



Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun INP

Année : 2019

Filière : PSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](https://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

CCP INP 2019 Simulateur de Moto

Q1 Dans cette situation O est fixe par rapport au sol (l'altitude du point G ne change pas) et donc :

$$\vec{V}_{G/R_0} = \frac{d\vec{OG}}{dt/R_0} = \rho \frac{d\vec{e}_r}{dt/R_0} = \rho \dot{\theta} \vec{e}_\theta = V \vec{e}_\theta \quad \text{donc} \quad \boxed{V = \rho \dot{\theta}}$$

Q2 $\vec{\Gamma}_{G/R_0} = \frac{d\vec{V}_{G/R_0}}{dt/R_0} = \rho (\ddot{\theta} \vec{e}_\theta - \dot{\theta}^2 \vec{e}_r) = -\rho \dot{\theta}^2 \vec{e}_r$ donc $\boxed{\vec{\Gamma}_{G/R_0} = -\frac{V^2}{\rho} \vec{e}_r}$

Q3 $\{T_{sol \rightarrow \Sigma}\}_H = \{T_{sol \rightarrow \Sigma}^I\}_H + \{T_{sol \rightarrow \Sigma}^J\}_H$ avec $\vec{R}_{sol \rightarrow \Sigma} = \vec{R}_I + \vec{R}_J$ et avec $\vec{M}_{H, sol \rightarrow \Sigma} = \vec{M}_{H, sol \rightarrow \Sigma}^I + \vec{M}_{H, sol \rightarrow \Sigma}^J = \vec{HI} \wedge \vec{R}_I + \vec{HI} \wedge \vec{R}_J = -L_1 \vec{e}_\theta \wedge \vec{R}_I + L_2 \vec{e}_\theta \wedge \vec{R}_J$ et donc $\boxed{\vec{M}_{H, sol \rightarrow \Sigma} \cdot \vec{e}_\theta = 0}$

Q4 On isole Σ , bilan des actions mécaniques extérieures à Σ noté ($\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma$) (BAME) :

$\{T_{sol \rightarrow \Sigma}\}_H$ (cf Q3)

$\{P_\Sigma\} = \{-Mg \vec{e}_z | \vec{0}\}_G$ le poids

Le théorème du moment dynamique en H projeté sur \vec{e}_θ s'écrit : $\delta_{H, \Sigma/R_0} \cdot \vec{e}_\theta = \vec{M}_{H, \bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma} \cdot \vec{e}_\theta$

avec $\vec{M}_{H, \bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma} \cdot \vec{e}_\theta = 0 + (\vec{HG} \wedge -Mg \vec{e}_z) \cdot \vec{e}_\theta = -Mg z_G (\vec{z}_1 \wedge \vec{e}_z) \cdot \vec{e}_\theta$

or $\vec{z}_1 = \cos \varphi \vec{e}_z + \sin \varphi \vec{e}_r$ d'où $\vec{z}_1 \wedge \vec{e}_z = -\sin \varphi \vec{e}_\theta$

avec $\delta_{H, \Sigma/R_0} = \delta_{G, \Sigma/R_0} + \vec{HG} \wedge M \vec{\Gamma}_{G, \Sigma/R_0}$ où $\delta_{G, \Sigma/R_0} = \vec{0}$ car la masse est supposée concentrée en G

donc $\delta_{H, \Sigma/R_0} \cdot \vec{e}_\theta = (z_G \vec{z}_1 \wedge -M \frac{V^2}{\rho} \vec{e}_r) \cdot \vec{e}_\theta = \frac{-MV^2}{\rho} z_G \cos \varphi$

Il vient donc $\frac{-MV^2}{\rho} z_G \cos \varphi = Mg z_G \sin \varphi$ d'où $\boxed{\tan \varphi = \frac{-V^2}{\rho g}}$

