



## Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Mines-Ponts

Année : 2018

Filière : PSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

### A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

### Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : [corrigesconcours@upsti.fr](mailto:corrigesconcours@upsti.fr).

### Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : [www.upsti.fr](http://www.upsti.fr)

L'équipe UPSTI

**STABILISATEUR D'IMAGE MÉCANIQUE**

Q1)

2 doit se déplacer par rapport à 0 mais ne pas tourner suivant  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$

$$\{V_{2/1}\} = \{V_{2/0}\} - \{V_{1/0}\}$$

$$\{V_{2/0}\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \omega_z(2/0) \vec{z} \\ V_x(2/0) \vec{x} + V_y(2/0) \vec{y} + V_z(2/0) \vec{z} \end{array} \right\}_O$$

$$\{V_{2/1}\}_O = \left\{ \begin{array}{l} -\omega_x(1/0) \vec{x} - \omega_y(1/0) \vec{y} + (\omega_z(2/0) - \omega_z(1/0)) \vec{z} \\ (V_x(2/0) - V_x(1/0)) \vec{x} + (V_y(2/0) - V_y(1/0)) \vec{y} + \\ (V_z(2/0) - V_z(1/0)) \vec{z} \end{array} \right\}_O$$

$\vec{V}(O,2/1) = \vec{0}$  car on veut transmettre les vitesses à la caméra.

Si on choisit  $\omega_z(2/0) - \omega_z(1/0) = 0$  alors la liaison est une rotule à doigt en O bloquée suivant  $\vec{z}$ .

Si on choisit  $\omega_z(2/0) - \omega_z(1/0) \neq 0$  alors la liaison est une rotule en O.

Q2)

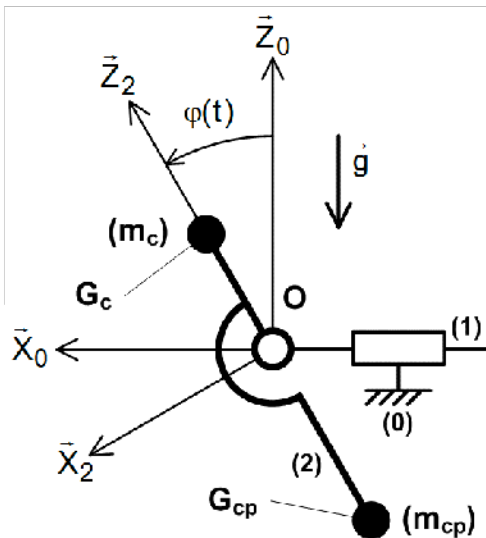
$$\{T_{1 \rightarrow 2}\} \text{ et } \{T_{\text{pesanteur} \rightarrow 2}\}$$

Les moments en O donnent  $\vec{OG}_c \wedge -mc \cdot g \vec{z}_0 = \vec{0}$  pour que 2 soit en équilibre.

Soit  $\vec{OG}_c // \vec{z}_0$

Sans contrepoids  $G_c$  est au-dessus de O donc l'équilibre est instable (quand on éloigne  $G_c$  de la position d'équilibre l'angle augmente et le moment du poids augmente).

Q3)



On pose G le centre de gravité de l'ensemble tel que :

$$(m_c + m_{cp}) \vec{OG} = m_c \vec{OG}_c + m_{cp} \vec{OG}_{cp} = (m_c \cdot L_c - m_{cp} \cdot L_{cp}) \vec{z}$$

Equilibre stable si  $\vec{OG} < \vec{0}$  soit  $m_c \cdot L_c < m_{cp} \cdot L_{cp}$

Q4)

On isole  $E' = 2 + c + c_p$  et on applique le th du moment dynamique en projection sur  $\vec{y}_0$  :

$$\vec{M}_{O, pes \rightarrow 2+c} \cdot \vec{y}_0 + \vec{M}_{O, pes \rightarrow c_p} \cdot \vec{y}_0 + \underbrace{\vec{M}_{O, 1 \rightarrow 2} \cdot \vec{y}_0}_{=0L \text{ parf}} = \vec{\delta}_{O, 2+c+c_p/0} \cdot \vec{y}_0$$

