

Proposition de corrigé

Concours : X-ENS

Année : 2019

Filière : PSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

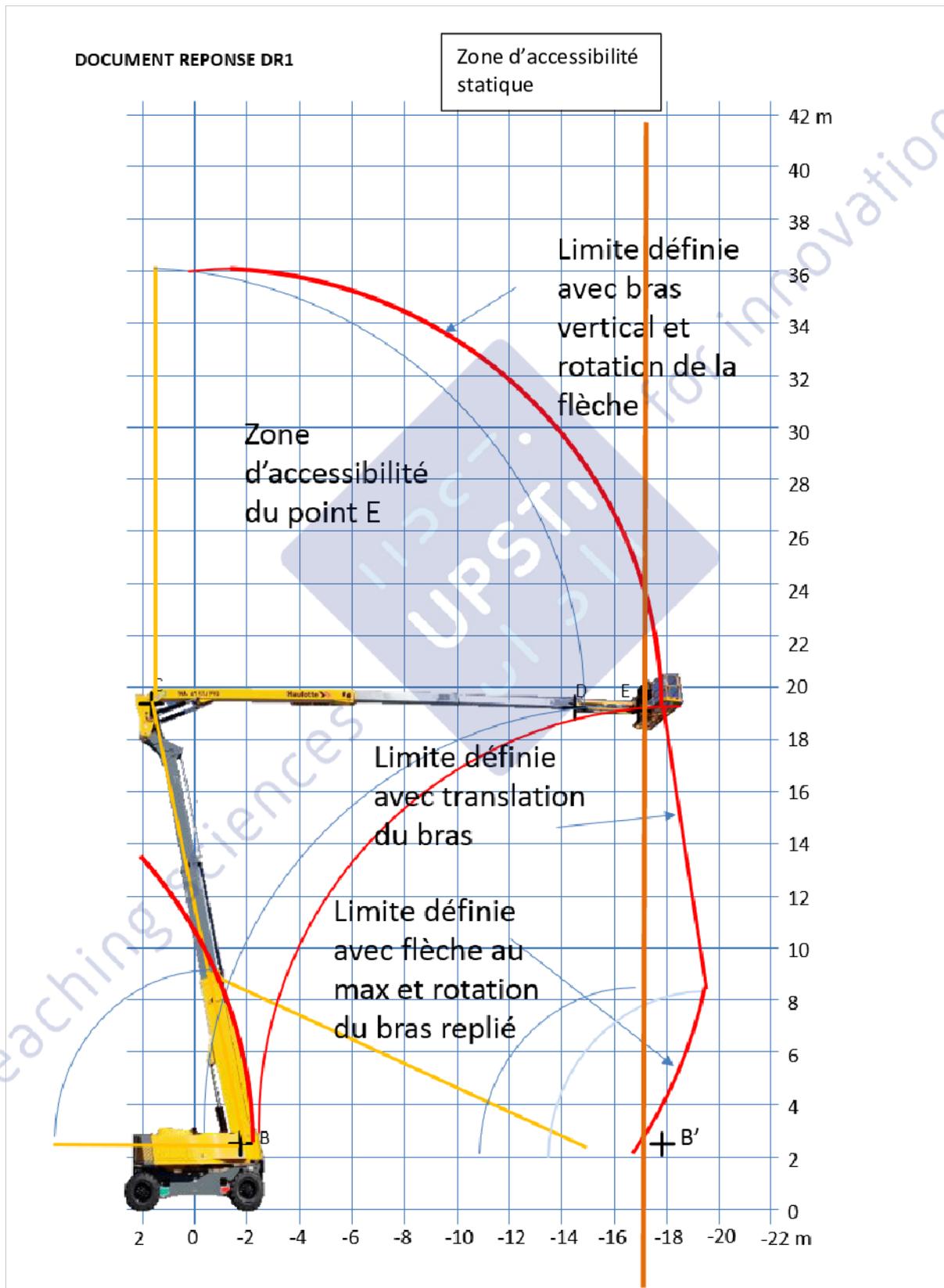
Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Zone d'accessibilité géométrique

Question 1. Sur le **document réponse DR1** tracer la zone d'accessibilité théorique du point E en prenant en compte seulement les limitations dues à la géométrie.



Zone d'accessibilité statique

La « **zone d'accessibilité statique** » est la zone d'accessibilité du point E assurant le non basculement de la nacelle, dans le cas où le châssis est immobile.

Le centre de gravité G_E de l'ensemble {châssis (1) avec contrepoids, tourelle (2), bras (3), bras (4)} est situé sur une droite verticale d'abscisse $x_{GE} = 0.3 \text{ m}$ dans le repère $(O, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$.

Question 2. A partir des données massiques et dimensionnelles du document réponse DR1 et de l'annexe 1, justifier la position de ce centre de gravité, et donner les limites de cette simplification.

La position suivant l'axe \vec{x}_0 du centre de gravité de l'ensemble {1 ; 2 ; 3 ; 4} n'est pas explicitée dans le sujet. En prenant l'hypothèse du centre de gravité de 3+4 aligné verticalement avec A .

$$x_{GE} = \frac{M_c \cdot x_{GC}}{M_1 + M_c + M_2} = \frac{7.2}{20.5} \approx 0,35\text{m}$$

Plus probablement, en mesurant la position de ce centre de gravité sur le document réponse, on trouve une projection du milieu du segment en 0,3m environ, ce qui donne :

$$x_{GE} = \frac{M_c \cdot x_{GC} - M_2 \cdot 0,3}{M_1 + M_c + M_2} = \frac{5,9}{20.5} \approx 0,3\text{m}$$

Ceci est valable pour la configuration du document réponse.

Question 3. Sur le document réponse DR1, représenter la limite de la zone dans laquelle doit se situer le centre de gravité G_3 de l'ensemble {flèche, pendulaire, panier} pour éviter le basculement. La réponse sera justifiée précisément sur la feuille de copie.

La coordonnée x_{G3} de l'ensemble {flèche, pendulaire, panier} doit être telle que $x_G > -2\text{m}$ pour éviter le basculement.

On a alors à vérifier :

$$\frac{20.5 \times 0.3 + 3 \times x_{G3}}{23.5} > -2$$

Soit $x_{G3} > \frac{-47-6.15}{3} \approx -17.7\text{m}$

Question 4. Conclure quant à la zone d'accessibilité statique. Il est possible d'utiliser le document réponse DR1 pour justifier la réponse.

Il n'y a pas de risque de basculement dans ces conditions, la longueur CE maximale étant de 20,5m (et donc le centre de gravité au maximum à -10,25m d'après le modèle simplifié). Cette position limite du centre de gravité se trouve bien à l'intérieur de la zone d'accessibilité statique.

I-2. Accessibilité en roulage

Question 5. Estimer la hauteur H maximale permettant d'éviter le basculement lors du freinage. Justifiez la réponse en citant les théorèmes utilisés. Conclure.

Pour déterminer le basculement lors du freinage, on va chercher la valeur de H qui annule la réaction normale en C_1 . On travaillera avec un modèle plan simplifié (actions des trains avant et arrière appliquées en C_1 et C_2).

Pour cela, on isolera tout l'ensemble du véhicule et on appliquera le Théorème du Moment Dynamique

au point C_2 en projection sur \vec{y}_0 .

Pour calculer la quantité dynamique, il faut la valeur de la décélération :

La vitesse initiale est de $1,4m \cdot s^{-1}$ et la distance « maximale » d'arrêt est de 25cm d'après le sujet. Cette définition pose un petit problème car la décélération sera plus importante en valeur absolue avec une distance plus courte. Les calculs seront effectués avec cette distance de 25cm (considérée comme distance d'arrêt la plus courte).

Les lois de mouvement donnent (le temps initial du mouvement est $t=0$, le temps final est noté t_f):

$$\Gamma(t) = \Gamma \text{ (constante)}$$

$$V(t) = \Gamma t \text{ avec } V(0) = 1.4 \text{ et } V(t_f) = 0$$

$$x(t) = \Gamma \frac{t^2}{2} + V(0).t \text{ et } x(t_f) = 0,25$$

$$\text{En exploitant } \Gamma = \frac{V(t_f)-V(0)}{t_f} = \frac{-1.4}{t_f} \text{ et } \Gamma \frac{t_f^2}{2} + 1.4 t_f = 0,25$$

$$\text{On obtient } 0.7t_f = 0.25 \text{ soit } t_f = \frac{0.25}{0.7} \approx 0.34s$$

$$\text{Et } \Gamma = \frac{-1.4}{t_f} \approx -3.92m \cdot s^{-2} \text{ ou } \Gamma = \frac{1.4}{t_f} \approx 3.92m \cdot s^{-2} \text{ selon le sens du mouvement.}$$

L'ensemble étant en translation, le moment dynamique calculé en son centre de gravité est nul.

Le plus simple pour la résolution semble de déterminer les coordonnées du centre de gravité de l'ensemble :

$$x_G = \frac{x_{G_3} M_3}{M_1 + M_2 + M_3 + M_c} = \frac{-30}{23,5} \approx -1,27m$$

$$z_G = \frac{h. (M_1 + M_c) + H. (M_2 + M_3)}{M_1 + M_2 + M_3 + M_c} \approx \frac{16 + 7,5H}{23,5}$$

La projection suivant \vec{y}_0 du moment dynamique calculé en C_2 vaudra :

$$\vec{y}_0 \cdot (\vec{C}_2 \vec{G} \wedge M \vec{\Gamma}_{G/Rg}) = M_{totale} \Gamma z_G$$

Les autres actions mécaniques appliquées sur le système sont les réactions en C_1 et C_2 ainsi que la pesanteur.

