

## Proposition de corrigé

Concours : Banque PT

Année : 2010

Filière : PT

Épreuve : Sciences Industrielles A

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

### A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

### Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : [corrigesconcours@upsti.fr](mailto:corrigesconcours@upsti.fr).

### Informez-vous !

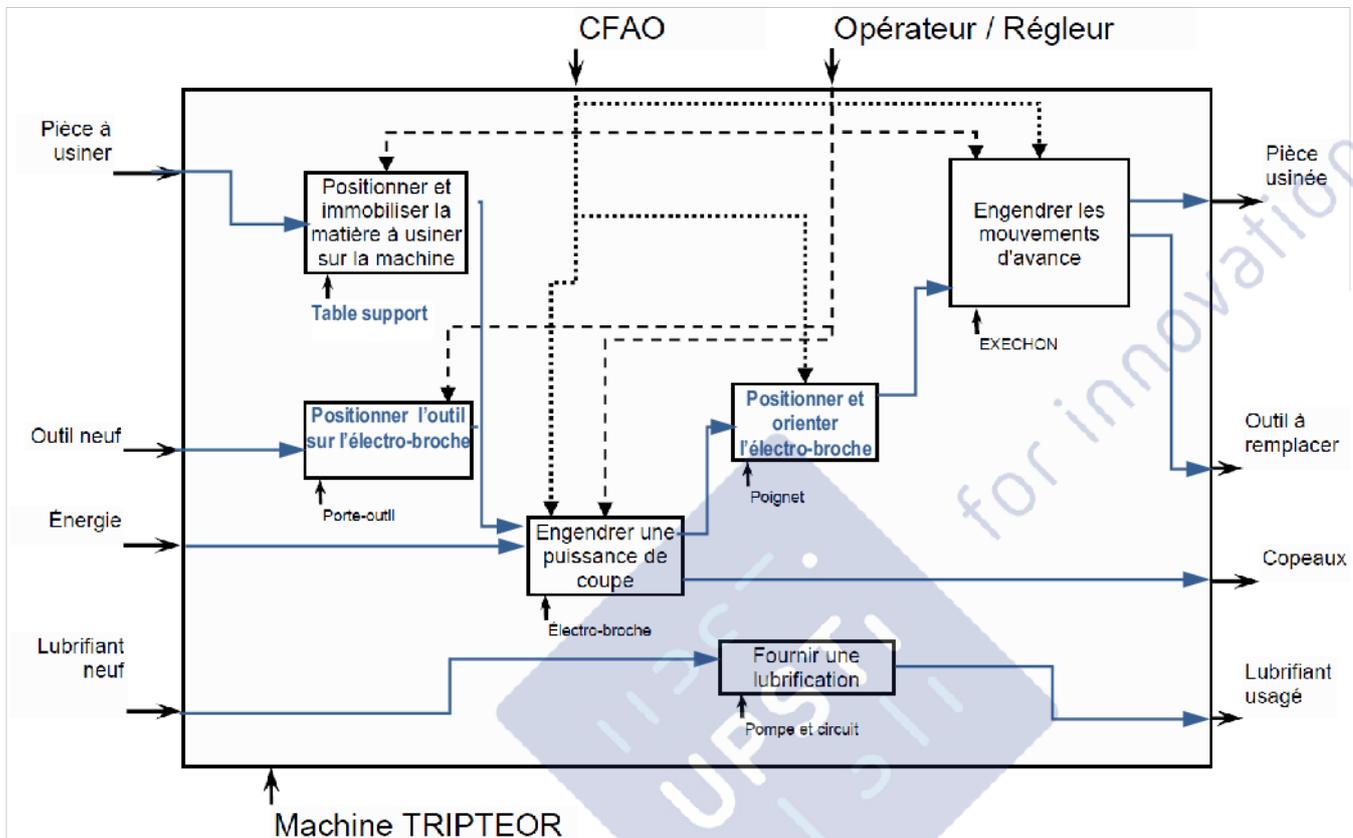
Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : [www.upsti.fr](http://www.upsti.fr)

L'équipe UPSTI

# Centre d'usinage grande vitesse TRIPTEOR

## B - ANALYSE FONCTIONNELLE

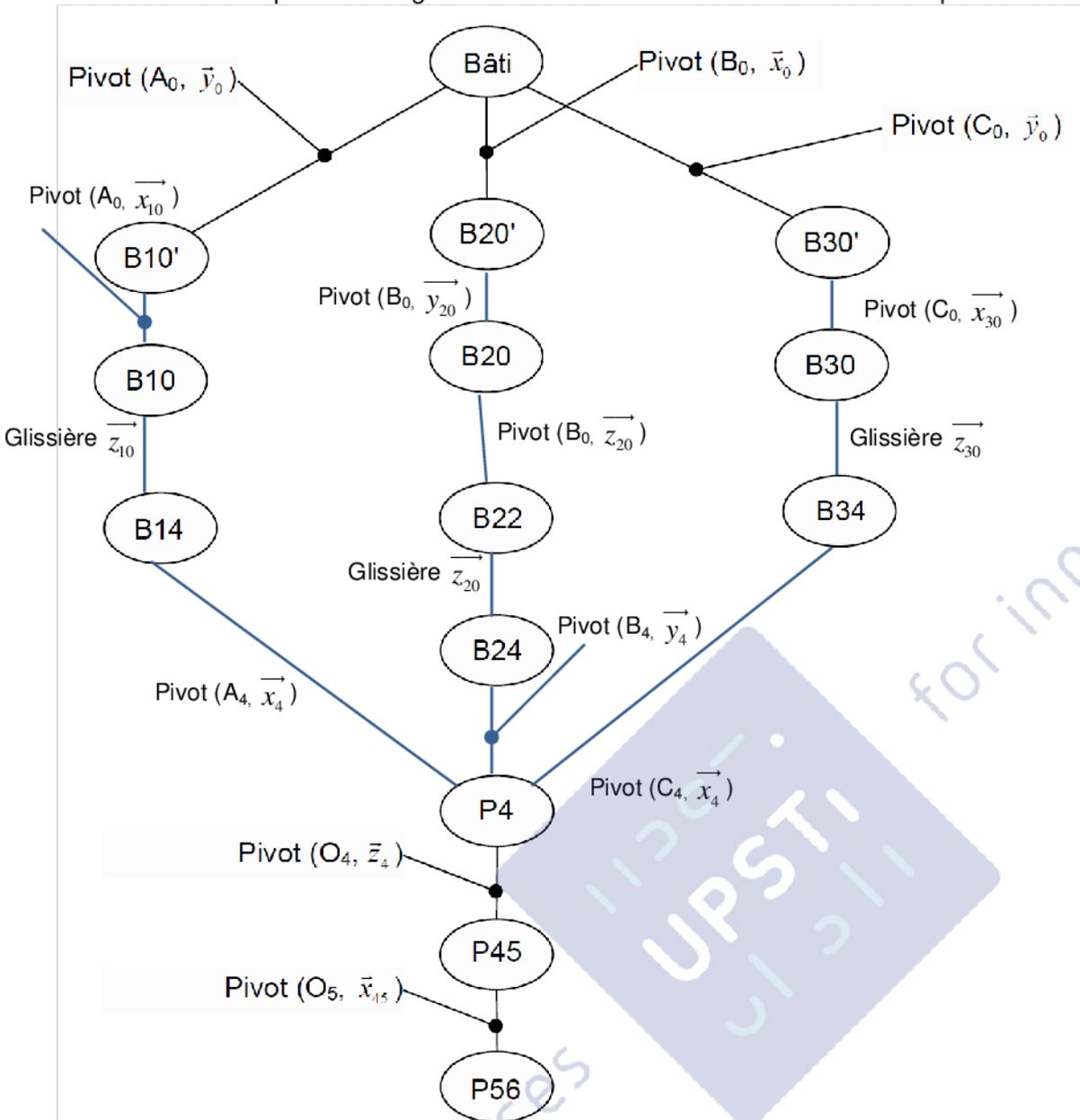
Question 1 : Compléter le SADT de niveau 0.