- $\vec{M}_{O, pes \rightarrow 2+c} \cdot \vec{y}_0 = \left( \vec{OG}_c \wedge -m_c \cdot g \vec{z}_0 \right) \cdot \vec{y}_0 = L_c \vec{z}_2 \cdot m_c \cdot g \vec{x}_0 = L_c \cdot m_c \cdot g \cdot \sin \varphi$

- $\vec{M}_{O, pes \rightarrow c_p} \cdot \vec{y}_0 = \left( \vec{OG}_{cp} \wedge -m_{cp} \cdot g \vec{z}_0 \right) \cdot \vec{y}_0 = -L_{cp} \vec{z}_2 \cdot m_{cp} \cdot g \vec{x}_0 = -L_{cp} \cdot m_{cp} \cdot g \cdot \sin \varphi$

- $\vec{\delta}_{O, 2+c+c_p/0} \cdot \vec{y}_0 = \vec{\delta}_{O, 2+c/0} \cdot \vec{y}_0 + \vec{\delta}_{O, c_p/0} \cdot \vec{y}_0$

$$\vec{\delta}_{O, 2+c/0} \cdot \vec{y}_0 = \underbrace{\vec{\delta}_{G_c, 2+c/0} \cdot \vec{y}_0}_0 + \left( \vec{OG}_c \wedge m_c \cdot \vec{a}_{G_c, 2/0} \right) \cdot \vec{y}_0 = \left( \vec{y}_0 \wedge L_c \vec{z}_2 \right) \cdot m_c \cdot \vec{a}_{G_c, 2/0} = L_c \cdot m_c \cdot \vec{a}_{G_c, 2/0} \cdot \vec{x}_2$$

$$\vec{V}_{G_c, 2/0} = \vec{V}_{O, 2/0} + \vec{G}_c \vec{O} \wedge \vec{\Omega}_{2/0} = \dot{x} \vec{x}_0 - L_c \vec{z}_2 \wedge \dot{\varphi} \vec{y}_0 = \dot{x} \vec{x}_0 + L_c \dot{\varphi} \vec{x}_2$$

$$\vec{a}_{G_c, 2/0} = \frac{d}{dt} \vec{V}_{G_c, 2/0} = \ddot{x} \vec{x}_0 + L_c \ddot{\varphi} \vec{x}_2 - L_c \dot{\varphi} \vec{z}_2$$

On a donc  $\vec{\delta}_{O, 2+c/0} \cdot \vec{y}_0 = L_c \cdot m_c \cdot \left( \ddot{x} \vec{x}_0 + L_c \ddot{\varphi} \vec{x}_2 - L_c \dot{\varphi} \vec{z}_2 \right) \cdot \vec{x}_2 = L_c \cdot m_c \cdot \ddot{x} \cos \varphi + m_c \cdot L_c^2 \ddot{\varphi}$

De même  $\vec{\delta}_{O, c_p/0} \cdot \vec{y}_0 = -L_{cp} \cdot m_{cp} \cdot \ddot{x} \cos \varphi + m_{cp} \cdot L_{cp}^2 \ddot{\varphi}$

Finalement  $\left( L_c \cdot m_c - L_{cp} \cdot m_{cp} \right) \cdot g \cdot \sin \varphi = \left( L_c \cdot m_c - L_{cp} \cdot m_{cp} \right) \cdot \ddot{x} \cos \varphi + \left( m_c \cdot L_c^2 + m_{cp} \cdot L_{cp}^2 \right) \ddot{\varphi}$

$Q_1 = -(m_c \cdot L_c^2 + m_{cp} \cdot L_{cp}^2)$	$Q_2 = (L_c \cdot m_c - L_{cp} \cdot m_{cp}) \cdot g \cdot \sin \varphi$	$Q_3 = (L_c \cdot m_c - L_{cp} \cdot m_{cp}) \cdot \cos \varphi$
--	--	--