Au moment du basculement, la réaction en C_1 est nulle, le seul moment à calculer est celui des actions de pesanteur :

$$\vec{y}_0 \cdot (\vec{C}_2 \vec{G} \wedge -Mg \vec{z}_0) = \left(\frac{e}{2} + x_G\right) M_{totale} g$$

Au final, on obtient la relation :

$$\begin{aligned} (x_G + \frac{e}{2}) M_{totale} g &= M_{totale} \Gamma z_G \\ 0,73 \times 10 &= \frac{16 + 7,5H}{23,5} \times 3,92 \\ H &= \left(7,3 - \frac{16 \times 3,92}{23,5}\right) \times \frac{23,5}{7,5 \times 3,92} \approx 3,6m \end{aligned}$$

La hauteur maximale du centre de gravité calculée à partir des caractéristiques géométriques fournies peut être estimée à environ 13,5m. On peut conclure que le risque de basculement au freinage est réel lorsque la flèche est déployée.

Question 6. Conclure quant à la possibilité de basculement dans ces conditions

Avec une vitesse 10 fois plus faible et une distance de freinage 10 fois plus courte, on trouve une valeur de décélération 10 fois plus faible (soit $-0,4m \cdot s^{-2}$) environ.

Dans ce contexte, la hauteur H générant le basculement peut être estimée à 55m Cette hauteur est impossible à atteindre avec le système et aucun risque de basculement n'est à déplorer.

Question 7. Imaginer deux configurations qui pourraient entraîner un basculement latéral autour de \vec{x}_0 et proposer deux solutions technologiques afin d'éviter ce basculement.

En dynamique, il y aura risque de basculement autour de \vec{x}_0 lors d'une prise de virage avec le système en déplacement ou alors sur une route bosselée sur laquelle le système sera sollicité en roulis de manière périodique.

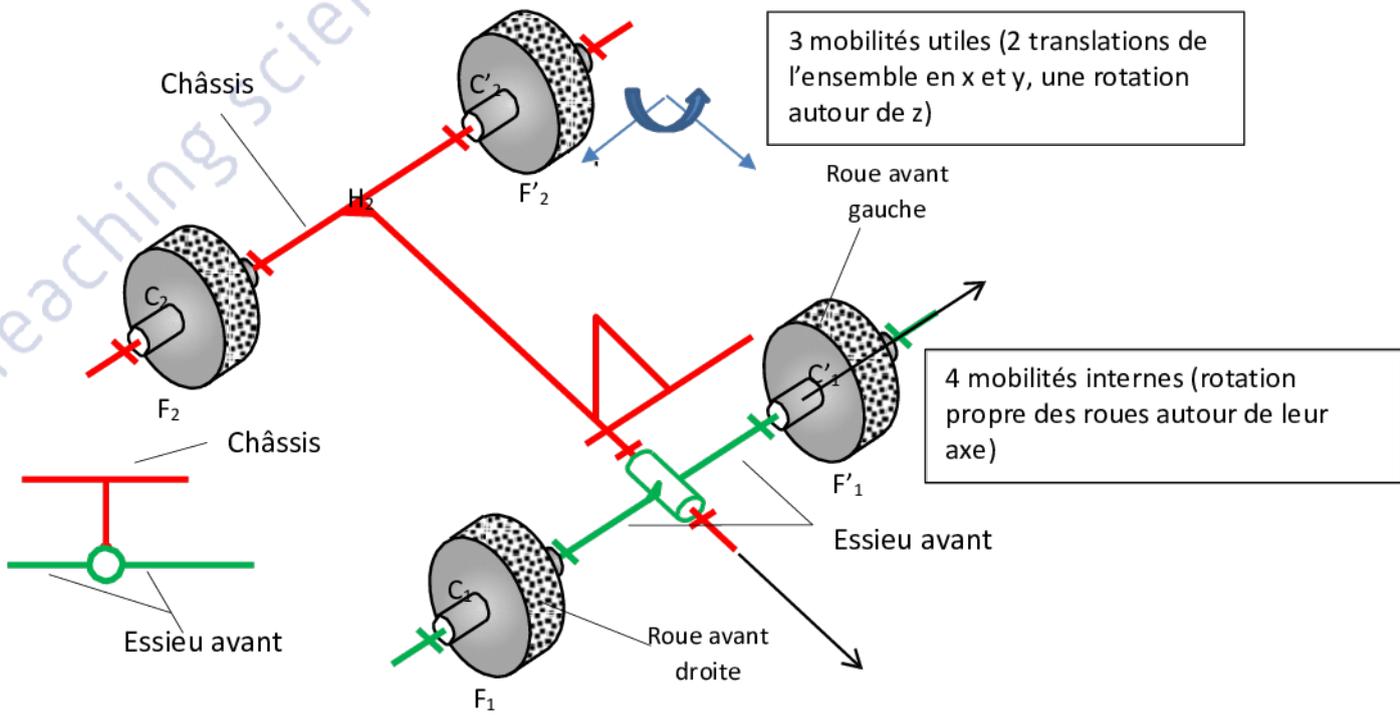
En statique, il y aura éventuellement risque de basculement en position déployée, avec l'angle entre 1 et 2 à 90° et sur un terrain en dévers.

Pour éviter la première solution, on peut empêcher le roulage en situation déployée et trouver une solution d'amortissement des vibrations.

Pour éviter la deuxième situation, on peut imaginer un système de correction de l'assiette du véhicule afin de garder un angle de roulis nul par rapport à la verticale .

I-3. Accessibilité « Tout terrain »

Question 8. Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle de la Figure 3 sans les vérins et indiquer si ce modèle permet ou non de conserver le contact avec chacune des roues quelle que soit la forme du terrain.



Nombre cyclomatique $\mu = 9 - 7 + 1 = 3$

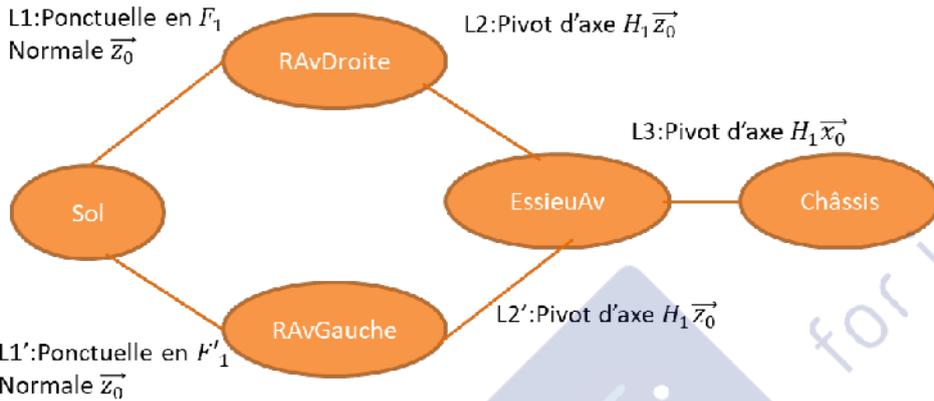
$$I_c = 4 \times 5(\text{ponctuelles}) + 5 \times 1(\text{pivots}) = 25$$

A partir de ces éléments, on peut déterminer h :

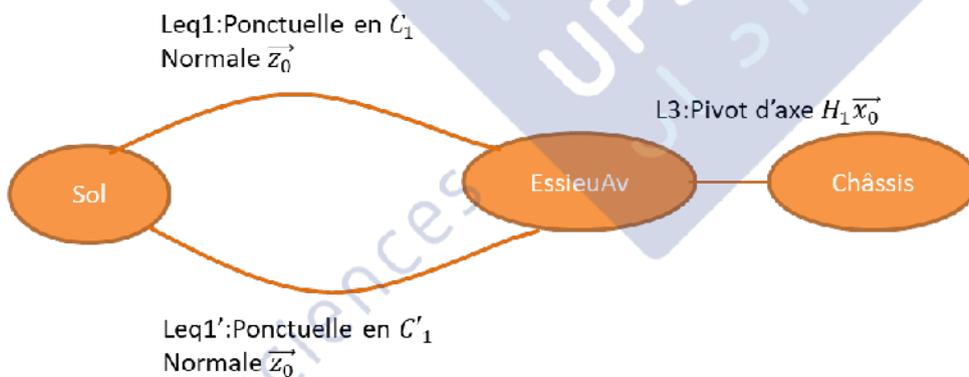
$$h = m_u + m_i + 6\mu - I_c = 0$$

Question 9. Etablir la liaison équivalente réalisée par le train avant entre le sol et le châssis.
Donner chaque étape de la démarche.