Q5 $M \vec{\Gamma}_{G/R_0} = \vec{R}_{sol \rightarrow \Sigma} - Mg \vec{e}_z$ d'où $\boxed{\vec{R}_{sol \rightarrow \Sigma} = Mg \vec{e}_z - M \frac{V^2}{\rho} \vec{e}_z}$

Q6 D'après la loi de Coulomb, il y a glissement lorsque la valeur absolue du rapport entre la composante tangentielle et la composante normale vaut f d'où : $f Mg = M \frac{V^2}{\rho}$ d'où :

$\boxed{V = \sqrt{\rho f g}}$

Application Numérique (AN) : $\boxed{V_{max} = \sqrt{25 \times 0,8 \times 9,81} = 14 \text{ m/s} = 50,4 \text{ km/h}}$

$\boxed{\varphi_{max} = -\arctan\left(\frac{14^2}{25 \times 9,81}\right) = -0,67 \text{ rad} = -38,4^\circ}$ la moto s'incline vers l'intérieur de la courbe.

Q7 La somme des pourcentages (transition positive et négative) n'atteint pas tout à fait 50 % sur l'intervalle [5°/s ; 12°/s] ce qui au total fait donc moins de 50x40=20 %

Exemples en :

- $5^\circ/s : (45 \% \cdot 40 \% + 3 \% \cdot 40 \%) = 19,2 \% < 20 \%$
- $10^\circ/s : (20 \% \cdot 40 \% + 20 \% \cdot 40 \%) = 16\% < 20 \%$
- $12^\circ/s : (32 \% \cdot 40 \% + 16 \% \cdot 40 \%) = 19,2 \% < 20 \%$

Q8 Pour avoir $Tr < 0,5 \%$, il faut une vitesse supérieure à $10^\circ/s$, d'où l'intervalle $[10^\circ/s, 12^\circ/s]$ ce qui correspond à un angle entre $[5,8^\circ; 6,8^\circ]$

Q9 On peut prendre 1.

Q10 Le roulis global étant de $\pm 40^\circ$, le roulis physique sera de $\pm 20^\circ$, donc conforme au 1.3.2.1.

Q11

Mouvement	axe	verin ($2_a 3_a$)	verin ($2_b 3_b$)	chariot mobile
Lacet	1	X	X	-
Tangage	3	-	-	X
Roulis	2	-	+	X

Q12 $h-m = ec - ic$ où h est de degré d'hyperstatisme

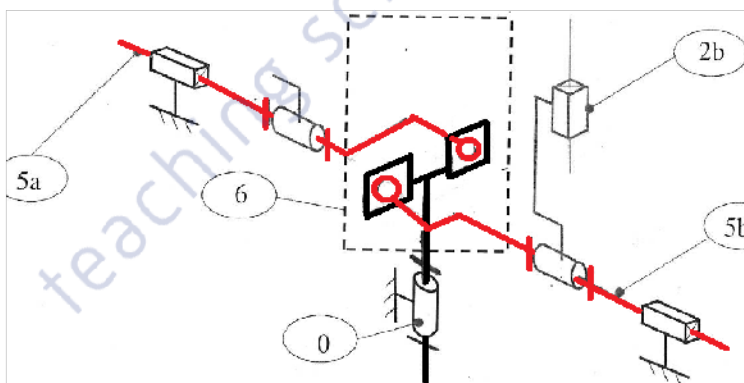
avec $m =$ le degré de mobilité $= \mu + m_i = 3 + 0$ (Roulis Tangage et Lacet)

avec $ic =$ nombre d'inconnues cinématiques $= 5 \times 1 + 3 \times 3 + 3 \times 1 + 2 \times 4$ (5 glissières, 3 rotules, 3 pivots, 2 linéaires rectilignes)

avec $ec = 6(l - N + 1) = 6(13 - 10 + 1) = 24$ car $l =$ nombre de liaisons et N le nombre de solides

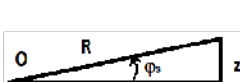
Il vient bien $h = 2$ mécanisme hyperstatique d'ordre 2.

