6-10**

La fonction de transfert en boucle ouverte peut s'écrire : $T(p) = \dfrac{\dfrac{k_c \cdot k'_m \cdot k_r}{N}}{p \cdot (1 + \tau'_m \cdot p)}$

$$T(p) = \frac{k_{BO}}{p \cdot (1 + \tau'_m \cdot p)}$$

$$\boxed{k_{BO} = \frac{k_c \cdot k'_m \cdot k_r}{N}}$$

http://www.upsti.fr/serv3/module_formation_SLCI/co/Contenu93.html

**Question 6-11**

a)

La marge de phase est définie par $M_\varphi = 180° + \arg(T(j \cdot \omega_{Gain=0}))$

D'où $-45° = 180 + \arg(k_{BO}) - \arg\left(\dfrac{1}{j \cdot \omega}\right) - \arg\left(\dfrac{1}{1 + \tau'_m \cdot j \cdot \omega}\right)$

$$-45° = 180 + 0° - 90° - \arctan(\tau'_m \cdot \omega) \text{ soit } \omega = \omega_c = \frac{1}{\tau'_m}$$

D'où $1 = \|T(j \cdot \omega)\| = k_{BO} \cdot \dfrac{1}{\omega_c} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{\omega_c}{\omega_c}\right)}}$ $\qquad \boxed{k_{BO} = \dfrac{\sqrt{2}}{\tau'_m}}$

b)

Avec $k_{BO} = \frac{k_c \cdot k_m' \cdot k_r}{N}$ on obtient : $\frac{\sqrt{2}}{\tau_m'} = \frac{k_c \cdot k_m' \cdot k_r}{N}$ $\boxed{k_c = \frac{\sqrt{2} \cdot N}{\tau_m' \cdot k_m' \cdot k_r}}$

$$k_c = \frac{\sqrt{2} \cdot 200}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \cdot 4}$$ $\boxed{k_c = 471{,}10 \text{ sans unité}}$

c)

L'écart de position est défini par :

$\varepsilon_S = \lim_{p \to 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim_{p \to 0} p \cdot (U_e(p) - U_r(p))$ pour $U_e(p)$ échelon d'amplitude a

$\varepsilon(p) = U_e(p) - U_r(p) = U_e(p) - T(p) \cdot \varepsilon(p)$ $\varepsilon(p) = \frac{1}{1+T(p)} \cdot U_e(p)$

$$\varepsilon_S = \lim_{p \to 0} p \cdot \left( \frac{1}{1+T(p)} \cdot U_e(p) \right)$$

Pour une position donnée $U_e(p) = \frac{\alpha_0 \cdot k_a}{p}$ soit $\varepsilon_S = \lim_{p \to 0} p \cdot \left( \frac{1}{1+T(p)} \cdot \frac{\alpha_0 \cdot k_a}{p} \right)$

$\varepsilon_S = \lim_{p \to 0} p \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{k_{BO}}{p \cdot (1+\tau_m' \cdot p)}} \cdot \frac{\alpha_0 \cdot k_a}{p} \right)$ soit $\varepsilon_S = \lim_{p \to 0} \frac{\alpha_0 \cdot k_a \cdot p \cdot (1+\tau_m' \cdot p)}{p \cdot (1+\tau_m' \cdot p) + k_{BO}} = 0$

$\boxed{\varepsilon_S = 0}$

Ce résultat était prévisible car le système est de classe 1.

## Question 6-12

Si nous avons une consigne de vitesse de 105°·s$^{-1}$. $\alpha_e(t) = a \cdot t = 105 \cdot t$

D'où $\boxed{\alpha_e(p) = \frac{105}{p^2}}$

## Question 6-13

L'écart de trainage est défini par :

$\varepsilon_d = \lim_{p \to 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim_{p \to 0} p \cdot (U_e(p) - U_r(p))$ pour $U_d(p)$ rampe de coefficient directeur a.

$$\varepsilon_d = \lim_{p \to 0} p \cdot \left( \frac{1}{1+T(p)} \cdot \frac{105 \cdot k_a}{p^2} \right)$$

$$\varepsilon_d = \lim_{p\to 0} p \cdot \left( \frac{1}{1 + \dfrac{k_{BO}}{p \cdot \left(1 + \tau'_m \cdot p\right)}} \cdot \frac{105 \cdot k_a}{p^2} \right)$$ soit

$$\varepsilon_d = \lim_{p\to 0} \frac{105 \cdot p \cdot \left(1 + \tau'_m \cdot p\right)}{p \cdot \left(p \cdot \left(1 + \tau'_m \cdot p\right) + k_{BO}\right)} = \frac{105 \cdot k_a}{k_{BO}}$$

$$\boxed{\varepsilon_d = \frac{105 \cdot k_a}{k_{BO}}}$$

Avec $k_{BO} = \dfrac{\sqrt{2}}{\tau'_m}$ on a $\boxed{\varepsilon_d = \dfrac{105 \cdot k_a \cdot \tau'_m}{\sqrt{2}}}$

$\boxed{\varepsilon_d = 0{,}025\ V}$

Si on reconstruit un schéma bloc à retour unitaire à partir du $k_a$ proposé nous obtenons le résultat classique.

$\varepsilon_d = \dfrac{105}{k_{BO}}$ soit $\varepsilon_d = \dfrac{105 \cdot \tau'_m}{\sqrt{2}}$ soit 0,37 ° le cahier des charges est respecté.