On s'intéresse donc au graphe suivant :

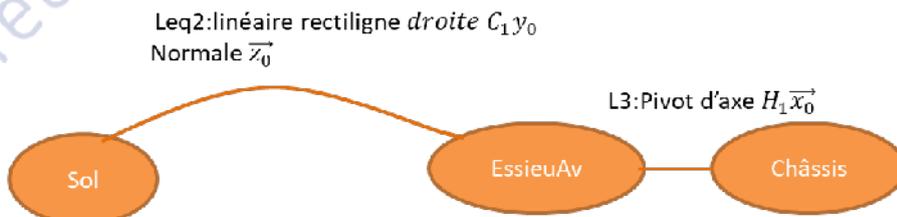


En remarquant que le torseur des liaisons $L1$ et $L2$ (respectivement $L1'$ et $L2'$) est valable en C_1 (respectivement C'_1) et le torseur cinématique de la liaison équivalente à $L1$ et $L2$ étant la somme des torseurs cinématiques de $L1$ et $L2$, on obtient une première simplification du graphe :



Pour déterminer ensuite la liaison équivalente aux deux ponctuelles en parallèle, on a intérêt à utiliser la somme des torseurs d'action mécanique.

En écrivant les éléments de réduction des deux torseurs en C_1 par exemple, on obtient que la liaison équivalente est une liaison linéaire rectiligne de normale \vec{z}_0 et de droite de contact C_1, \vec{y}_0 .



Les deux liaisons étant en série et le torseur de Leq2 étant valable également en H_1 , on obtient alors comme liaison équivalente une liaison ponctuelle en H_1 de normale \vec{z}_0 .

Question 10. Donner l'avantage de la solution constructeur par rapport à une solution à 4 roues

directement sur le châssis et par rapport à une solution à 3 roues directement sur le châssis.

Une solution à 4 roues directement sur le châssis ne permettra pas de s'adapter aux terrains accidentés et une des 4 roues ne sera pas en contact avec le sol sur terrain bosselé.

Une solution à 3 roues présentera des risques très élevés de basculement latéral avec la zone d'appui réduite.

La solution constructeur présente donc un compromis satisfaisant pour valider l'accessibilité en roulage, la stabilité et l'accessibilité tout-terrain.

Question 11. Donner le rôle des vérins et indiquer selon quels critères ils peuvent être pilotés.

La mise en position du système est réalisée par le système de conception isostatique, le maintien de la position souhaitée est réalisé par les vérins. Sans eux, le système basculerait sous les effets de la gravité.

La course des vérins entrainera nécessairement un débattement angulaire limité. On peut imaginer un pilotage en effort des vérins afin de prévenir le décollement d'une roue.



teaching sciences

for innovation

I-4. Sécurité du conducteur dans le cas d'un déplacement sur terrain accidenté

Question 12. En indiquant le(s) théorème(s) utilisé(s), et en utilisant les notations définies ci-dessus, écrire l'équation qui a permis d'aboutir à cette valeur d'accélération de 2 rad. s^{-2}

La phase d'accélération de la nacelle correspond à la phase durant laquelle la roue avant a perdu le contact avec le sol. Dans ce cadre, l'effort au niveau du contact en F_1 est nul.

Pour avoir l'équation souhaitée, on applique le Théorème du Moment Dynamique à l'ensemble au point F_2 en projection sur \vec{y}_0 .

Au préalable, on devra appliquer le théorème de la résultante dynamique en projection sur \vec{z}_0 afin d'obtenir la réaction en F_2 . Pour simplifier les calculs, les points O , F_2 et le centre du panier sont considérés alignés sur l'horizontale (forme trop complexe sinon).

Le centre de gravité du panier a une accélération égale à $(L_{76} - \frac{e}{2})\ddot{\theta}$ en projection sur \vec{z}_0 en considérant l'angle θ petit (\vec{z}_0 et \vec{z}_1 confondus ou encore on considère $\cos \theta \approx 1$).

Ainsi, on obtient la valeur de \vec{F}_2 par l'application du TRD :

$$\vec{F}_2 = (m + M)g + m \left(L_{76} - L_{43} - \frac{e}{2} \right) \ddot{\theta} - M \frac{e}{2} \ddot{\theta}$$

En appliquant ensuite le Théorème du Moment Dynamique à l'ensemble au point O en projection sur \vec{y}_0 .

$$-(L_{76} - L_{43})mg + \frac{e}{2} \left((m + M)g + (m) \left(L_{76} - L_{43} - \frac{e}{2} \right) \ddot{\theta} - M \frac{e}{2} \ddot{\theta} \right) = J \ddot{\theta}$$

Soit au final :

$$-(L_{76} - L_{43})mg + \frac{e}{2} (m + M)g = \left(J - \frac{e}{2} \left(m \left(L_{76} - L_{43} - \frac{e}{2} \right) + M \frac{e}{2} \right) \right) \ddot{\theta}$$

Question 13. Estimer la hauteur maximale atteinte par le passager par rapport à la surface du panier lors de la phase de décolllement.

A l'instant où le véhicule retrouve le contact avec le sol, le passager se déplace à une vitesse de 4 m/s .

Lorsque le passager a décollé, il n'est plus soumis qu'à la pesanteur, on cherche donc le moment où sa vitesse est nulle. On peut écrire l'équation donnant la hauteur atteinte par le passage :

$$\begin{aligned} a(t) &= -9.8 \\ v(t) &= -9.8t + 4 \\ z(t) &= -9.8 \frac{t^2}{2} + 4t \end{aligned}$$

La hauteur maximale est atteinte en $t = \frac{4}{9.8}$ et vaut $z_{max} = \frac{8}{9.8} \approx 0,82 \text{ m}$

Question 14. Prévoir de manière qualitative le comportement lorsque la seconde roue franchira la marche.

Le passager reste environ 1 seconde en l'air. Il sera donc retombé lors du franchissement de la seconde roue. L'accélération angulaire sera de signe opposé à celle de la première phase. Le passager sera soumis à l'accélération de la pesanteur, la valeur absolue de l'accélération du centre de la cabine est probablement supérieure à celle de la gravité (en considérant la même valeur absolue de l'accélération angulaire que celle calculée précédemment). Il y aura donc décolllement du passager de la nacelle pendant cette période puis il retombera dans le panier. Le décolllement sera moins important que lors de la première phase.

Question 15. Prévoir de manière qualitative les conséquences de cet affinement du modèle sur le résultat obtenu en question 13. Justifier votre réponse.

A priori pas de changement sur la hauteur maximale atteinte au final on peut le justifier par une approche énergétique).

Question 16. Etablir de manière littérale la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Gamma(p)}{\theta(p)}$

Remarque : les conditions initiales sont partiellement fournies. Pour effectuer les transformées de Laplace, il faudrait connaître également $\dot{z}(0)$ et $\theta(0)$.

On peut raisonnablement considérer les conditions initiales nulles dans la situation présentée.

On corrige l'équation fournie de manière à avoir une forme homogène (inversion de $\theta(t)$ et de $\frac{d\theta(t)}{dt}$)

La transformée de Laplace de l'équation fournie donne alors :

$$mp^2Z(p) + fpZ(p) + kZ(p) = kK_1\theta(p) + fK_1p\theta(p)$$

$$\frac{Z(p)}{\theta(p)} = K_1 \frac{(fp + k)}{mp^2 + fp + k}$$

Et $\Gamma(p) = p^2Z(p)$

Soit :

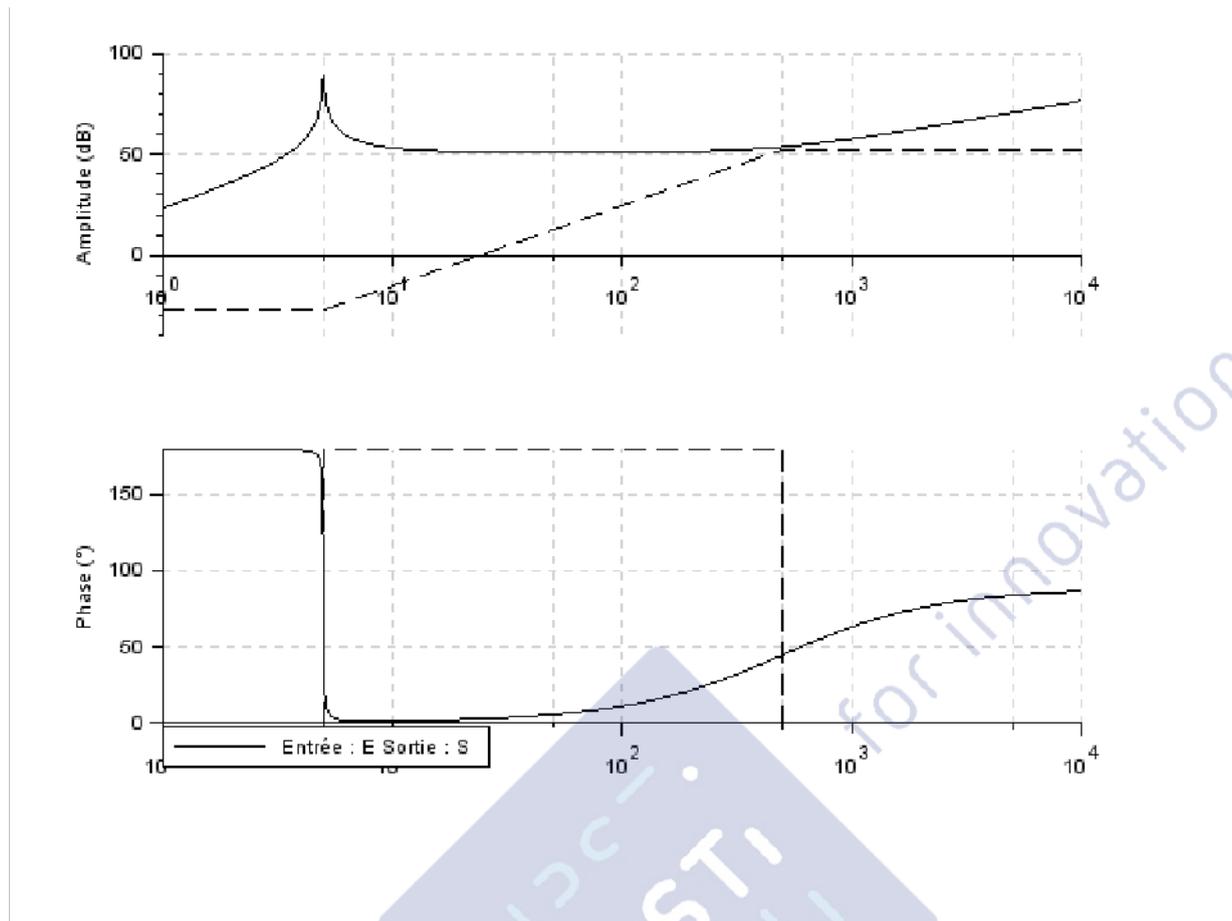
$$\frac{\Gamma(p)}{\theta(p)} = kK_1 \frac{p^2(\frac{f}{k}p + 1)}{\frac{m}{k}p^2 + \frac{f}{k}p + 1}$$