Q13 On remplace les 2 linéaires rectilignes par des ponctuelles de normales \vec{y}_0 . En effet on ajoute ainsi



2 inconnues cinématiques sans ajouter de mobilité. Et ainsi la rotation de 5a et de 5b par rapport à 0 qui était « bloquée 2 fois » : une fois par la linéaire rectiligne et une fois par la glissière ne l'est plus qu'une fois, et les sous systèmes 0-5a-6 et 0-5b-6 qui étaient chacun hyperstatique d'ordre 1, sont avec cette modification isostatique.

Q14



$$\sin \varphi = \frac{z}{R} \quad \text{donc} \quad \Delta z = 2R \sin \varphi_{\max}$$

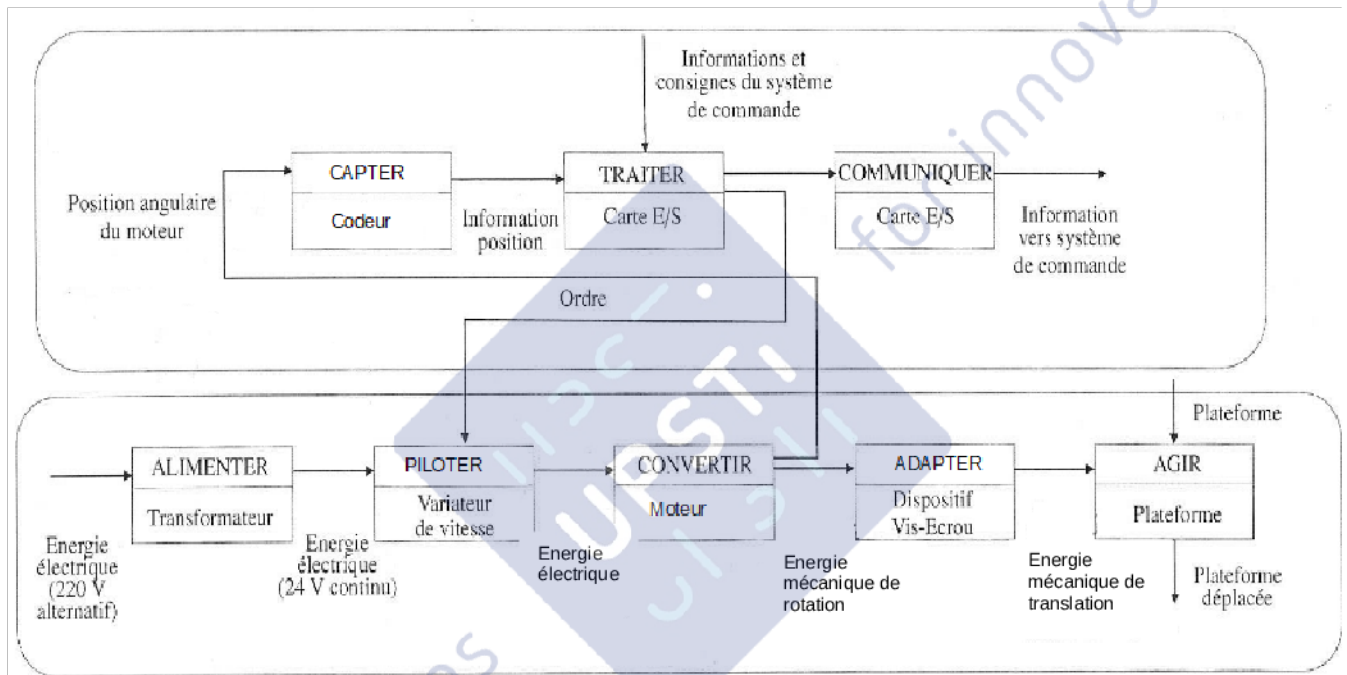
AN $\Delta z = 2 \times 0,3 \times \sin 20^\circ = 0,205 \text{ m}$ pour être conforme à 1.3.2.1.