Question 2 : Compléter la décomposition fonctionnelle partielle en indiquant les solutions retenues sur la machine ou les fonctions associées aux solutions.



**Question 3 :** Compléter le diagramme des liaisons de l'ensemble cinématique de l'outil.



**Question 4 :**

Le mécanisme est constitué de l'association d'un sous-système en série (P4, P45, P56) avec un sous-système en parallèle. Si le système est hyperstatique, cet hyperstatisme ne peut provenir que du sous-système en parallèle. Par une approche globale sur ce sous-système en parallèle, nous pouvons déterminer le degré d'hyperstatisme du système.

Nous avons :

3 actionneurs MSAP qui imposent chacun une mobilité utile, d'où  $m=3$ .

11 pièces (bâti exclu) : B10', B10, B14, B20', B20, B22, B24, B30', B30, B23, P4

13 liaisons à 5 inconnues statiques chacune.

$h = \sum l_s - (6(p-1) - m) = 13 \cdot 5 - (6 \cdot 11 - 3) = 2$ . Le système est hyperstatique d'ordre 2.

# C - EFFECTUER UN ARRÊT D'URGENCE

## C.1 Système d'arrêt d'urgence simple

**Question 5 :** Equations Booléennes du contacteur d'arrêt d'urgence  $KAU$  (Folio 17) et du contacteur de mise en service  $KAMG$  (Folio 21).

$$KAU = \overline{SB1}.SA1$$

$$KAMG = SA..SB3.(SB4.KAP + KAMG).KAU$$

## C.2 Système d'arrêt d'urgence évolué

**Question 6 :** Equation Booléenne du potentiel  $Y1$  par rapport à la masse des relais auxiliaires  $KA1$  et  $KA2$  en fonction de  $SB1a$  et  $SB1b$ .

$$Y1 = \overline{SB1a}.SB1b$$

**Question 7 :**

Défaillance du relais KA1

Phase 4 :

Y1n	SAn	KA1n	KA2n	KAU1n	KAU2n	KA1n+1	KA2n+1	KAU1n+1	KAU2n+1
1	1	1	0	0	0	1	0	0	0

En phase 2, le système fonctionne en redondance et en phase 3-4 en autocontrôle.

Défaillance du relais KAU1

Phase 2 :

Y1n	SAn	KA1n	KA2n	KAU1n	KAU2n	KA1n+1	KA2n+1	KAU1n+1	KAU2n+1
0	0	1	1	1	1	0	0	1	0

Phase 3 :

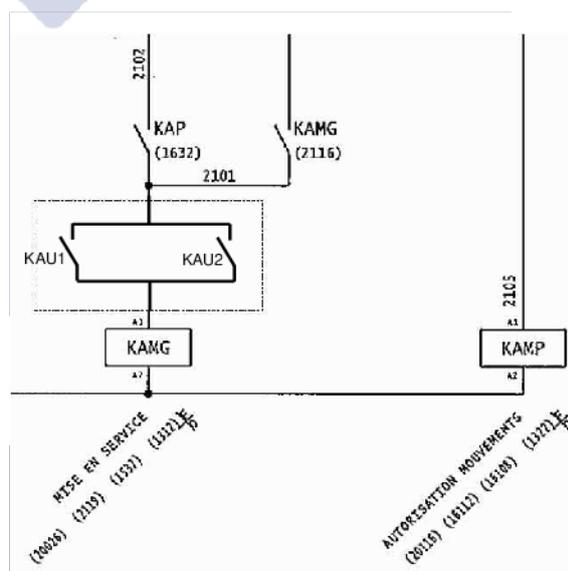
Y1n	SAn	KA1n	KA2n	KAU1n	KAU2n	KA1n+1	KA2n+1	KAU1n+1	KAU2n+1
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0

Phase 4 :

Y1n	SAn	KA1n	KA2n	KAU1n	KAU2n	KA1n+1	KA2n+1	KAU1n+1	KAU2n+1
1	1	0	0	1	0	0	0	1	0

En phase 3-4 en autocontrôle.

**Question 8 :** Schéma de câblage.



**Question 9 :** Le câblage de l'arrêt d'urgence évolué avec le module sécuritaire Préventa permet de respecter le CdCF imposé dans la Tableau 4.

# D - IMPOSER UNE VITESSE D'AVANCE AVEC PRÉCISION

## D.1 Calcul des vitesses de commande en fonction de la vitesse d'avance

### Question 10

$$V_{10/0} = \begin{cases} \vec{\Omega}_{10/0} = \dot{\theta}_{10} \vec{x}_{10} + \dot{\theta}_{10}' \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{cases} \quad V_{14/10} = \begin{cases} \vec{0} \\ \dot{\lambda}_{14} \vec{z}_{10} \end{cases} \quad V_{4/14} = \begin{cases} -\dot{\theta}_{14} \vec{x}_4 \\ \vec{0} \end{cases}$$

### Question 11 : En sommant les torseurs cinématiques au point A<sub>4</sub>

$$V_{4/0}^1 = V_{4/14} + V_{14/10} + V_{10/0} = \begin{cases} \dot{\theta}_{10} \vec{x}_{10} + \dot{\theta}_{10}' \vec{y}_0 - \dot{\theta}_{14} \vec{x}_4 \\ \dot{\lambda}_{14} \vec{z}_{10} - \lambda_{14} \cdot \dot{\theta}_{10} \vec{y}_{10} + \lambda_{14} \cdot \dot{\theta}_{10}' \cdot \cos \theta_{10} \vec{x}_{10} \end{cases}$$