Pour le second ordre :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5 \text{ rad. s}^{-1}$$

et $\xi = \frac{f}{2\sqrt{km}} = 5 \cdot 10^{-3}$

Question 17. Tracer le diagramme de Bode asymptotique de $H(p)$ ainsi que l'allure du diagramme de Bode réel, sur le document réponse DR2.



Question 18. En déduire la plage de pulsations qu'il faut éviter pour s'assurer d'avoir une accélération $\ddot{z}(t)$ toujours inférieure à 10 m/s^2 .

L'amplitude des oscillations est de 0.01 rad . Afin d'éviter des accélérations supérieures à 10 m/s^2 , il faut donc un gain inférieur à 1000 soit une amplification inférieure à 60dB. Il faudrait éviter les plages de pulsations entre 2 et 10 rad.s^{-1} environ et les plages supérieures à 500 rad.s^{-1}

Question 19. En faisant l'hypothèse que la fréquence de θ est égale à la fréquence de parcours des ondulations du terrain, donner une condition sur l'espace entre deux bosses du terrain qui conduirait à une éjection du passager.

La pulsation la plus critique est aux alentours de 5 rad.s^{-1} (pulsation propre du système très proche de la résonance). Il faut donc éviter de solliciter le système à cette pulsation (fréquence de $5/6.28$ proche de 0.8 Hz) soit un espacement entre deux bosses du terrain égal à $1.4 * 0.8 \approx 1.12 \text{ m}$

Question 20. Proposer un cas particulier de l'empattement (distance F_1F_2) du véhicule qui rendrait fausse l'hypothèse formulée à la question précédente.

Si l'empattement est un multiple de l'espacement entre bosses, le système aura un mouvement de translation suivant une trajectoire sinusoïdale (sauf pour les roues) et l'hypothèse précédente deviendrait fausse.

Partie II – Performances des déplacements

II.1 Détermination des mobilités de ce modèle

Question 21. Donner et justifier le degré de mobilité de ce modèle.

On travaille ici dans un plan. Dans ce modèle plan, le degré de mobilité total du système est de 7 (en prenant en compte la translation de l'ensemble châssis-roues et un mouvement indépendant de chacun des actionneurs).

En ne prenant pas en compte la translation du châssis et en considérant le mouvement de rotation du panier dépendant de celui du reste du système via le système de compensation, il y a 5 mobilités dans le modèle (correspondant aux 5 actionneurs présentés).

Question 22. Indiquer le nombre minimal de mobilités nécessaires au déplacement du conducteur dans le plan vertical. Donner l'intérêt d'avoir davantage de mobilités.

Pour déplacer le conducteur en maintenant la plate-forme horizontale, il n'y a besoin que de trois mobilités (2 translation et une rotation afin d'obtenir l'orientation souhaitée, ce qui peut s'obtenir par le biais de 3 rotations comme dans les solutions classiques de bras robotisés). On peut déplacer le conducteur dans le plan avec 2 mobilités mais dans ce cas il n'y a aucune possibilité d'orientation de la nacelle, ce qui semble problématique.

Le fait d'avoir davantage de mobilités permet par exemple :

- de piloter les mouvements de manière plus variée (on peut déplacer la plate-forme en limitant les porte-à-faux et en conservant un centre de gravité centré afin d'éviter le basculement)
- on peut augmenter considérablement la zone accessible grâce à la combinaison des translations et rotations en limitant les dimensions de l'ensemble (augmenter la zone accessible).
- on peut plus facilement gérer des petits déplacements autour d'une zone de fonctionnement.

II.2 - Détermination du mouvement du passager en fonction des mouvements des actionneurs

Question 23. Déterminer l'expression de la vitesse du point G_{12} du panier (12) par rapport au bâti (1) en fonction des paramètres λ_{43} , λ_{76} , L_9 , θ_3 , θ_6 et θ_9 et leur dérivée.

Par dérivation vectorielle :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{V_{G_{12},12/1}} &= \left[\frac{d}{dt} (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EG_{12}}) \right]_1 \\ \overrightarrow{V_{G_{12},12/1}} &= \left[\frac{d}{dt} (\lambda_{43}\overrightarrow{x}_3 + \lambda_{76}\overrightarrow{x}_6 + L_9\overrightarrow{x}_9 - L_{12}\overrightarrow{x}_{12}) \right]_1 \\ \overrightarrow{V_{G_{12},12/1}} &= \dot{\lambda}_{43}\overrightarrow{x}_3 - \lambda_{43}\dot{\theta}_3\overrightarrow{z}_3 + \dot{\lambda}_{76}\overrightarrow{x}_6 - \lambda_{76}(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_6)\overrightarrow{z}_6 - L_9(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_6 + \dot{\theta}_9)\overrightarrow{z}_9\end{aligned}$$

Question 24. Calculer la valeur maximale de la norme de la vitesse angulaire du pendulaire permettant de valider l'exigence de déplacement vertical dans toute la plage de positionnement du pendulaire. Estimer l'accélération angulaire nécessaire correspondante. Vous préciserez les hypothèses simplificatrices utilisées éventuellement.

L'exigence de déplacement vertical est que la composante verticale de la vitesse par rapport au sol est de 1m/s (pas de précision sur une valeur minimale ou maximale).

Si seul le pendulaire est en mouvement, la vitesse devient:

$$\overrightarrow{V_{G_{12},12/1}} = L_9\dot{\theta}_9\overrightarrow{z}_9$$

On ne considère que la composante de la vitesse suivant l'axe vertical \overrightarrow{z}_1 , on considère que le chariot reste parfaitement horizontal pendant toute la manœuvre:

$$\overrightarrow{V_{G_{12},12/1} \cdot \vec{z}_1} = L_9 \dot{\theta}_9 \vec{z}_9 \cdot \vec{z}_1 = L_9 \dot{\theta}_9 \cos(\theta_3 + \theta_6 + \theta_9)$$

La plage de variation de l'angle $\theta_3 + \theta_6 + \theta_9$ est donnée (entre -60 et 60°) et donc $\cos(\theta_3 + \theta_6 + \theta_9)$ varie entre -0.5 et 0.5 .

On obtient alors la vitesse maximale $\dot{\theta}_9 = \frac{2}{L_9} = \frac{2}{3} \text{ rad. s}^{-1}$

L'accélération angulaire correspondante est donc de $\ddot{\theta}_9 = \frac{4}{3} \text{ rad. s}^{-2}$

II.3 - Détermination des efforts en fonction des accélérations

Question 25. Donner la méthode permettant d'obtenir les relations entre les actions mécaniques de chaque vérin et les paramètres cinématiques du système : préciser les théorèmes utilisés, les isolements réalisés et les équations scalaires qu'il faudrait écrire.

La structure du vérin est une structure ouverte. Ainsi, pour chaque vérin, il faut isoler l'ensemble des solides situés après la liaison pilotée par le vérin dans le graphe de structure et appliquer :

- le théorème du moment dynamique en projection sur l'axe de la liaison pivot pour les pivots.
- le théorème de la résultante en projection sur la direction de la liaison glissière pour les glissières.

Question 26. Déterminer, dans le cas où tous les mouvements sont bloqués, l'action C_{23} en fonction des paramètres λ_{43} , λ_{76} , L_9 , θ_3 , θ_6 , θ_9 , et des différentes masses.

Pour appliquer la méthode présentée précédemment, on souhaite étudier l'action de 2 sur 3, on isole donc l'ensemble des pièces $\{2+3+4+6+7+9+12\}$.

La liaison pilotée est une liaison pivot d'axe (B, \vec{y}_1) , on utilise donc le théorème du moment dynamique au point B en projection sur \vec{y}_1 .