Q15 $z \approx R \dot{\varphi}_s$ d'où $\varepsilon_{\%} = \left| \frac{R \sin \varphi_s - R \varphi_s}{R \sin \varphi_s} \right|$ est maximale pour $\varphi_s = 20^\circ$ donc l'erreur maximale faite avec cette approximation est $\varepsilon_{\%} = \left| \frac{\sin 20^\circ - 20 \pi / 180}{R \sin 20^\circ} \right| = 2,06 \%$: approximation acceptable.

Q16 $\dot{z} \approx R \dot{\varphi}_s$ or on veut $\dot{\varphi}_{s \max} = 25^\circ/s$ d'où AN : $\dot{z}_{\max} = \frac{0,3 \times 25 \pi}{180} = 0,131 \text{ m/s}$

Q17 Pour satisfaire la course les vérins 5 et 6 conviennent. Leur vitesse est conforme également.

Q18



Q19 On isole l'ensemble mobile E, BAME à E :

- Poids, inclus dans les couples résistants (C_{ra} et C_{rb})
- Liaisons au bâti avec éventuellement des frottements secs ou fluide, inclus dans les couples résistants (C_{ra} , C_{rb} et f_v)

Le théorème de l'énergie cinétique (TEC) appliqué à E s'écrit : $\frac{dEc_{E/0}}{dt} = P_{E \rightarrow E/0} + P_{intE}$

Avec P_{intE} les puissances internes motrices comme celles des moteurs (couples C_{ma} et C_{mb}) et puissances internes dissipées dans E, à cause des frottements secs et fluides inclus dans les couples résistants (C_{ra} , C_{rb} et f_v)

Avec $P_{E \rightarrow E/0}$ puissances des AME (cf le BAME ci-dessus)

Avec par additivité $Ec_{E/0} = \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_s^2 + \frac{1}{2} J_v \omega_{ma}^2 + \frac{1}{2} J_v \omega_{mb}^2$

De plus on a $\omega_{mb} = -\omega_{ma} = \omega_m = \frac{\dot{\varphi}_s}{K_R}$ donc $Ec_{E/0} = \frac{1}{2} (J_1 K_R^2 + 2J_v) \omega_m^2$ et

$$P_{E \rightarrow E/0} + P_{intE} = C_{ma} \omega_{ma} + C_{mb} \omega_{mb} + C_{ra} \omega_{ma} + C_{rb} \omega_{mb} - f_v \omega_{ma}^2 - f_v \omega_{mb}^2 = \omega_m (-C_{ma} + C_{mb} - C_{ra} + C_{rb} - 2f_v \omega_m)$$

Il vient $(J_1 K_R^2 + 2J_V) \dot{\omega}_m = -C_{ma} + C_{mb} - C_{ra} + C_{rb} - 2f_V \omega_m$

Q20 On a $\omega_m = \dot{\theta}_m$ donc $H_2(p) = \frac{1}{p}$ de plus en passant dans le domaine de Laplace l'équation