### Question 12 : Par analogie avec la question précédente et en sommant les torseurs cinématiques au point C<sub>4</sub>

$$V_{4/0}^3 = \begin{cases} \dot{\theta}_{30} \vec{x}_{30} + \dot{\theta}_{30}' \vec{y}_0 - \dot{\theta}_{34} \vec{x}_4 \\ \dot{\lambda}_{34} \vec{z}_{30} - \lambda_{34} \cdot \dot{\theta}_{30} \vec{y}_{30} + \lambda_{34} \cdot \dot{\theta}_{30}' \cdot \cos \theta_{30} \vec{x}_{30} \end{cases}$$

### Question 13

$$V_{20/0} = \begin{cases} \vec{\Omega}_{20/0} = \dot{\theta}_{20} \vec{y}_{20} + \dot{\theta}_{20}' \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{cases} \quad V_{22/10} = \begin{cases} \dot{\theta}_{22} \vec{z}_{20} \\ \vec{0} \end{cases} \quad V_{24/22} = \begin{cases} \vec{0} \\ \dot{\lambda}_{24} \vec{z}_{20} \end{cases} \quad V_{4/24} = \begin{cases} -\dot{\theta}_{24} \vec{y}_4 \\ \vec{0} \end{cases}$$

### Question 14 : En sommant les torseurs cinématiques au point A<sub>4</sub>

$$V_{4/0}^2 = V_{4/24} + V_{24/22} + V_{22/20} + V_{20/0} = \begin{cases} \dot{\theta}_{20} \vec{y}_{20} + \dot{\theta}_{20}' \vec{x}_0 + \dot{\theta}_{22} \vec{z}_{20} - \dot{\theta}_{24} \vec{y}_4 \\ \dot{\lambda}_{24} \vec{z}_{20} + \lambda_{24} \cdot \dot{\theta}_{20} \vec{x}_{20} - \lambda_{24} \cdot \dot{\theta}_{20}' \cdot \cos \theta_{20} \vec{y}_{20} \end{cases}$$

**Question 15 :** En ne considérant que les torseurs cinématiques de la plateforme P4 par rapport au bâti 0 aux points A4 et C4, on peut écrire la fermeture cinématique suivante :  $V_{4/0}^1 + V_{0/4}^3 = 0$

En sommant ces deux torseurs au point A<sub>4</sub>, on en déduit les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{10} \vec{x}_{10} + \dot{\theta}_{10}' \vec{y}_0 - \dot{\theta}_{14} \vec{x}_4 &= \dot{\theta}_{30} \vec{x}_{30} + \dot{\theta}_{30}' \vec{y}_0 - \dot{\theta}_{34} \vec{x}_4 \\ \dot{\lambda}_{14} \vec{z}_{10} - \lambda_{14} \cdot \dot{\theta}_{10} \vec{y}_{10} + \lambda_{14} \cdot \dot{\theta}_{10}' \cdot \cos \theta_{10} \vec{x}_{10} &= \dot{\lambda}_{34} \vec{z}_{30} - \lambda_{34} \cdot \dot{\theta}_{30} \vec{y}_{30} + \lambda_{34} \cdot \dot{\theta}_{30}' \cdot \cos \theta_{30} \vec{x}_{30} + 2c_4 \vec{y}_4 \wedge (\dot{\theta}_{30} \vec{x}_{30} + \dot{\theta}_{30}' \vec{y}_0 - \dot{\theta}_{34} \vec{x}_4) \end{aligned}$$

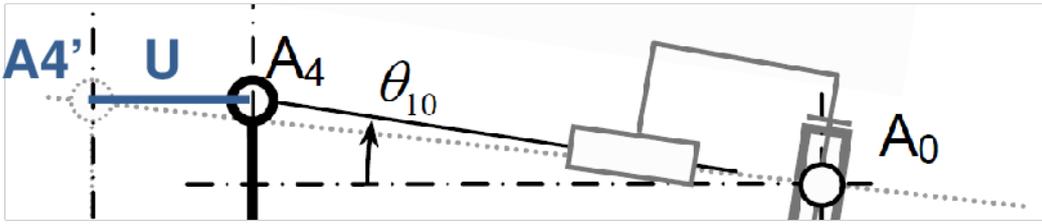
**Question 16 :** Sans la liaison pivot B20-B22 sur l'Axe 2, le système fonctionne. La mobilité en moins ne modifie pas les mouvements utiles du système, mais augmente de 1 le degré d'hyperstatisme (h=3 sans la liaison pivot B20-B22) et les contraintes géométriques de positionnement des liaisons augmentent.

**Question 17 :** Les deux mobilités en rotation du poignet permettent d'engendrer des mouvements indépendamment de la combinaison des mouvements des 3 MSAP.

## D.2 Dynamique du bras B1 (Axe1)

**Question 18 :** Dans le triangle  $A_0A_4A'_4$ , on peut écrire :

$$\left(\overrightarrow{A'_4 A_0} + \overrightarrow{A_0 A_4}\right)^2 = U^2 = \lambda_{14 \text{ finale}}^2 + \lambda_{14 \text{ initiale}}^2 - 2 \cdot \lambda_{14 \text{ finale}} \cdot \lambda_{14 \text{ initiale}} \cdot \cos \Delta \theta_{10}$$



Par conséquent 
$$U = \sqrt{\lambda_{14 \text{ finale}}^2 + \lambda_{14 \text{ initiale}}^2 - 2 \cdot \lambda_{14 \text{ finale}} \cdot \lambda_{14 \text{ initiale}} \cdot \cos \Delta \theta_{10}}$$

**Question 19 :** Dans le cas où on néglige la variation angulaire,  $A_0$ ,  $A_4$  et  $A'_4$  sont alignés et on obtient :

$$U = (\lambda_{14 \text{ finale}} - \lambda_{14 \text{ initiale}}) \cos \theta_{10} \text{ et en dérivant l'expression on obtient : } \dot{U} = \dot{\lambda}_{14} \cos \theta_{10}$$

**Question 20 :** Ph correspond au pas du système vis/écrou SKF donc on peut écrire la relation :

$$\dot{\lambda}_{14} = \frac{Ph}{2\pi} \cdot \omega_{\text{vis}/B_{10}} \text{ où Ph correspond au pas de la vis.}$$

**Question 21:**

- ✓ La puissance du poids des pièces B10-B10' par rapport au bâti est nulle car les pièces B10-B10' sont immobiles dans le mouvement étudié.
- ✓ La puissance du poids des pièces B14, du bras B1 par rapport au bâti s'écrit :

$$P_{\text{poids} \rightarrow B_{14/0}} = \left. \begin{matrix} m_{14} g \cdot \vec{z}_g \\ \vec{0} \end{matrix} \right|_{G_{14}} \otimes \left. \begin{matrix} \vec{0} \\ \dot{\lambda}_{14} \vec{z}_{10} \end{matrix} \right|_{G_{14}} = m_{14} g \frac{\sqrt{2}}{2} (\vec{x}_0 + \vec{z}_0) \cdot \dot{\lambda}_{14} (\cos \theta_{10} \cdot \cos \theta_{10} \cdot \vec{z}_0 + \cos \theta_{10} \cdot \sin \theta_{10} \cdot \vec{x}_0 - \sin \theta_{10} \cdot \vec{y}_0)$$

$$P_{\text{poids} \rightarrow B_{14/0}} = m_{14} g \frac{\sqrt{2}}{2} \dot{\lambda}_{14} \cos \theta_{10} \cdot (\cos \theta_{10} + \sin \theta_{10})$$