Q5)

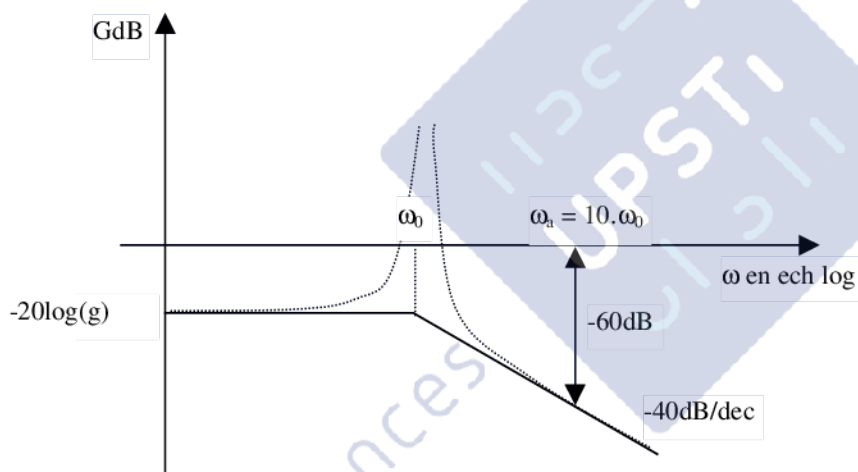
Si G est confondu avec O alors  $m_c \cdot L_c = m_{cp} \cdot L_{cp}$  et  $\ddot{\varphi} = 0$  d'où  $\dot{\varphi} = \text{cste}$ . Donc le mouvement dépend des conditions initiales mais pas de l'accélération a.  
L'attitude n'est pas modifiée.

Si G n'est pas confondu avec O alors  $m_c \cdot L_c \neq m_{cp} \cdot L_{cp}$  et  $\varphi$  est régi par l'équation différentielle trouvée en Q4) dans laquelle il y a  $\ddot{x}$ . Donc le mouvement dépend de l'accélération a.  
L'attitude est modifiée.

Q6)

$$H(p) = \frac{\Phi(p)}{A(p)} = \frac{L_{cp} \cdot m_{cp} - L_c \cdot m_c}{(L_{cp} \cdot m_{cp} - L_c \cdot m_c)g + (m_c \cdot L_c^2 + m_{cp} \cdot L_{cp}^2)p^2}$$

$$\omega_0 = \left( \frac{(L_{cp} \cdot m_{cp} - L_c \cdot m_c)g}{m_c \cdot L_c^2 + m_{cp} \cdot L_{cp}^2} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ (homogène à temps}^{-1}\text{)}$$



$$20 \log(\|H(j\omega_a)\|) = -20 \log(g) - 40 = -60 \text{ dB}$$

$$\|H(j\omega_a)\| = 10^{\frac{-60}{20}} = 10^{-3} \text{ d'où } \varphi_{\max} = a_0 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 5 \times \frac{180}{\pi} \cdot 10^{-4} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ deg}$$

Conclusion :  $3 \cdot 10^{-2} \text{ deg} < 0,5^\circ$  donc l'exigence id 2.1.2 est satisfaite pour  $\omega_a = 10 \cdot \omega_0$ .  
Mais pas autour de  $\omega_0$ .