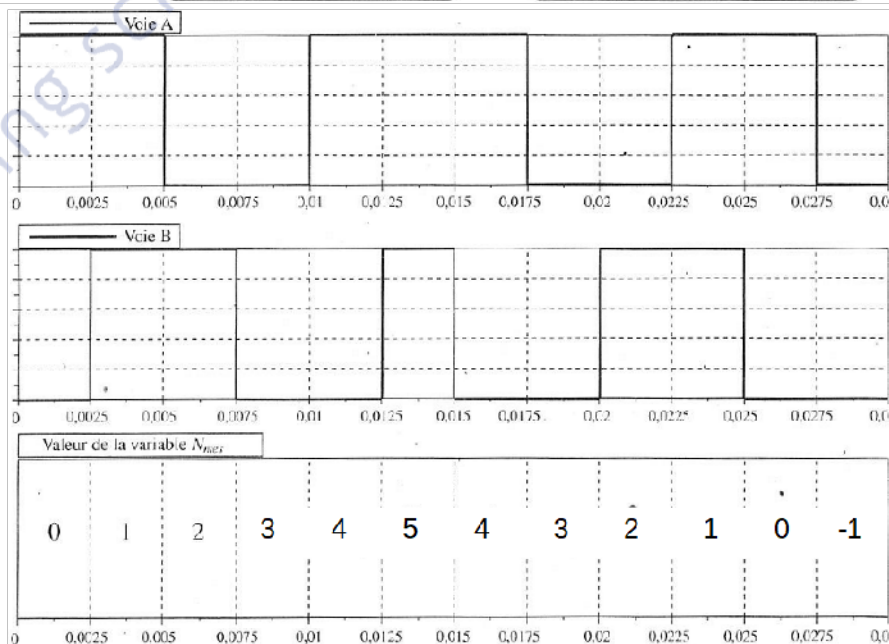
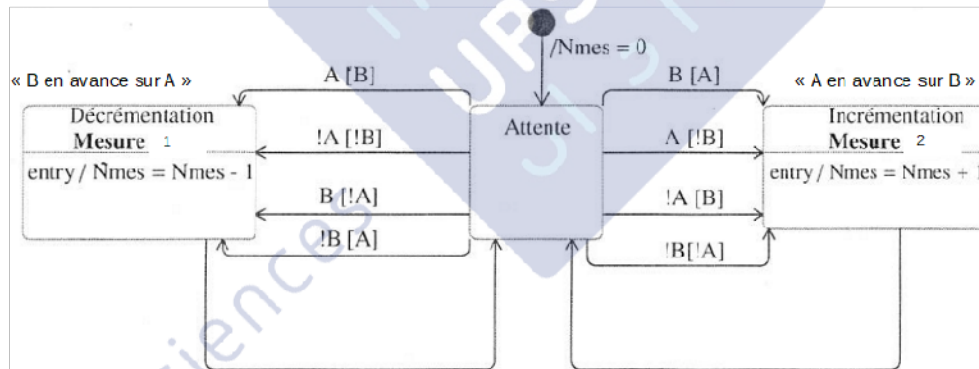
différentielle donnée page 13 $(J_{eq} p + f_V) \times \Omega_m = C_m + C_r$ on a $H_1(p) = \frac{1}{J_{eq} p + f_V}$

Q21 En régime permanent l'équation différentielle devient : $C_m = K_t \times i = -C_r + f_V \times \omega_m$ où f_V et C_r sont supposés constants. La relation entre C_m et ω_m est donc affine, comme les 3 points alignés de la figure 15 le confirment. On relève :

- pour $\omega_m = 0$; $i = 1$ A donc $C_r = -K_t \times 1 = -0,69 \approx 0,7 \text{ N.m}$
- pour $\omega_m = 120 \text{ rd/s}$; $i = 3,5$ A donc $f_V = \frac{K_t \times i + C_r}{\omega_m} = \frac{0,7 \times 3,5 - 0,69}{120} = 0,014 \text{ N.m/s}$

Q22 $K_{VE} = \frac{pas}{2\pi} = 4,77 \cdot 10^{-4} \text{ m/rd}$

Q23



Q24 On a 4 x 256 fentes = 1024 points par tour donc $K_{CAP} = \frac{1024}{2\pi} = 163 \text{ points/rd}$

Q25 On veut $\varepsilon_N = 0$ lorsque $Z_c = Z$, or $\varepsilon_N = K_A Z_c - \frac{K_{CAP}}{K_{VE}} \times Z$ il vient $K_A = \frac{K_{CAP}}{K_{VE}}$

Q26 En déplaçant C_r en amont du correcteur $C = K_p$, il vient :

$$Z = \frac{100 C \times 55 \cdot 10^{-3}}{p(1 + 0,017 p) + 100 C 55 \cdot 10^{-3}} \times \left(Z_c + \frac{C_R}{100 C} \right) = \frac{1}{1 + \frac{p}{5,5 C} + \frac{0,017}{5,5 C} p^2} \times \left(Z_c + \frac{C_R}{100 C} \right)$$