**Question 22:** La puissance par rapport au bâti de la force appliquée par la plateforme P4 sur le B14 au point  $A_4$ , au cours du déplacement U de celle-ci s'écrit :

$$P_{P_4 \rightarrow B_{14/0}} = \left. \begin{matrix} \frac{m_4}{3} g \cdot \vec{z}_g \\ \vec{0} \end{matrix} \right|_{o_4} \otimes \left. \begin{matrix} \vec{0} \\ \dot{\lambda}_{14} \vec{z}_{10} \end{matrix} \right|_{o_4} = \frac{m_4}{3} g \frac{\sqrt{2}}{2} \dot{\lambda}_{14} \cos \theta_{10} \cdot (\cos \theta_{10} + \sin \theta_{10})$$

**Question 23:** On applique le théorème de l'énergie puissance au système B1, constitué de la vis, de B10,

B10' et B14. : 
$$\frac{dEc_{B_1/0}}{dt} = \sum P_{ext \rightarrow B1/0} + P_{int \leftrightarrow Syst}$$

➤ Dans le système B1, la vis, d'inertie  $I_{vis}$  est animée d'un mouvement de rotation  $\omega_{vis/B_{10}}$  par rapport au bâti.

$$Ec_{vis/0} = \frac{1}{2} I_{vis} \cdot \omega_{vis/B_{10}}^2$$

➤ Dans le système B1, la pièce B14, de masse  $m_{14}$  est animée d'un mouvement de translation

$$\dot{\lambda}_{14} = \frac{Ph}{2\pi} \cdot \omega_{vis/B_{10}} \text{ par rapport au bâti. } Ec_{B_{14}/0} = \frac{1}{2} m_{14} \cdot \dot{\lambda}_{14}^2 = \frac{1}{2} m_{14} \cdot \left( \frac{Ph}{2\pi} \right)^2 \cdot \omega_{vis/B_{10}}^2$$

➤ Les hypothèses de liaisons parfaites permettent d'écrire que les puissances internes sont nulles.

➤ Les puissances extérieures appliquées au système B1 sont :

- Dues aux actions de pesanteur :  $P_{poids \rightarrow B14/0} = m_{14} g \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{Ph}{2\pi} \cdot \omega_{vis/B_{10}} \cos \theta_{10'} \cdot (\cos \theta_{10'} + \sin \theta_{10'})$
- Due à l'action de la plateforme P4  $P_{P4 \rightarrow B14/0} = \frac{m_4}{3} g \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{Ph}{2\pi} \cdot \omega_{vis/B_{10}} \cos \theta_{10'} \cdot (\cos \theta_{10'} + \sin \theta_{10'})$
- Due à l'action du moteur sur la vis :  $P_{mot \rightarrow vis/0} = C_M \cdot \omega_{vis/B_{10}}$

Par conséquent, on peut écrire la relation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{dEc_{B_1/0}}{dt} &= \sum P_{ext \rightarrow B1/0} + P_{int \leftrightarrow Syst} = \left[ I_{vis} + m_{14} \cdot \left( \frac{Ph}{2\pi} \right)^2 \right] \cdot \omega_{vis/B_{10}} \cdot \dot{\omega}_{vis/B_{10}} \\ &= C_M \cdot \omega_{vis/B_{10}} + m_{14} g \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{Ph}{2\pi} \cdot \omega_{vis/B_{10}} \cos \theta_{10'} \cdot (\cos \theta_{10'} + \sin \theta_{10'}) + \frac{m_4}{3} g \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{Ph}{2\pi} \cdot \omega_{vis/B_{10}} \cos \theta_{10'} \cdot (\cos \theta_{10'} + \sin \theta_{10'}) \end{aligned}$$

Après simplification, on obtient : 
$$\left[ I_{vis} + m_{14} \cdot \left( \frac{Ph}{2\pi} \right)^2 \right] \cdot \dot{\omega}_{vis/B_{10}} = C_M + \left( m_{14} + \frac{m_4}{3} \right) g \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{Ph}{2\pi} \cdot \cos \theta_{10'} \cdot (\cos \theta_{10'} + \sin \theta_{10'})$$

Où le terme  $\left[ I_{vis} + m_{14} \cdot \left( \frac{Ph}{2\pi} \right)^2 \right]$  correspond à l'inertie équivalente ramené à la MSAP de l'axe 1.

### D.3 Modélisation de l'Axe1 : Boucle de couple

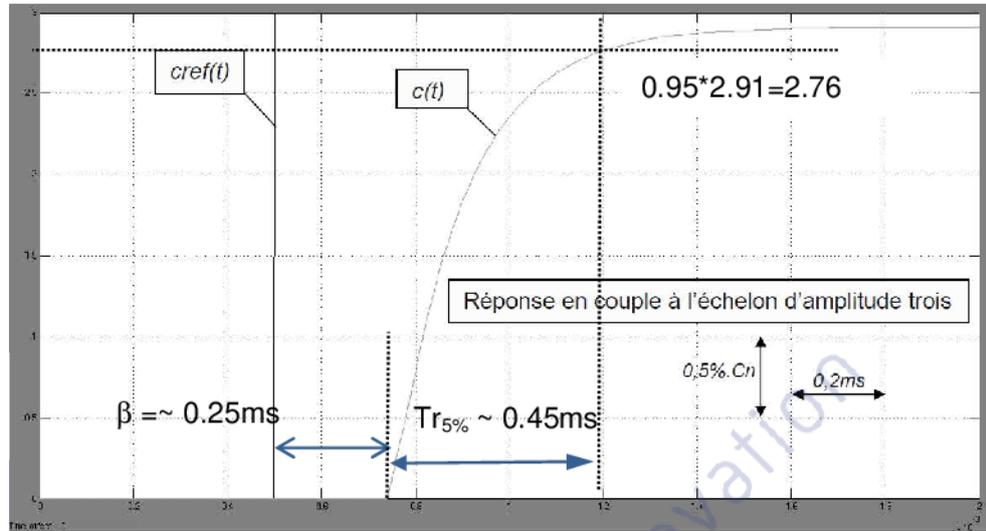
**Question 24 :** La réponse à une entrée en échelon correspond à un 1<sup>er</sup> ordre dont la fonction de transfert est obtenue par identification :

$$\frac{C(p)}{C_{ref}(p)} = \frac{K}{1 + \tau p} = \frac{2,91/3}{1 + 0,15 \cdot 10^{-3} p}$$