Q7)

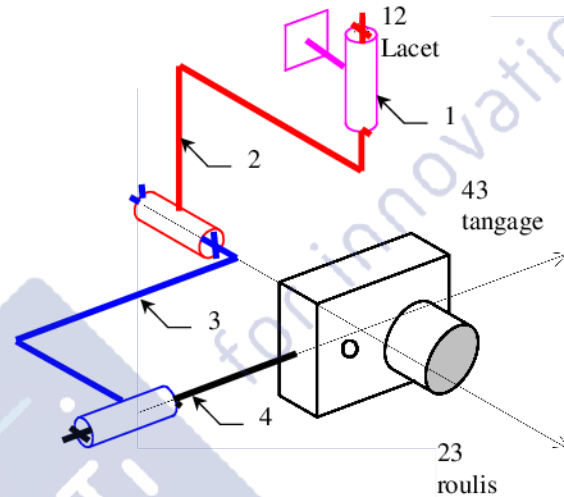
Comportement observé	G au dessus de O	G au dessous de O	G confondu avec O
Attitude de (E') assurée en phase statique ?	non	oui	oui
(E') est en position d'équilibre stable ?	non	oui	indifférent
Attitude de (E') modifiée en phase dynamique ?	oui	oui	non



Q8)

Solides concernés	1 et 2	2 et 3	3 et 4
Désignation liaison proposée	Pivot	Pivot	Pivot
Caractéristiques	axe $(O, \vec{z}_2)$	axe $(O, \vec{y}_3)$	axe $(O, \vec{x}_4)$

Q9)



Q10)

Dans le cas où l'axe 21 (lacet) est confondu avec l'axe 43 (tangage) le nombre de degrés de libertés entre 4 et 1 n'est plus que de 2. Le mécanisme a toujours 3 mobilités.

Si on suppose que le stabilisateur passif est réalisé par une liaison rotule - sphère - sphère, alors le nombre de degrés de liberté de cette liaison est invariant quelle que soit la position.

Q11)

a)  $m_c = 1$  et  $I_c = 2 \times 3 + 2 \times 4 = 14$  donc on aura  $r_c = I_c - m_c = 13$  équations indépendantes.

Le mécanisme a  $\gamma = L - N + 1 = 4 - 2 + 1 = 3$  boucles d'où  $h = 6\gamma - r_c = 18 - 13 = 5$

b)  $m_c = 1$  et  $I_c = 2 \times 3 = 6$  donc on aura  $r_c = I_c - m_c = 5$  équations indépendantes.

Le mécanisme a  $\gamma = L - N + 1 = 2 - 2 + 1 = 1$  boucles d'où  $h = 6\gamma - r_c = 6 - 5 = 1$

c) Identique au précédent, d'où  $h = 6\gamma - r_c = 6 - 5 = 1$

d) Si on suppose que le stabilisateur passif est réalisé par une liaison rotule avec contact sphère - sphère alors il n'a pas de boucle et  $h = 0$ .

Q12)

<p style="text-align: center;"><math>(\mathcal{B}_2) \xrightarrow{\mathcal{R}(z, \psi)} (\mathcal{B}_1)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>\mathcal{R}(z, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi &amp; \sin \psi &amp; 0 \\ -\sin \psi &amp; \cos \psi &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 1 \end{bmatrix}</math></p>	<p style="text-align: center;"><math>\mathcal{B}_3 \xrightarrow{\mathcal{R}(y, \theta)} \mathcal{B}_2</math></p> <p style="text-align: center;"><math>\mathcal{R}(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta &amp; 0 &amp; -\sin \theta \\ 0 &amp; 1 &amp; 0 \\ \sin \theta &amp; 0 &amp; \cos \theta \end{bmatrix}</math></p>	<p style="text-align: center;"><math>\mathcal{B}_4 \xrightarrow{\mathcal{R}(x, \varphi)} \mathcal{B}_3</math></p> <p style="text-align: center;"><math>\mathcal{R}(x, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; \cos \varphi &amp; \sin \varphi \\ 0 &amp; -\sin \varphi &amp; \cos \varphi \end{bmatrix}</math></p>
--	--	--

Q13)