Les mouvements étant tous bloqués, les quantités dynamiques sont nulles (Théorème du moment Statique ici).

Les actions mécaniques appliquées au système isolé sont ici :

- l'action du vérin sur la pièce 3
- les actions dans la pivot 2/3 (composante nulle dans la projection réalisée)
- les actions de pesanteur sur les différentes pièces.

Le calcul des moments en projection donne :

$$\vec{y}_1 \cdot \sum \overrightarrow{\mathcal{M}_{B,S \rightarrow S}} = \vec{y}_1 \cdot (C_{23} \vec{y}_1 + \overrightarrow{BG}_{67} \wedge -m_{67} g \vec{z}_1 + \overrightarrow{BG}_9 \wedge -m_9 g \vec{z}_1 + \overrightarrow{BG}_{12} \wedge -m_{12} g \vec{z}_1 + \overrightarrow{BG}_2 \wedge -m_2 g \vec{z}_1)$$

$$\text{Avec : } \overrightarrow{BG}_2 = \frac{\lambda_{43}}{2} \vec{x}_3 ; \overrightarrow{BG}_{67} = \lambda_{43} \vec{x}_3 + \frac{\lambda_{76}}{2} \vec{x}_6 ; \overrightarrow{BG}_9 = \lambda_{43} \vec{x}_3 + \lambda_{76} \vec{x}_6 + \frac{L_9}{2} \vec{x}_9 ;$$

$$\overrightarrow{BG}_{12} = \lambda_{43} \vec{x}_3 + \lambda_{76} \vec{x}_6 + L_9 \vec{x}_9 - L_{12} \vec{x}_{12}$$

Au final, après calcul, on obtient l'équation :

$$C_{23} + M_2 g \frac{\lambda_{43}}{2} \cos(\theta_3) + m_{67} g \left(\lambda_{43} \cos(\theta_3) + \frac{\lambda_{76}}{2} \cos(\theta_3 + \theta_6) \right) \\ + m_9 g \left(\lambda_{43} \cos(\theta_3) + \lambda_{76} \cos(\theta_3 + \theta_6) + \frac{L_9}{2} \cos(\theta_3 + \theta_6 + \theta_9) \right) \\ + m_{12} g (\lambda_{43} \cos(\theta_3) + \lambda_{76} \cos(\theta_3 + \theta_6) + L_9 \cos(\theta_3 + \theta_6 + \theta_9) - L_{12}) = 0$$

Avec le modèle simplifié (en considérant juste la masse M_3 mais maintenant que je m'étais embêté à faire tout le calcul précédent je le laisse !)

Calcul des moments :

$$\begin{aligned} \overline{y_1} \cdot \sum \overline{\mathcal{M}_{B, \vec{s} \rightarrow S}} &= \overline{y_1} \cdot (C_{23} \overline{y_1} + \overline{BG_3} \wedge -M_3 g \overline{z_1} + \overline{BG_2} \wedge -m_2 g \overline{z_1}) \\ &= C_{23} + M_2 g \frac{\lambda_{43}}{2} \cos(\theta_3) + M_3 g \left(\frac{\lambda_{76}}{2} \cos(\theta_3 + \theta_6) + \frac{L_9}{2} \cos(\theta_3 + \theta_6 + \theta_9) \right) = 0 \end{aligned}$$

Question 27. Justifier la forme de la matrice d'inertie et déterminer l'expression de B_{G_9}

La matrice présentée est celle d'une tige et la longueur de la tige est suivant $\overline{x_9}$. Ainsi, le terme de la matrice en $\int (y^2 + z^2) dm$ et les différents produits d'inertie sont nuls.

Pour calculer le terme B_{G_9} , on peut poser une masse linéique pour la barre μ en kg/m

$$B_{G_9} = \int_{-L_9/2}^{L_9/2} x^2 \mu dx = \left[\frac{x^3}{3} \mu \right]_{-L_9/2}^{L_9/2} = \mu \frac{L_9^3}{12} = m_9 \frac{L_9^2}{12}$$

Question 28. Justifier l'hypothèse de ne prendre en compte que l'inertie en rotation du pendulaire.

Dans cette situation, seul le pendulaire est en rotation. Les autres pièces sont soit fixes soit en mouvement de translation circulaire (panier). Maintenant, vu que l'on considère une accélération nulle et que le terme B_{G_9} n'apparaîtra pas dans le résultat final, je justifierais l'hypothèse en disant qu'un calcul inutile c'est déjà bien suffisant !

Question 29. En négligeant la longueur L_{12} devant L_9 , déterminer de manière littérale l'action du vérin consécutive au mouvement du pendulaire, notée C'_{23} . On ne prendra pas en compte le poids des pièces dans cette question.

La formulation « on ne prend pas en compte le poids des pièces » porte à confusion. En fait, les deux questions semblent correspondre à appliquer le TMD mais en deux phases séparées, c'est un peu étrange. On fera le choix donc de ne pas prendre en compte les actions de pesanteur mais par contre on prendra bien sur en compte la masse des pièces (et l'inertie du pendulaire mais l'accélération étant nulle...) dans le calcul des quantités dynamiques.

On applique le même théorème que dans la question 27 (TMD en B sur $\overline{y_1}$)

$$\vec{y}_1 \cdot \sum \overrightarrow{\mathcal{M}_{B,S \rightarrow S}} = \vec{y}_1 \cdot (C'_{23} \vec{y}_1) = C'_{23}$$

On calcule les quantités dynamiques :

$$\vec{y}_1 \cdot \overrightarrow{\delta_{B,S/1}} = \vec{y}_1 \cdot (\overrightarrow{\delta_{G,S/1}} + (m_9 \overrightarrow{BG_{67}} + m_{12} \overrightarrow{BG_{12}}) \wedge (-L_9 \ddot{\theta}_9 \vec{z}_9 - L_9 \dot{\theta}_9^2 \vec{x}_9))$$

$\ddot{\theta}_9$ étant nulle

$$C'_{23} = - \left(m_9 (\lambda_{43} \sin(\theta_6 + \theta_9) + \frac{\lambda_{76}}{2} \sin(\theta_9)) + m_{12} (\lambda_{43} \sin(\theta_6 + \theta_9) + \lambda_{76} \sin(\theta_9)) \right) L_9 \dot{\theta}_9^2$$

Une application numérique donne un couple rajouté de l'ordre de 30kNm, la valeur serait sûrement bien plus importante en prenant en compte l'accélération angulaire non nulle (valeur proche de celle proposée dans le sujet alors).

Dans la configuration la plus défavorable, le couple obtenu est : $C'_{23}=430 \text{ kN.m}$

Question 30. *Enoncer le théorème qui permet de conclure sur le dimensionnement du vérin et conclure.*

Le chargement total du vérin est donc la somme des deux couples obtenus précédemment (donc le théorème qui permet de conclure est le TMD, les deux questions précédentes se résumant à cela) soit 830 kN.m. Ce chargement est inférieur à la charge admissible par le vérin de 1000 kN.m et celui est donc correctement dimensionné.

III – Précision de positionnement de la nacelle

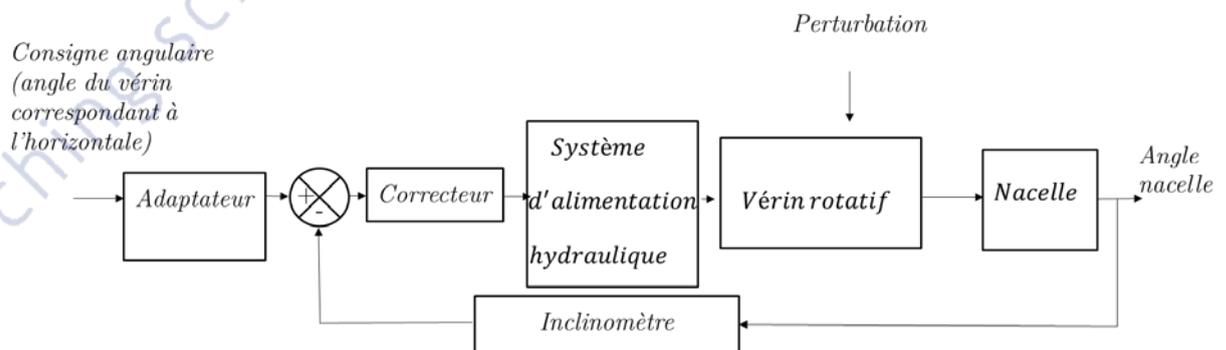
III-1. Maintien de l'horizontalité du panier

Question 31. *Proposer, sous la forme d'un schéma bloc fonctionnel, une structure de l'asservissement en position angulaire de la nacelle qui permettrait de conserver son horizontalité. Vous utiliserez de préférence les composants déjà présents sur le système. Vous préciserez les noms des composants déjà présents sur le système, ainsi que ceux des composants éventuels ajoutés.*

Les composants à rechercher sont:

- système d'acquisition de l'orientation de la nacelle: inclinomètre
- consigne: horizontale
- actionneur: vérin rotatif
- correcteur: manquant
- distributeur: système de distribution hydraulique (système d'alimentation hydraulique OK).