**Question 25 :** Théorème du retard :  $f(t - \beta) \rightarrow F(p)e^{-\beta p}$ , donc

$$\frac{C(p)}{C_{ref}(p)} = \frac{2,91/3}{1 + 0,15 \cdot 10^{-3} p} e^{-\beta p}$$

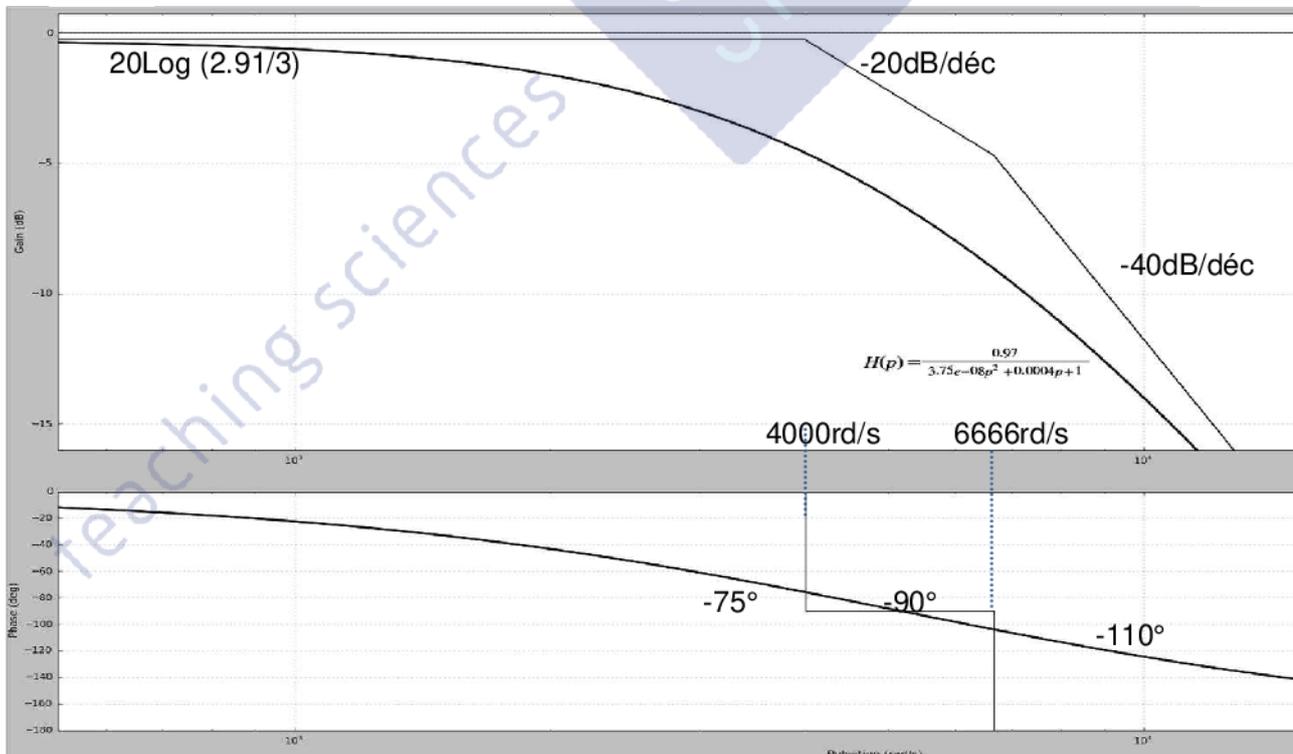
$$\frac{C(p)}{C_{ref}(p)} = \frac{2,91/3}{1 + 0,15 \cdot 10^{-3} p} e^{-0,00025 p}$$



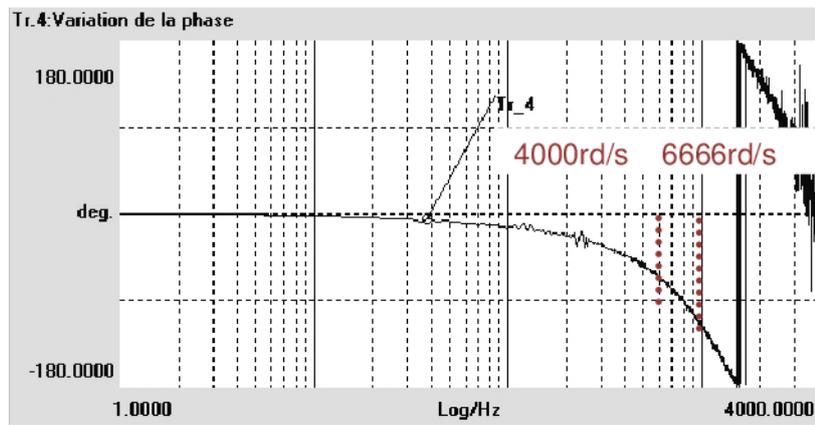
**Question 26 :** En remplaçant la fonction retard pur par son développement limité à l'ordre 1 ( $e^{-x} = 1 + x$ ), la fonction de transfert approximée de la boucle de couple devient :

$$\frac{C(p)}{C_{ref}(p)} = \frac{2,91/3}{1 + 0,15 \cdot 10^{-3} p} \cdot \frac{1}{1 + \beta p} = \frac{2,91/3}{1 + 0,00015 p} \cdot \frac{1}{1 + 0,00025 p}$$

**Question 27 :**



**Question 28 :** Le graphique est gradué en Hz.  
 On retrouve à 4000 rd/s, (636 Hz), le même déphase de  $-75^\circ$   
 On retrouve à 6666 rd/s, (1000 Hz), le même déphase de  $-110^\circ$ .



La différence entre le modèle simplifié et le réel arrive après une fréquence de 2000 Hz, soit 12000 rd/s. Cette différence doit être due à la linéarisation au premier ordre du retard qui n'est plus valable pour les hautes fréquences.

## D.4 Réglages de la boucle de vitesse

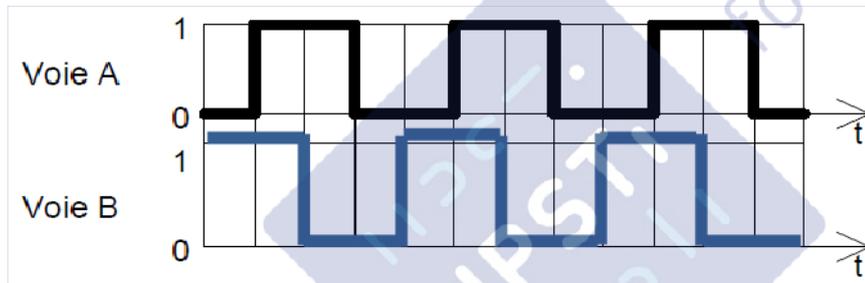
**Question 29 :** Le principe fondamental de la dynamique appliqué à la MSAP permet d'écrire la relation :

$$J_{eq} \frac{d\Omega(t)}{dt} + f_{eq} \Omega(t) = C(t)$$

Dans le domaine de Laplace, cette relation devient :

$$\frac{\Omega(p)}{C(p)} = \frac{1}{f_{eq} + J_{eq} p} = \frac{1}{f_{eq}} \frac{1}{\left(1 + \frac{J_{eq}}{f_{eq}} p\right)} = \frac{1}{2.5} \frac{1}{(1 + 0.004 p)}$$

**Question 30 :**



**Question 31 :** Avec un capteur et deux voies en quadrature, si l'on détecte les fronts et non les niveaux, on a déjà deux fois plus de fronts par signal, et s'ils sont en quadratures on a encore deux fois plus de fronts puisque tous les fronts sont captés. Si la CN reçoit 2048 tops, c'est qu'il y a donc 2048/4 périodes sur chacun des signaux.