En posant  $\mathcal{R}(x, \varphi) = \mathcal{R}_{43}$ ,  $\mathcal{R}(y, \theta) = \mathcal{R}_{32}$  et  $\mathcal{R}(z, \psi) = \mathcal{R}_{21}$  on trouve la matrice de passage de la base 4 à la base 1 :

$$\mathcal{R}_{41} = \mathcal{R}_{43} \cdot \mathcal{R}_{32} \cdot \mathcal{R}_{21} = \mathcal{R}(x, \varphi) \cdot \mathcal{R}(y, \theta) \cdot \mathcal{R}(z, \psi)$$

$$\mathcal{R}_{41} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \theta \sin \varphi & \cos \psi \cos \varphi + \sin \psi \sin \theta \sin \varphi & \cos \theta \sin \varphi \\ \sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \sin \theta \cos \varphi & -\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \sin \theta \cos \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix}$$

Q14)

$$\vec{a}_{B_4} = \mathcal{R}_{41} \cdot \vec{G}_{B_1}$$

$$a_x = g \cdot \sin \theta$$

$$a_y = -g \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi$$

$$a_z = -g \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi$$

La première équation permet de trouver  $\theta$  dans l'intervalle  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

Les deux autres équations permettent alors de trouver  $\varphi$  dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$

Mais on n'a aucune informations sur  $\psi$ . Le vecteur accélération est donc insuffisant pour déterminer l'attitude de la camera.

Q15)

$$m \vec{a}_{B_4} = \mathcal{R}_{41} \cdot \vec{M}_{B_1} \text{ donne 3 équations supplémentaires.}$$

$$m_x = M \cdot (\cos \gamma \cos \psi \cos \theta + \sin \gamma \sin \theta)$$

$$m_y = M \cdot \cos \gamma (-\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \theta \sin \varphi) - M \cdot \sin \gamma \cos \theta \sin \varphi$$

$$m_z = M \cdot \cos \gamma (\sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \sin \theta \cos \varphi) - M \cdot \sin \gamma \cos \theta \cos \varphi$$

On peut donc déterminer l'angle  $\psi$ .

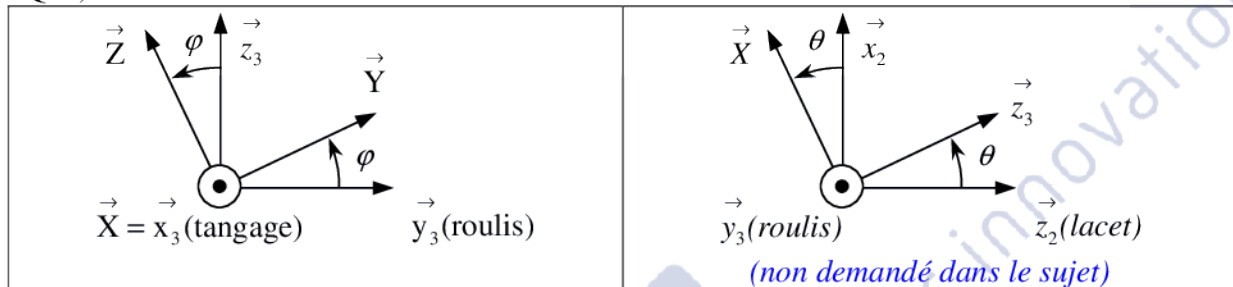
Q16)

X	Tangage
Y	Roulis
Z	Lacet

Q17)

Gyromètre X aligné avec l'axe de Tangage (43).

Q18)



$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_x$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_y \cdot \cos \varphi - \omega_z \cdot \sin \varphi$$

$$\frac{d\psi}{dt} = (\omega_y \cdot \sin \varphi + \omega_z \cdot \cos \varphi) \cos \theta - \omega_x \cdot \sin \theta$$

(l'énoncé suppose certainement  $\theta=0$  car il manque une vue plane de rotation)

Q19)

$G_s \in (M, u)$	
Solution 1 : Ajouter de la matière	Solution 1 : Enlever de la matière

Q20)