Le schéma bloc fonctionnel proposé est :



Question 32. *Exprimer λ_{C3} en fonction de θ_{35} et des longueurs a_3 et b_3 définies en annexe 2, puis, par analogie, exprimer λ_{C1} en fonction de θ_{23} et des longueurs a_1 et b_1 .*

Pour exprimer λ_{C3} en fonction de θ_{35} et des longueurs a_3 et b_3 on réalise une fermeture géométrique dans la boucle $A_3 B_3 C_3$

$$\overrightarrow{A_3 B_3} + \overrightarrow{B_3 C_3} + \overrightarrow{C_3 A_3} = \vec{0}$$

On remarque tout de même que le repérage des angles est assez flou (angle non orienté sur le schéma

et qui se retrouve assez difficilement avec le texte).

$$-\lambda_{C3}\vec{x}_v - b_3\vec{x}'_3 + a_3\vec{x}_5 = \vec{0}$$

Le vecteur \vec{x}_v n'étant défini nulle part dans le sujet, on suppose qu'il est égal au vecteur \vec{x}_3

En projetant l'expression vectorielle dans la base 3, on obtient:

$$-\lambda_{C3} - b_3 \cos \beta_3 + a_3 \cos \theta_{35} = 0$$

$$b_3 \sin \beta_3 + a_3 \sin \theta_{35} = 0$$

En éliminant le paramètre β_3 , on obtient:

$$\lambda_{C3}^2 = b_3^2 + a_3^2 - 2a_3b_3 \cos \theta_{35}$$

Il est à noter que ce résultat s'obtenait beaucoup plus simplement en faisant une analyse géométrique (Al-Kashi).

De même, on obtient donc:

$$\lambda_{C1}^2 = b_1^2 + a_1^2 - 2a_1b_1 \cos \theta_{23}$$

Pour une fois, une analyse rigoureuse à partir des figures de paramétrage ne paraît pas judicieuse. Mieux valait passer par Al Kashi pour cette question.

Question 33. A partir de l'extrait du diagramme BDD et du schéma hydraulique, établir la relation entre les déplacements $\Delta\lambda_{C1}$ et $\Delta\lambda_{C3}$ des tiges des vérins CYL 1 et CYL 3. Faire l'application numérique.

On utilise le schéma hydraulique pour analyser la circulation du fluide et on exprime l'égalité des débits entre la sortie du cylindre 1 et l'entrée du cylindre 3:

$$\frac{\Delta V_{\text{cyl1S}}}{\Delta t} = \frac{\Delta V_{\text{cyl3E}}}{\Delta t}$$

ΔV_{cyl1S} est la variation de volume du cylindre 1 en sortie et ΔV_{cyl3E} la variation de volume du cylindre 3 en entrée.

$$\Delta V_{\text{cyl1S}} = \Delta\lambda_{C1}\pi(R_{P1}^2 - R_{t1}^2) \text{ et } \Delta V_{\text{cyl3E}} = \Delta\lambda_{C3}\pi R_{P3}^2$$

On obtient donc au final :

$$\Delta\lambda_{C1}\pi(R_{P1}^2 - R_{t1}^2) = \Delta\lambda_{C3}\pi R_{P3}^2$$

En effectuant l'application numérique :

$$\Delta\lambda_{C1} \cdot 30175 = \Delta\lambda_{C3} \cdot 44100$$

$$\text{Et donc } \frac{\Delta\lambda_{C3}}{\Delta\lambda_{C1}} \approx 0,68$$

Question 34. Indiquer le rôle de l'ensemble noté « Recalage compensation » du schéma hydraulique. Expliquer en quelques lignes son protocole d'utilisation.

Le rôle de l'ensemble noté « recalage de compensation » est de régler la position initiale (le zéro) de l'ensemble, ce qui est indispensable pour un bon fonctionnement de l'ensemble. Il faut pouvoir régler le positionnement initial du bras et de la flèche, indépendamment l'un de l'autre et donc enlever la compensation, ce qui est permis par la déviation de la connexion entre le cylindre 1 et le cylindre 3 vers le réservoir. Pour le réglage, il faut ouvrir la vanne « recalage compensation », permettant ainsi la circulation du fluide. On place le panier horizontal (procédure à définir mais l'inclinomètre peut être utilisé) puis on referme la vanne.

Question 35. Vérifier si le système permet de conserver l'angle pièce de liaison/tourelle constant. Chaque étape de votre raisonnement sera clairement explicitée.

Pour la même variation angulaire ($\Delta\theta_{23} = \Delta\theta_{35} = 200^\circ$), on mesure des variations de 1,9m et de 2,8m pour $\Delta\lambda_{C3}$ et $\Delta\lambda_{C1}$

Le calcul de $\frac{\Delta\lambda_{C3}}{\Delta\lambda_{C1}}$ donne ici aussi la valeur approximative de 0,68 proche de celle calculée précédemment.

On peut aussi mesurer en plusieurs points sur la plage d'utilisation les variations (rapport des taux de

variation des deux courbes par rapport à la situation $\lambda_{C1} = \lambda_{C3}$ et si là encore on constate que la valeur $\frac{\Delta\lambda_{C3}}{\Delta\lambda_{C1}}$ est proche de 0,7, il est assez difficile de conclure à cause des incertitudes de mesure.

Question 36. Expliquer en quelques lignes comment est réalisé le maintien constant de l'angle entre la pièce de liaison bras/flèche (5) et la pièce de liaison flèche/pendulaire (8).

Un vérin maître débite du fluide dans le vérin récepteur. Les chambres sont reliées et l'allongement de l'un entraîne le rétrécissement de l'autre. Comme précédemment les sections ne sont pas identiques afin d'obtenir la relation angulaire souhaitée.

Question 37. Donner une raison pouvant expliquer la différence de choix technologique entre le système de compensation de l'angle θ_{25} et celui de l'angle θ_{58} .

Le choix technologique employé pour les vérins CYL 1 et CYL 3 impose d'utiliser des vérins de sections très proches (taille quasiment identique). Ici, afin d'alléger le système, on utilise des vérins CYL 5 et CYL 7 de taille inférieure au vérin CYL 4 ce qui impose un choix technologique différent.

Question 38. Donner et justifier la nature du mouvement du panier (11) par rapport à la pièce de liaison flèche/pendulaire (8). Conclure quant à la conservation de l'angle θ_{8p} .

Le mouvement du panier 11 par rapport à 8 est un mouvement de translation circulaire. Par définition même du mouvement ($E_1E_2E_3E_4$ est un parallélogramme) l'orientation de la pièce 8 par rapport à 12 est constante.

III-2 Amplitude des déplacements du panier

Question 39. Citer deux causes, hors celle proposée dans le paragraphe ci-dessous, qui pourraient générer un déplacement indésirable du panier lors de cette phase de vie.

- Chargement/déchargement du panier, tout effort extérieur (vent, etc...) autre que celui des opérateurs sur le panier ou sur l'ensemble du véhicule..
- Déplacement du véhicule

Question 40. Montrer qu'il est possible d'écrire l'équation suivante :

$$J\ddot{\varphi}_{56} = -C_{pes} + k_1 \cdot S \cdot p_v(t) - f\dot{\varphi}_{56} - k_2 \cdot x_{op}(t), \text{ préciser l'expression de } k_1, k_2 \text{ et } C_{pes}$$

En appliquant le Théorème du Moment Dynamique à l'ensemble {flèche, pendulaire, panier} au point C_6 (on aura pris soin au préalable d'isoler le vérin CYL4 afin de déterminer la direction de l'effort du vérin sur l'ensemble isolé en B_6).

Les actions mécaniques appliquées sur l'ensemble sont :

- Action de la pesanteur sur l'ensemble
- Action du vérin
- Action de la liaison pivot entre 5 et 6 (composante nulle suivant l'axe de projection)
- Frottement visqueux dans la liaison pivot.

Calcul de la quantité dynamique :

C_6 est un point fixe et les caractéristiques inertielles du solide sont fournies en ce point, donc :

$$\vec{z} \cdot \overline{\delta_{C_6, \Sigma / R_g}} = J_3 \ddot{\varphi}_{56}$$

Calcul des moments des forces extérieures :

$$\vec{z} \cdot \overline{m_{C_6, \Sigma / \Sigma}} = -m_{op} g (L_{67} \cos(\varphi_{56} - 90) + x_{op}) - M_3 g L_6 \cos(\varphi_{56} - 90) - f \dot{\varphi}_{56} + p_v S L_v \sin \theta_v$$

On remarquera que l'orientation de l'angle θ_v n'est pas définie sur la figure. Ainsi, deux réponses semblent possibles pour le calcul du moment exercé par le vérin :

$$\vec{z} \cdot \overline{m_{C_6, CYL4 \rightarrow \Sigma}} = \vec{z} \cdot (\overline{C_6 B_6} \wedge p_v S \overline{x_{C_4}}) = \pm p_v S L_v \sin \theta_v$$

En regroupant les termes sous la forme demandée :

$$\vec{z} \cdot \overline{m_{C_6, \Sigma / \Sigma}} = -(m_{op} g L_{67} + M_3 g L_6) (\sin \varphi_{56}) + p_v(t) S L_v \sin \theta_v - f \dot{\varphi}_{56}(t) - m_{op} g x_{op}(t)$$