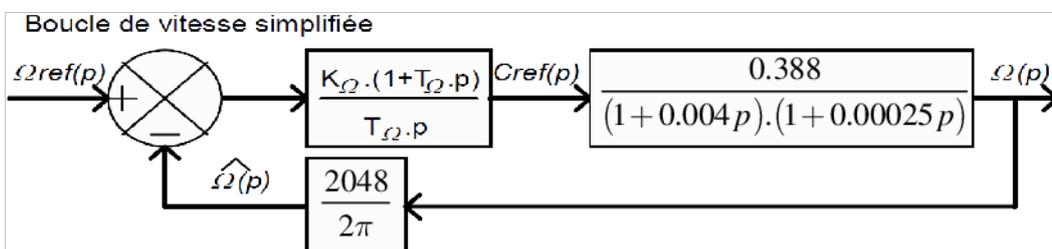
**Question 32 :** Pour obtenir la sortie Q à l'état haut pour le sens de rotation positif, il faut câbler la voie A sur Delay D et la voie B sur CLK.

**Question 33 :** On dispose en bout d'arbre de la MSAP d'un capteur de position. Celui-ci fournit 2048tops/tour à la CN 840D et est considéré comme un gain pur, par conséquent, la fonction de transfert est :

$$\frac{\hat{\Omega}(p)}{\Omega(p)} = \frac{2048}{2\pi} = 326$$

**Question 34 :** D'après les résultats établis précédemment,

$$\frac{\Omega(p)}{C_{ref}(p)} = \frac{1}{2.5} \frac{1}{(1 + 0.004 p)} \cdot \frac{0.97}{(1 + 0.00015 p)(1 + 0.00025 p)}$$
 Cette fonction possède trois pôles simples. Pour simplifier ce modèle en ne conservant que les deux modes dominant il faut supprimer le mode le plus rapide, c'est-à-dire le terme en  $\frac{1}{(1 + 0.00015 p)}$ .



**Question 35 :** Pour compenser, avec le zéro du correcteur de vitesse, le pôle le plus lent de la chaîne directe de la boucle de vitesse (0.004), on choisit  $T_{\Omega} = 0.004s$ .

**Question 36 :** La fonction de transfert en boucle fermée de vitesse devient alors :

$$\frac{\Omega(p)}{\Omega_{ref}(p)} = \frac{0,388K_{\Omega}}{0,004p(1+0,00025p) + 0,388.K_{\Omega}.326} = \frac{0,003}{1 + \frac{3.10^{-5}}{K_{\Omega}}p + \frac{8.10^{-9}}{K_{\Omega}}p^2}$$

**Question 37 :** La fonction de transfert du système correspond à un second ordre. La réponse indicielle la plus rapide sans dépassement pour ce type de fonction est obtenue pour un coefficient d'amortissement égal à 1. Par identification, on obtient les résultats suivants :

$$\frac{2\zeta}{\omega_0} = \frac{3.10^{-5}}{K_{\Omega}}; \quad \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{8.10^{-9}}{K_{\Omega}}, \quad \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{8.10^{-9}}{K_{\Omega}} = \left(\frac{3.10^{-5}}{2.K_{\Omega}}\right)^2 \quad \text{et} \quad K_{\Omega} = \frac{(3.10^{-5})^2}{4 \times 8.10^{-9}} = 0.028$$

**Question 38 :** D'après les données précédentes,

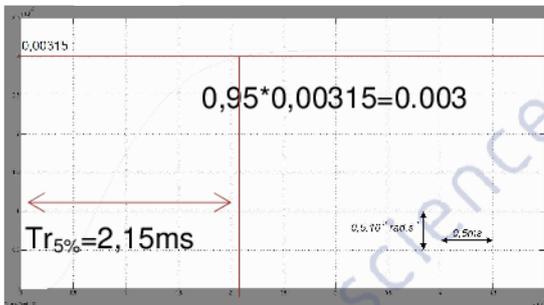
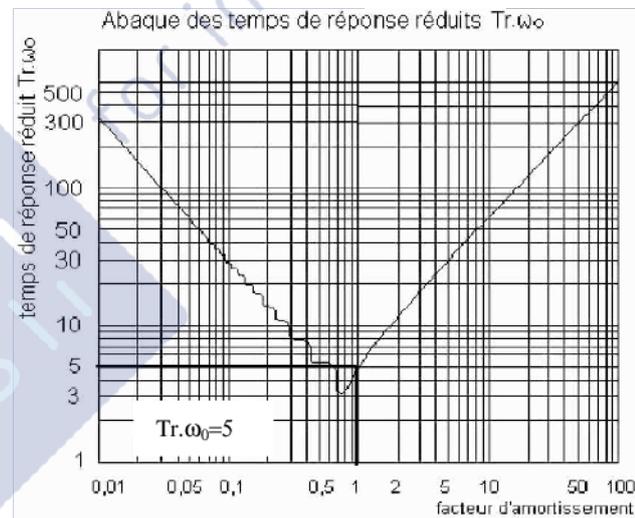
$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{8.10^{-9}}{K_{\Omega}} \quad \text{donc} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{K_{\Omega}}{8.10^{-9}}} = \sqrt{\frac{0.028}{8.10^{-9}}} = 1875 \text{rd/s}$$

**Question 39 :** D'après l'abaque, pour un coefficient d'amortissement de 1,  $Tr.\omega_0 = 5$ .

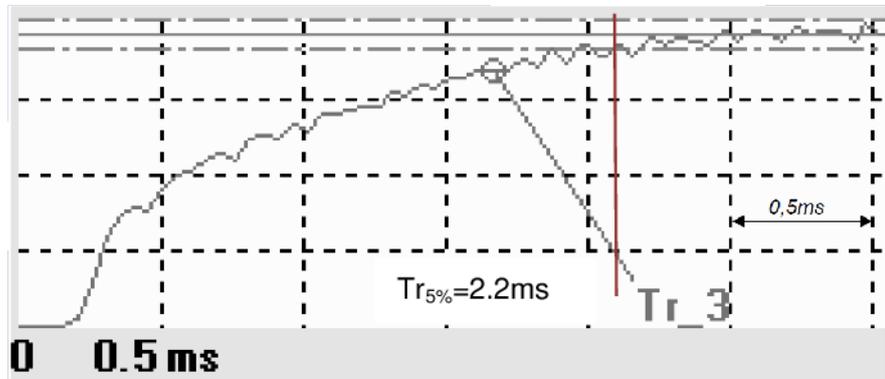
On a estimé précédemment la pulsation propre à 1875 rd/s. Par conséquent le temps de réponse à 5% vaut  $5/1875$  soit  $Tr_{5\%} = 2.66 \text{ms}$

**Question 40 :**

Le modèle simplifié donne un temps de réponse de 2.66ms et le modèle complet un temps de réponse de 2.2ms. Vu les imprécisions dues aux calculs, on peut considérer ces résultats comme très proches et conclure que le modèle simplifié est tout à fait valable à ce niveau de l'étude.