Ensemble : 4 + caméra

$$(m_4 + m_c) \vec{O}'G_{4c} = m_4 \vec{O}'G_4 + m_c \vec{O}'G_c$$

Projection sur  $y_c$  :  $m_c (b_c + y_c) = 0$

Projection sur  $z_c$  :  $-m_4 c_4 + m_c (c_c + z_c) = 0$

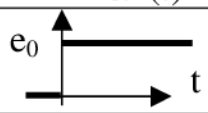
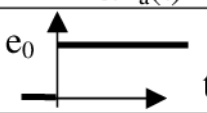
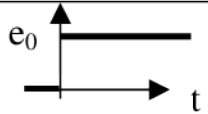
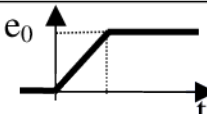
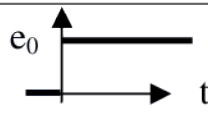
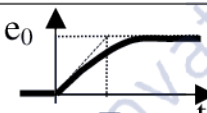
$$y_c = -b_c = -20\text{mm} = -2\text{cm} \text{ et } z_c = \frac{m_4 c_4 - m_c c_c}{m_c} = \frac{350 \times 4 - 1000 \times 48}{1000} = -46,6\text{mm} = -4,6\text{cm}$$

$$\vec{O}'G_{4c} = \frac{m_4 \vec{O}'G_4 + m_c \vec{O}'G_c}{m_4 + m_c} \cdot \vec{x}_4 = \frac{-m_4 a_4 + m_c (x_c + a_c)}{m_4 + m_c} \vec{x}_4 = \lambda \vec{x}_4$$

Réglages : translations (i = 2, 3 ou 4)

Ordre	Nom de l'axe	Solides concernés	$\pm \bar{X}_i$	$\pm \bar{Y}_i$	$\pm \bar{Z}_i$
1 <sup>er</sup>	tangage	4 + caméra		✓	✓
2 <sup>ème</sup>	roulis	3 + 4 + caméra	✓		
3 <sup>ème</sup>	lacet	2 + 3 + 4 + caméra		✓	

Q21)

	$\alpha^*(t)$	$A_i(p)$	$\alpha^*_a(t)$
[i=1]		1	
[i=2]		$\frac{1 - e^{-\tau_0 \cdot p}}{\tau_0 \cdot p}$	
[i=3]		$\frac{1}{1 + \tau p}$	

Q22)

Code	Définition	Expression ou définition
Non codé	Fonction de transfert du mécanisme tangage	$\frac{A \cdot K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$
$Co_T(p)$	Correcteur de tangage (partiel)	$K_p$
$g_1(p)$	Grandeur physique associée	Vitesse de rotation
$K_D \alpha_T$	Coefficient du correcteur dérivé	$K_D$

Lien entre  $g_1(t)$  et  $\varphi(t)$  :

$$g_1(t) = \dot{\varphi}(t)$$

Q23)

$$FTBO(p) = \frac{K_p \cdot K_m \cdot A}{p(1 - K_m \cdot A \cdot K_D + \tau_m \cdot p)} = \frac{K_p}{p(1 - K_D + \tau_m \cdot p)}$$

$$FTBF(p) = \frac{K_p \cdot K_m \cdot A \cdot A_i(p)}{p(1 - K_m \cdot A \cdot K_D + \tau_m \cdot p) + K_p \cdot K_m \cdot A} = \frac{K_p \cdot A_i(p)}{K_p + (1 - K_D)p + \tau_m \cdot p^2}$$

Q24)

Il faut que les pôles de la FTBF soient à partie réelle négative.

$$\text{Donc } \text{Re}(p_i) = \frac{K_m \cdot A \cdot K_D - 1}{2\tau_m} < 0 \text{ soit } K_D < \frac{1}{A \cdot K_m} = 1$$

$$K_{D_{\max}} = \frac{1}{A.K_m} = 1 \text{ (limite de stabilité)}$$

Q25)

$$\frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{1 - K_m.A.K_D}{K_m.A.K_p} \text{ et } \omega_0 = \frac{K_m.A.K_p}{\tau_m} \text{ donne}$$

$$\xi = \frac{1 - K_m.A.K_D}{2\sqrt{K_m.A.K_p.\tau_m}} = \frac{1 - 0,5}{2\sqrt{10 \times 0,2}} = \frac{1}{4\sqrt{2}} \approx 0,17 < 1$$

La réponse comportera donc des dépassements et des oscillations.