On peut alors identifier les différents termes demandés :

$$C_{pes} = (m_{op} L_{67} + M_3 L_6) (g \cdot \sin \varphi_{56})$$

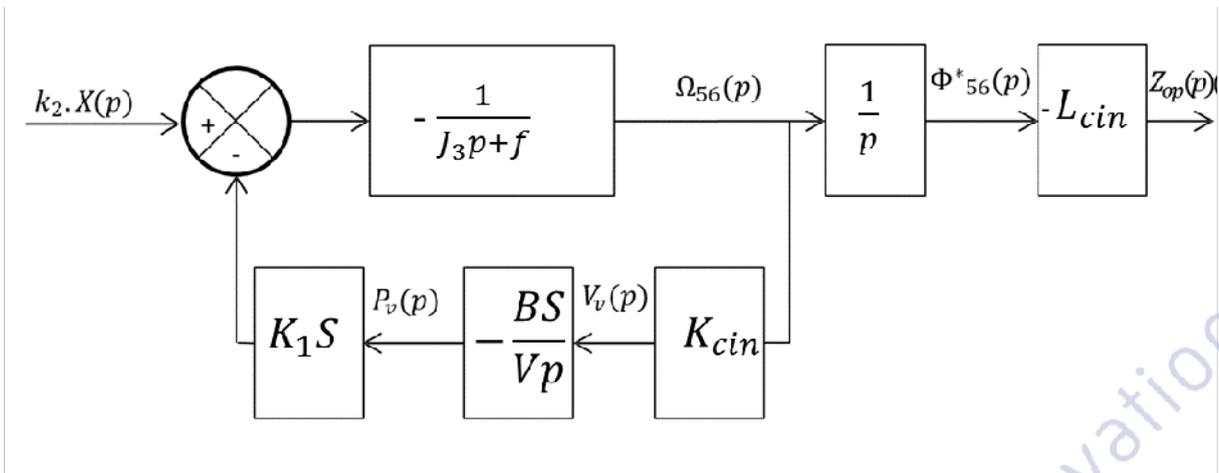
$$k_1 = L_v \sin \theta_v$$

$$k_2 = m_{op} g$$

En $x_{op} = 0$ on obtient $-C_{pes} + k_1 \cdot S \cdot p_v(t) = 0$

Question 41. Compléter le schéma-bloc du document réponse DR3 en utilisant les constants définies dans l'énoncé: $f, J_3, V, B, S, k_1, C_{pes}, K_{cin}, L_{cin}$. Indiquer pourquoi le paramètre C_{pes} n'est pas pris en compte.

Par lecture directe des équations fournies (après écriture dans le domaine de Laplace)



Afin de se placer dans les conditions de Heaviside, on travaille avec une fonction Φ_{56}^* nulle à l'origine et prenant en compte le décalage induit par Cpes.

Comme écrit précédemment :

$$-C_{pes} + k_1 \cdot S \cdot p_v(t) = 0$$

On travaille donc dans le sujet avec une entrée dont la valeur initiale n'est pas nulle (échelon de position à partir d'une valeur non nulle). La valeur initiale de la pression est telle que

$-C_{pes} + k_1 \cdot S \cdot p_v(t) = 0$ et la valeur initiale de φ_{56} est non nulle. On travaille ici avec φ_{56}^* correspondant à la variation de l'angle. On peut remarquer que l'équation

$$J\ddot{\varphi}_{56}^* = -C_{pes} + k_1 \cdot S \cdot p_v(t) - f\dot{\varphi}_{56}^* - k_1 \cdot x_{op}(t)$$

est également valable mais présente des conditions initiales nulles pour $\dot{\varphi}_{56}^*$.

Question 42. Déterminer, sous forme canonique, l'expression de la fonction de transfert $\frac{Z_{op}(p)}{X_{op}(p)}$

Par simplification du schéma bloc :

$$\frac{Z_{op}(p)}{k_2 X_{op}(p)} = -\frac{L_{cin}}{p} \frac{-\frac{1}{J_3 p + f}}{1 + \frac{k_1 B S^2 K_{cin}}{V p} \frac{1}{J_3 p + f}}$$

Après mise sous forme canonique :

$$\frac{Z_{op}(p)}{X_{op}(p)} = \frac{\frac{L_{cin} V k_2}{k_1 B S^2 K_{cin}}}{\left(1 + \frac{V f}{k_1 B S^2 K_{cin}} p + \frac{V J_3}{k_1 B S^2 K_{cin}}\right)}$$

Question 43. Indiquer quelle sera la situation la plus défavorable, c'est à-dire la situation qui conduira à un déplacement Z_{op} le plus grand. Donner la valeur approximative de l'angle φ_{56} correspondant.

Le déplacement est proportionnel à $\frac{L_{cin} V k_2}{k_1 B S^2 K_{cin}}$ pour une consigne fixée.

En observant les courbes de L_{cin} , k_1 , K_{cin} on constate que celles-ci sont décroissantes (décroissance plus forte pour k_1 , K_{cin} qui sont au dénominateur). Ainsi, le déplacement maximal pour une même consigne aura lieu avec l'angle φ_{56} maximal soit environ 150° d'après la figure.

Question 44. Calculer alors la valeur de ce déplacement maximal Z_{op} . Conclure.

Pour cette valeur d'angle on obtient la valeur suivante des coefficients :

$$\begin{aligned} L_{cin} &= 10m \\ k_1 &= 0,4m/rad \end{aligned}$$

Les valeurs des autres paramètres sont données dans la documentation.

Pour la valeur maximale de la consigne (1m) :

$$Z_{op} = \frac{10 \times 5 \times 10^{-2} \times 1960}{0,4^2 \times 1,5 \times 10^9 \times 250^2 \times 10^{-8}} \approx 6,5mm$$

On trouve donc qu'avec la valeur de compressibilité fournie, le déplacement est inférieur aux 5 cm du cahier des charges.

Effet des vérins de télescope CYL 2-1 et CYL 2-2

Question 45. Indiquer, de manière qualitative, quel sera l'effet de la prise en compte de la compressibilité du fluide des vérins CYL 2-1 et CYL 2-2 (vérins de télescope du bras) sur le déplacement Z_{op} , toujours dans le cas d'un déplacement des opérateurs dans la nacelle.

Les vérins de télescope effectuent un mouvement de translation. Le déplacement des opérateurs dans la nacelle change le point d'application de la force mais pas la résultante et n'aura donc aucun lien avec la valeur de l'effort dans le vérin.

Effet des vérins CYL 1 et CYL 3 associés à la rotation du bras/châssis

Question 46. Discuter de l'équivalence ou non de ces deux modèles.

Les deux modèles seront équivalents sur le comportement statique du système (l'effort appliqué sur le système sera le même) mais ne sont pas équivalents en dynamique. En effet, la déclaration d'une masse ponctuelle plutôt que d'un effort permet de prendre en compte cette masse dans le calcul des quantités dynamiques (cependant, cette masse a un effet négligeable dans le résultat d'après les études précédentes).

Question 47. Justifier le choix d'imposer un déplacement de 0.5 m plutôt que de 1 m comme dans la partie précédente. Justifier aussi le choix du modèle de couple pur, donner la norme de ce couple.

On travaille ici avec une seule masse pour l'opérateur et pour le panier. Un déplacement des opérateurs de 1m correspondra donc à un déplacement du centre de gravité de l'ensemble de 0,5m. La masse du système est de 200kg. Le déplacement de 0,5m va donc engendrer un moment de 200Nm. On peut modéliser les effets du déplacement par un couple pur. En effet, si l'on effectue le bilan des actions mécaniques appliquées au système, on retrouve les efforts dans la liaison pivot et les efforts de pesanteur. En statique, les efforts de pesanteur seront compensés par la liaison pivot mais le moment transmissible dans la liaison sur l'axe du mouvement étant nul, il faut un couple pur pour équilibrer le système.

Question 48. Il existe aussi dans les zones (b) et (b') un champ permettant de renseigner le « taux d'air piégé » (« relative amount of trapped air »). Indiquer si ce paramètre vous paraît influent pour l'étude menée.

On a vu que les effets de la compressibilité de l'huile étaient négligeables. Il n'en est sûrement pas de même avec la compressibilité de l'air. Le taux d'air piégé (et donc le volume d'air qui sera comprimé) semble donc être un paramètre influent pour cette étude. A priori, il ne doit pas y avoir de problème dès lors que des systèmes de purge sont prévus.

Question 49. Confronter ce résultat à celui obtenu à la question 44.

On trouve un déplacement maximal de $\Delta z_{op} = 2 \times 2,8 \times 10^{-3} = 5,6 \times 10^{-3} m$. Ce déplacement est comparable à celui calculé en Q44. L'augmentation de B revient en quelque sorte à considérer le fluide contenu dans CYL1 et CYL3 comme incompressible (effet d'un seul vérin).

Question 50. En analysant les résultats obtenus, estimer le déplacement vertical du panier suite à un déplacement de 1 m des opérateurs dans la nacelle. Conclure quant au respect du cahier des charges.

L'amplitude maximale du déplacement reste inférieure à 5cm (valeur maximale de $7 \times 2 = 14$ mm environ

mesurée dans le cas le plus défavorable), on peut donc conclure que le cahier des charges est respecté quelle que soit la configuration envisagée.