**Question 41 :** D'un point de vue de la rapidité, les résultats de mesure sur Triptéor (réel) sont très proches du modèle complet et en accord avec le modèle simplifié. On retrouve bien une réponse correspondant à un second ordre amorti. Cependant, le signal réel de Triptéor semble présenter un léger dépassement.



**Question 42 :** La réponse du modèle complet laisse également apparaître un dépassement, déjà observé sur le système réel et confirmé sur la Figure 24. Le modèle simplifié avait été défini de manière à n'obtenir aucun dépassement (coefficient d'amortissement calé à 1 grâce au coefficient  $K_{\Omega}$ ) or celui-ci apparaît sur Triptéor et sur le modèle complet. Ce dépassement est dû au fait que des approximations ont été faites lors de la modélisation (non prise en compte des modes supplémentaires et

des approximations des retards). Pour éviter ce dépassement, on peut augmenter légèrement le coefficient d'amortissement du modèle simplifié jusqu'à annuler ce dépassement sur le système réel. Pour cela, il faut diminuer la valeur du coefficient  $K_{\Omega}$ . En contrepartie, le temps de réponse sera légèrement augmenté (le cahier des charges autorise jusqu'à 3ms).

**Question 43 :** Le système répond au CdCF pour la rapidité et la précision :

- ✓ Le temps de réponse reste inférieur à 3ms
- ✓ La FTBO est de classe 1, donc l'erreur statique à une entrée en échelon est nulle.

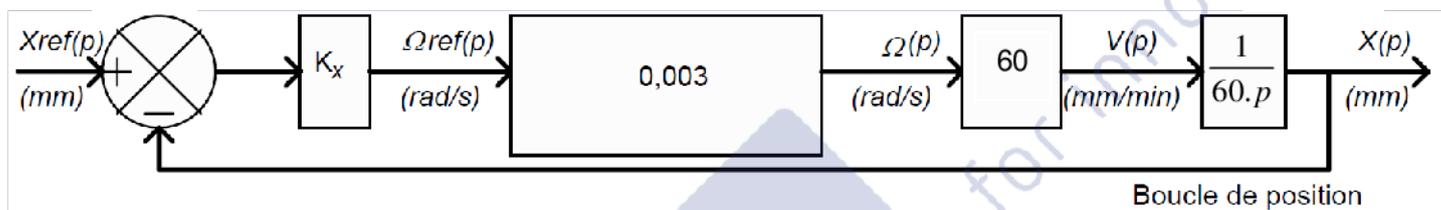
Concernant le dépassement, le CdCF n'est pas valide car un dépassement apparaît sur la réponse (Fig 24).

Critère d'appréciation	Niveau
▫ Type de réponse en vitesse (vélocité, dépassement, précision)	Premier dépassement : $D_{1\%}=0\%$ Temps de réponse à 5% : $tr_{5\%}<3ms$ erreur statique : $\epsilon_s=0$

## E - CONTRÔLER LE DÉPLACEMENT D'AVANCE AVEC PRÉCISION

### E.1 Réglage de la boucle de position

**Question 44 :**



**Question 45 :**

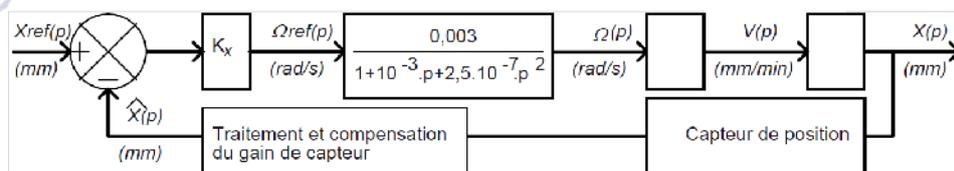
$$\frac{X(p)}{X_{ref}(p)} = \frac{0,003.Kx}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{0,003.Kx}{p}} = \frac{1}{1 + \frac{p}{0,003.Kx}} = \frac{1}{1 + \tau p}$$

**Question 46 :** Par identification avec une fonction du premier ordre, on peut définir le temps de réponse à 5%,

$$Tr_{5\%} = 3\tau = \frac{3}{0,003.Kx} \leq 0.04s \quad Kx \geq 25000$$

La forme canonique numérique de la fonction de transfert devient :  $\frac{X(p)}{X_{ref}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{p}{75}} = \frac{1}{1 + 0.0133p}$

**Question 47 :**



$$\frac{X(p)}{X_{ref}(p)} = \frac{0,003.Kx}{p(1 + 10^{-3}p + 2,5 \cdot 10^{-7}p^2) + 0,003.Kx} = \frac{1}{1 + \frac{p}{0,003.Kx} + \frac{10^{-3}p^2}{0,003.Kx} + \frac{2,5 \cdot 10^{-7}p^3}{0,003.Kx}}$$

**Question 48 :** Le critère de Routh permet de définir les conditions de stabilité absolues du système à partir de l'étude des pôles de la FTBF. Pour cela, nous allons extraire l'équation caractéristique D(p) de la FTBF.

$$D(p) = 0,003.Kx + p + 10^{-3}p^2 + 2,5 \cdot 10^{-7}p^3$$

$p^3$	$2,5 \cdot 10^{-7}$	1	0
$p^2$	$10^{-3}$	$0,003.Kx$	0
$p^1$	$\frac{-1}{10^{-3}} [2,5 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot Kx - 10^{-3}] = \frac{-1}{10^{-3}} [7,5 \cdot 10^{-10} \cdot Kx - 10^{-3}]$	0	
$p^0$	$0,003.Kx$		

Le système est stable si les coefficients de la première colonne du tableau de Routh sont tous strictement positifs. Dans notre cas, cela impose les conditions suivantes sur  $Kx$  :

$$Kx > 0 \quad \text{et} \quad \frac{-1}{10^{-3}} [7,5 \cdot 10^{-10} \cdot Kx - 10^{-3}] > 0 \quad \text{d'où} \quad Kx < 1,3 \cdot 10^6$$