Q26)

Le mouvement évolue rapidement pendant les 4 premières secondes et lentement ensuite sans dépassements (réponse exponentielle apériodique).

L'exigence id1.12 est donc respectée.

Q27)

$$\varepsilon_1(p) = P_e(p) + \frac{K_m.A}{1 + \tau_m.p} \text{Com}(p) \quad \varepsilon_2(p) = -\frac{\varepsilon_1(p)}{p} \quad \varepsilon_3(p) = K_p.\varepsilon_2(p) + K_D.\varepsilon_1(p)$$

$$\text{Com}(p) = \left( -\frac{K_p}{p} + K_D \right) \left( P_e(p) + \frac{K_m.A}{1 + \tau_m.p} \text{Com}(p) \right)$$

$$p.(1 + \tau_m.p)\text{Com}(p) = (-K_p + p.K_D)((1 + \tau_m.p)P_e(p) + K_m.A.\text{Com}(p))$$

$$(p.(1 + \tau_m.p) + (K_p - p.K_D)K_m.A)\text{Com}(p) = (-K_p + p.K_D)(1 + \tau_m.p)P_e(p)$$

$$\boxed{\text{Stab}(p) = \frac{\text{Com}(p)}{P_e(p)} = \frac{(-K_p + p.K_D)(1 + \tau_m.p)}{p.(1 + \tau_m.p) + (K_p - p.K_D)K_m.A}}$$

Q28)

Le système est stable. On peut donc appliquer le théorème de la valeur finale :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \text{Com}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p.\text{Com}(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p.\text{Stab}(p) \cdot \frac{P_0}{p} = -\frac{P_0}{K_m.A} = -P_0$$

$$\text{Si } P_0 = 1 \text{ deg.s}^{-1} \text{ alors } \lim_{t \rightarrow \infty} \text{Com}(t) = -1 \text{ deg.s}^{-1}$$

Sens physique : la vitesse de rotation de la commande du moteur est l'opposée de la vitesse de rotation de la perturbation. La somme des deux vitesses s'explique par la composition des

mouvements :  $\omega_{4/0} = \omega_{4/3} + \omega_{3/0} = \dot{\varphi}(t) + P_e(t)$ . Si  $\lim_{t \rightarrow 0} \dot{\varphi}(t) = \lim_{t \rightarrow 0} \text{Com}(t) = -P_e$  alors

$$\lim_{t \rightarrow 0} \omega_{4/0} = 0.$$

La caméra aura une vitesse de rotation par rapport à 3 nulle en régime établi.

Q29)

$$\text{On a déjà trouvé } FTBO(p) = \frac{K_p.K_m.A}{p(1 - K_m.A.K_D + \tau_m.p)}$$



$$\text{Pert}(p) = \frac{K_p \cdot K_m \cdot A \left( \frac{1 + \tau_m \cdot p}{K_m \cdot A} \right)}{p(1 - K_m \cdot A \cdot K_D + \tau_m \cdot p) + K_p \cdot K_m \cdot A} = \frac{1 + \tau_m \cdot p}{p(1 - K_m \cdot A \cdot K_D + \tau_m \cdot p) + K_p \cdot K_m \cdot A}$$

Q30)

Le système est stable. On peut donc appliquer le théorème de la valeur finale :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varphi(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \text{Pert}(p) \cdot \frac{P_0}{p} = \frac{P_0}{K_m \cdot A \cdot K_p} = \frac{P_0}{K_p}$$

Si  $P_0 = 1 \text{ deg} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $K_p = 10 \text{ s}^{-1}$  alors  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = 0,1^\circ$

Sens physique : l'orientation de la caméra par rapport au sol change suite à la perturbation en échelon. Le temps de réaction du moteur ne permet pas de compenser complètement la vitesse perturbatrice au début du mouvement.