Il vient $K_1 = 1$, $K_2 = \frac{1}{100 K_p}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{5,5 K_p}{0,017}} = 18 \sqrt{K_p}$, $\xi = \frac{18 \frac{\sqrt{K_p}}{2} \times 1}{5,5 K_p} = \frac{1,63}{\sqrt{K_p}}$

Q27 On ne veut pas de dépassement (1.3.2.2) donc il faut $\xi = \frac{1,63}{\sqrt{K_p}} \geq 1$ d'où $K_p \leq 1,63^2 = 2,7$

Q28 Avec $\xi = 1$ la bande passante à -6dB est $\left[0, \frac{\omega_0}{2\pi} \right]$, or on veut $\frac{\omega_0}{2\pi} \geq 15 \text{ Hz}$ cependant pour ne pas avoir de dépassement on aura au maximum $\frac{\omega_0}{2\pi} = 18 \frac{\sqrt{2,7}}{2\pi} = 4,7 \text{ Hz} < 15 \text{ Hz}$. L'exigence de rapidité n'est donc pas respectée.

Q29 L'erreur de position ε_{pos} demandée doit être inférieure à 2mm, avec une commande Z_0 et une perturbation C_{r0} or $\varepsilon_{pos} = \lim_{t \rightarrow +\infty} (z_c(t) - z(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} p(Z_c(p) - Z(p)) = \lim_{p \rightarrow 0} p(Z_c(p) - Z(p))$ d'où :

$$\varepsilon_{pos} = \lim_{p \rightarrow 0} p \left(\frac{Z_0}{p} - K_1 \frac{Z_0}{p} - K_2 \frac{C_{r0}}{p} \right) = -K_2 C_{r0} = \frac{-C_{r0}}{100 K_p} \leq 0,002 \text{ m} \quad \text{d'où} \quad K_p \geq \frac{-C_{r0}}{100 \times 0,002} = 5$$

Q30 $FTBO(p) = \frac{5,5 K_{AP}}{p(1 + a \times 0,017 p)}$ et sans la perturbation $FTBF(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{5,5 K_{AP}} + \frac{0,017 a}{5,5 K_{AP}} p^2}$

Comme à la Q28, on souhaite $\xi = 1$ (le plus rapide sans dépassement) et $\frac{\omega_0}{2\pi} \geq 15 \text{ Hz}$.

• Or $\frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{1}{5,5 K_{AP}}$ donc en prenant $\omega_0 = 30\pi$ il vient $K_{AP} = \frac{\omega_0}{2\xi 5,5} = \frac{30\pi}{2 \times 1 \times 5,5} = 8,56$

- Or $\omega_0 = \sqrt{\frac{5,5 K_{AP}}{0,017 a}}$ donc $a = \frac{5,5 K_{AP}}{0,017 \omega_0^2} = \frac{5,5 \times 8,56}{0,017 \times (30 \pi)^2} = 0,312 < 1$ c'est bien un correcteur à avance de phase

Q31 On n'observe pas de dépassement, une erreur de position inférieure à 2mm, une bande passante de 100rd/s=15,9Hz supérieure à 15 Hz, donc c'est conforme au cahier des charges.

Pour avoir une simulation plus réaliste on peut :

- utiliser la relation exacte entre $\dot{\varphi}_s$ et ω_m plutôt que la relation simplifiée linéarisée $K_R \omega_m = \dot{\varphi}_s$
- ajouter une saturation pour le variateur dont l'intensité en sortie est bornée en pratique.

Q32 Synthèse

- partie I Justification de l'exigence 1.3.2
- Partie II conception partielle de la commande gain $\frac{\text{Amplitude de roulis visuel}}{\text{Amplitude de roulis physique}}$
- partie III choix du vérin pour remplir 1.3.2
- partie IV construction d'un modèle de connaissance (schéma bloc) et identification de Cr et fv à partir d'une expérience