Conclusion : le système sera stable si  $0 < Kx < 1,3 \cdot 10^6$

**Question 49** : L'équation caractéristique de la boucle de position pour la valeur de  $Kx$  obtenue à la question 47 possède trois racines de valeurs approchées  $p_1 = -80$ ,  $p_2 = -1600$  et  $p_3 = -2400$ . Par conséquent la FTBF

est de la forme : 
$$FTBFX(p) = \frac{K}{(p+80) \cdot (p+1600) \cdot (p+2400)} = \frac{K'}{\left(\frac{p}{80} + 1\right) \cdot \left(\frac{p}{1600} + 1\right) \cdot \left(\frac{p}{2400} + 1\right)}$$

Les trois constantes de temps valent donc :  $\frac{1}{80} = 0,0125s$      $\frac{1}{1600} = 0,000625s$      $\frac{1}{2400} = 0,000416s$

On retrouve approximativement la constante de temps de la question 45 :  $\frac{X(p)}{X_{ref}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{p}{0,003 \cdot Kx}} = \frac{1}{1 + \frac{p}{75}}$

**Question 50** : La modélisation de la Figure 27 fait apparaître que le schéma bloc est à retour unitaire.

$$FTBO(p) = Kx \cdot 0,003 \cdot \frac{1}{p} = \frac{0,003 \cdot Kx}{p}$$
 est de classe 1 (intégration de la vitesse en position).

Par conséquent, l'erreur statique de position en réponse à un échelon unité sera nulle.

**Question 51** : La FTBO étant de classe 1, l'erreur de poursuite en position (erreur de position en réponse à la rampe de pente unitaire) sera de la forme  $\varepsilon_p = \frac{1}{K}$  où  $K$  correspond au gain statique de la FTBO.

Ici 
$$\varepsilon_p = \frac{1}{0,003 \cdot Kx} = 13,2 \mu m > 10 \mu m$$

Le CdCF impose une erreur statique nulle et une erreur en poursuite  $< 10 \mu m = 0,01 mm$ .

Si l'on fixe  $Kx$  à 25000, la précision statique en réponse à un échelon est respectée mais pas celle en réponse à une rampe unitaire.

**Question 52** : Avec le correcteur proportionnel intégral (CPI) placé en série dans le schéma bloc, la nouvelle FTBO sera de classe 2. L'erreur en poursuite en position sera alors nulle.

**Question 53** : Pour aller au point éloigné à vitesse max et non à la vitesse nécessaire on a une erreur entre la consigne (due à l'éloignement du point ou l'on souhaite aller) et la sortie (la vitesse la plus élevée à laquelle on peut fonctionner). Bilan : On a une erreur constante, que l'on intègre, et donc on sature la sortie du correcteur. Ceci engendre un retour en mode normal bien plus long. Il faut prévoir un dispositif d'antisaturation du terme intégral.

**Question 54** : Un système asservi linéaire est stable si le déphasage est supérieur à  $-180^\circ$  quand le gain en dB est nul. L'action intégrale du correcteur CPI fait chuter la phase de  $-90^\circ$ . Ceci engendrer la diminution de la marge de phase du système.

**Question 55** :

$$\Omega_{ref}(p) = Kx [X_{ref}(p) - X(p)] + K_{av} \cdot p \cdot X_{ref}(p) = \frac{p}{0,003} X(p)$$

$$\frac{X(p)}{X_{ref}(p)} = \frac{0,003 \cdot (K_{av} \cdot p + Kx)}{0,003 \cdot Kx + p}$$

**Question 56** : L'erreur de poursuite en position en fonction s'écrit :

$$\varepsilon_p = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_p(t) = \lim_{p \rightarrow 0} [p \cdot \varepsilon_p(p)] \quad \text{or} \quad \varepsilon_p(p) = X_{ref}(p) - \hat{X}(p) = X_{ref}(p) \cdot \left[ 1 - \frac{0,003 \cdot (K_{av} \cdot p + Kx)}{0,003 \cdot Kx + p} \right]$$

$$\text{et} \quad X_{ref}(p) = \frac{1}{p^2}, \quad \text{donc} : \varepsilon_p = \lim_{p \rightarrow 0} \left[ p \cdot \frac{1}{p^2} \cdot \left[ \frac{0,003 \cdot Kx + p - 0,003 \cdot (K_{av} \cdot p + Kx)}{0,003 \cdot Kx + p} \right] \right] = \frac{1 - 0,003 \cdot K_{av}}{0,003 \cdot Kx}$$

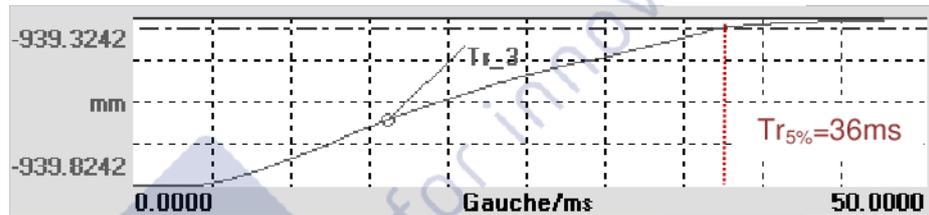
$$\text{Erreur de poursuite en position} : \varepsilon_p = \frac{1 - 0,003 \cdot K_{av}}{0,003 \cdot Kx}$$

**Question 57 :** Pour annuler l'erreur de poursuite, il suffit de déterminer le coefficient  $K_{av}$  qui annule

l'expression  $\varepsilon_p = \frac{1 - 0,003 \cdot K_{av}}{0,003 \cdot Kx}$ . L'erreur de poursuite sera nulle si  $K_{av} = \frac{1}{0,003} = 333$

**Question 58 :** Pour que la valeur de  $T_f$  n'entache que de manière infime le comportement de la boucle de position, le temps de réponse à 5% du filtre doit être au moins 10 fois plus faible que celui de la boucle de position.

Par analyse du tracé, on remarque que le temps de réponse  $Tr_{5\%BP}$  de la boucle de position vaut 36ms. Par conséquent, le temps de réponse à 5% du filtre  $Tr_{5\%filtre}$  ne doit pas dépasser 3,6ms et la constante de temps  $T_f$  ne doit pas dépasser 1.2ms ( $Tr_{5\%filtre} = 3 \cdot T_f$ ).



**Question 59 :**

A partir des résultats précédents, on peut affirmer que les exigences de rapidité et la précision sont respectées. A partir du tracé de la réponse (Fig 32), il ne semble pas y avoir de dépassement, cette contrainte semble donc également respectée. Dans ce cas, le correcteur CPI permet un asservissement satisfaisant de la boucle de position.

Niveau	Variabilité
Premier dépassement : $D_{1\%} = 0\%$	0
Temps de réponse à 5% : $tr_{5\%} < 40ms$	$\pm 20\%$
erreur statique : $\varepsilon_s = 0$	$\pm 0,5\mu m$
erreur en poursuite : $\varepsilon_p < 10\mu m$	0

Fin du corrigé