IV - Asservissement du bras articulé

Question 51. Proposer et justifier la combinaison paraissant la plus adaptée selon la hauteur du panier par rapport au sol.

L'effet du déplacement des opérateurs est plus important quand les bras sont sortis. On préférera donc utiliser en premier lieu la combinaison des rotations pour élever la nacelle puis ensuite les translations {3+4} et {6+7}.

Question 52. Dans la situation de la **Figure 16**, avec la nacelle proche du bâtiment, expliquer le choix de pilotage du vérin de translation des bras 3 et 4 et régulation de 6 et 7 et non l'inverse, lors de la montée.

Le pilotage des bras 3 et 4 en translation a pour effet d'éloigner la nacelle du bâtiment alors que celui de 6 et 7 la rapproche. Dans un souci de sécurité, il semble plus judicieux de piloter le mouvement de 3 et 4 et d'avoir celui de 6 et 7 en régulation.

Question 53. Expliquer ce choix de positionnement du distributeur.

Cela permet d'éviter les problèmes liés à la compressibilité du fluide (ou un risque de volume d'air emprisonné important) lors d'un maintien en position. Cela permet également de garantir la sécurité en cas de fuite sur une conduite flexible.

Question 54. Expliciter les modélisations qui ont permis de déterminer les deux transmittances $\frac{X_t}{I_t}$ et $\frac{Q}{X_t}$. Enoncer les théorèmes, ou les lois, qui ont été utilisés et expliciter chaque grandeur (par exemple L : inductance d'une bobine). Indiquer la ou les hypothèses les plus grossières.

La première transmittance $\frac{X_t}{I_t}$ est obtenue via un Principe Fondamental de la Dynamique (Résultante) appliqué au tiroir du distributeur. A ce principe est ajouté un coefficient de proportionnalité entre le déplacement du tiroir du distributeur et le débit en sortie de la valve. Il s'agit sûrement ici de l'hypothèse la plus grossière (linéarisation de la relation réelle).

Les différents termes utilisés :

- K_I le gain d'induction du champ magnétique de la bobine (induction)
- M_t la masse due la partie mobile du tiroir du distributeur
- F_t un frottement visqueux équivalent
- k la raideur de chacun des deux ressorts du distributeur (TRD sur le tiroir du distributeur)

Question 55. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte du modèle. La fonction sera écrite sous forme de factorisation de fonctions canoniques de degrés les plus faibles possibles.

$$\frac{Z_n(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K \cdot p}{R_s} \frac{1}{R + Lp} \frac{K_t}{M_t p^2 + f_t p + 2k} K_v \frac{\frac{R_s K_s}{S M_n p^2}}{1 + \frac{V_0 R_s^2 K_s}{B S^3 p} + \frac{K_s}{M_n p^2}} \frac{1}{p}$$

$$\frac{Z_n(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K \cdot p}{R_s} \frac{1}{R + Lp} \frac{K_t}{M_t p^2 + f_t p + 2k} K_v \frac{R_s K_s}{S M_n p^2 + \frac{M_n V_0 R_s^2 K_s}{B S^2} p + S \cdot K_s} \frac{1}{p}$$

$$\frac{Z_n(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K \cdot p}{R_s} \frac{1}{R + Lp} \frac{K_t}{M_t p^2 + f_t p + 2k} K_v \frac{R_s K_s}{S M_n p^2 + \frac{M_n V_0 R_s^2 K_s}{B S^2} p + S \cdot K_s} \frac{1}{p}$$

Mis sous forme canonique :

$$\frac{Z_n(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K}{R_s} K_v \times \frac{\frac{1}{R}}{1 + \frac{L}{R} p} \times \frac{\frac{K_t}{2k}}{\frac{M_t}{2k} p^2 + \frac{f_t}{2k} p + 1} \times \frac{\frac{R_s}{S}}{\frac{M_n}{K_s} p^2 + \frac{M_n V_0 R_s^2}{B S^3} p + 1}$$

On peut mettre sous la forme d'un produit de 5 premiers ordres si les racines des deux polynômes du second degré sont à racines réelles négatives.

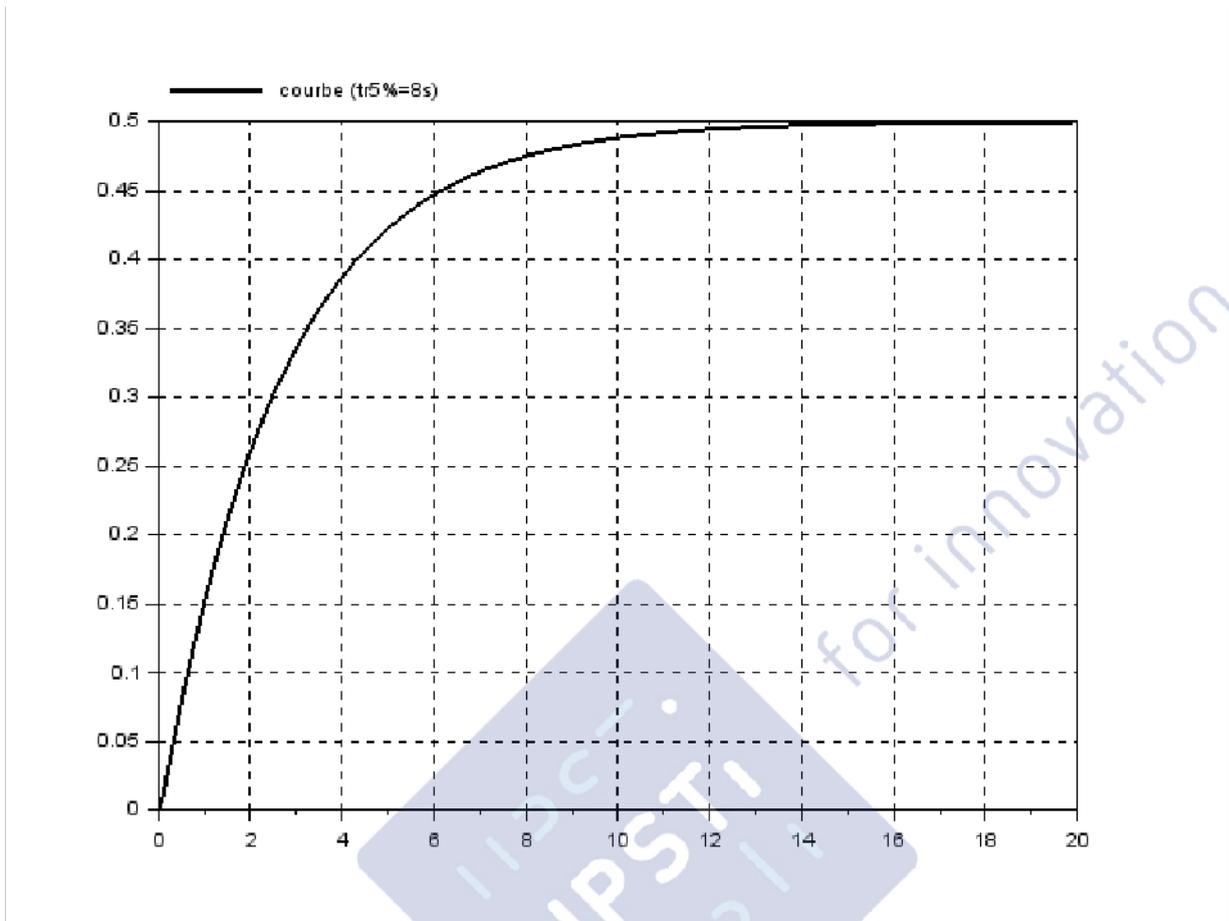
Question 56. En expliquant les hypothèses que vous ferez, tracer la réponse temporelle à un échelon unitaire. Les valeurs caractéristiques seront indiquées sur la courbe. Conclure sur la validité de cette réponse par rapport à l'objectif. Proposer éventuellement des correcteurs qui pourraient améliorer les performances du système.

Le résultat proposé est un peu étonnant (gain unitaire alors que ce n'est pas le résultat obtenu par le calcul sauf bon alignement des différentes constantes). On voit clairement qu'il y a une constante de temps bien plus importante (pole dominant, facteur 100 avec la deuxième constante de temps la plus élevée) et on pourra donc approximer le comportement à une FTBO de la forme :

$$G(p) = \frac{1}{1 + 5,3 \cdot p}$$

Pour la réponse temporelle, le modèle n'étant pas du premier ordre, on peut tracer une réponse avec une tangente horizontale à l'origine et prendre comme $t_{r5\%}$ environ 8 secondes ($\tau_{BF} = \frac{\tau_{BO}}{K_{BO}+1}$ et $t_{r5\%} = \frac{\tau_{BO}}{K_{BO}+1}$). Sur la réponse du système non approché, la tangente horizontale est à peine visible d'ailleurs, l'approximation par un premier ordre est complètement validée

La valeur finale dépend du gain de la FTBO. Ici, on tendra donc vers 0,5 pour une entrée en échelon unitaire.



Question 57. En utilisant la fonction de transfert $G'(p)$, construire le schéma bloc de régulation du bras selon X_n .

En régulation, la consigne est nulle et le système est soumis uniquement à une perturbation.

La perturbation sera donc la valeur du déplacement en X engendrée par le déplacement suivant le deuxième axe.