L'erreur sera d'autant plus faible que  $K_p$  sera grand.

Q31)

$$\text{FTBO}(p) = \frac{2 \cdot K_p}{p(1 + 0,4p)}$$

est un ordre 2, donc  $\varphi > -180^\circ$  et la marge de gain  $MG = \infty$ .

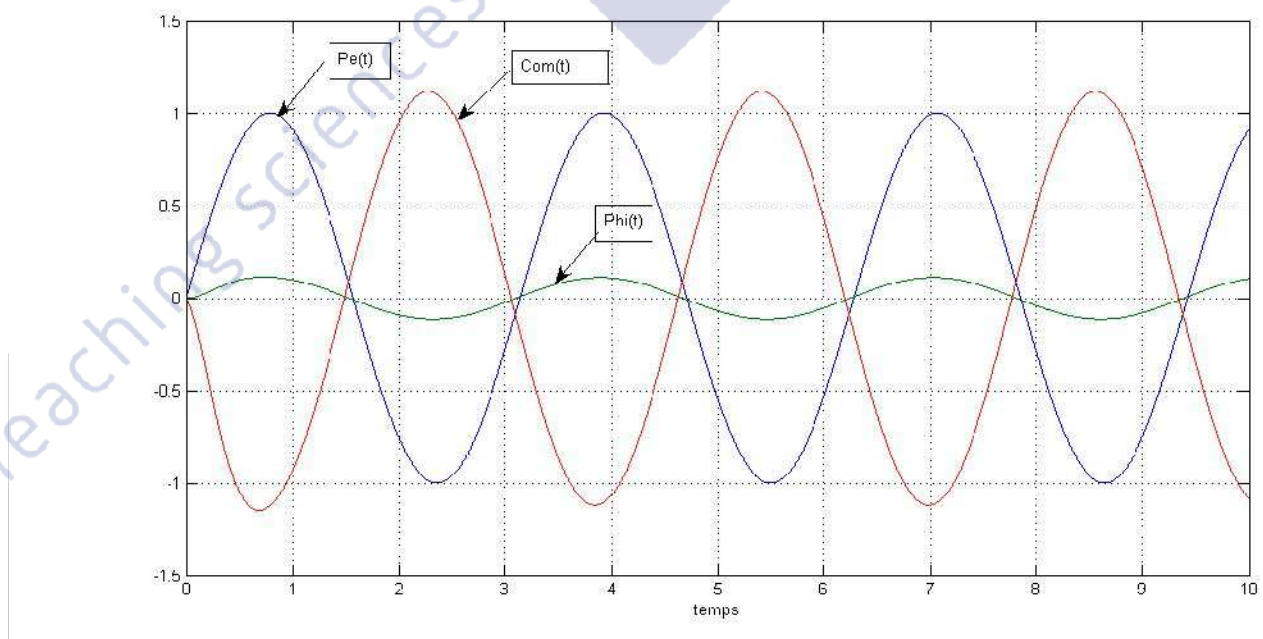
Pour  $\omega = 7 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  on a  $20 \log(\|\text{FTBO}(j\omega)\|) = -3 \text{ dB}$  et  $\varphi = -160^\circ$ .

$20 \log(\|\text{FTBO}(j\omega)\|)$  est une fonction monotone décroissante de  $\omega$ .

En posant  $K_p = \lambda \cdot K_{p \text{ init}}$  il faut donc que  $20 \log(\lambda) \leq 3 \text{ dB}$  soit  $\lambda \leq 10^{\frac{3}{20}} = \sqrt{2}$

$$K_{p \text{ maxi}} = \sqrt{2} \cdot K_{p \text{ init}} = \sqrt{2} \approx 1,4 \text{ s}^{-1}$$

Q32)



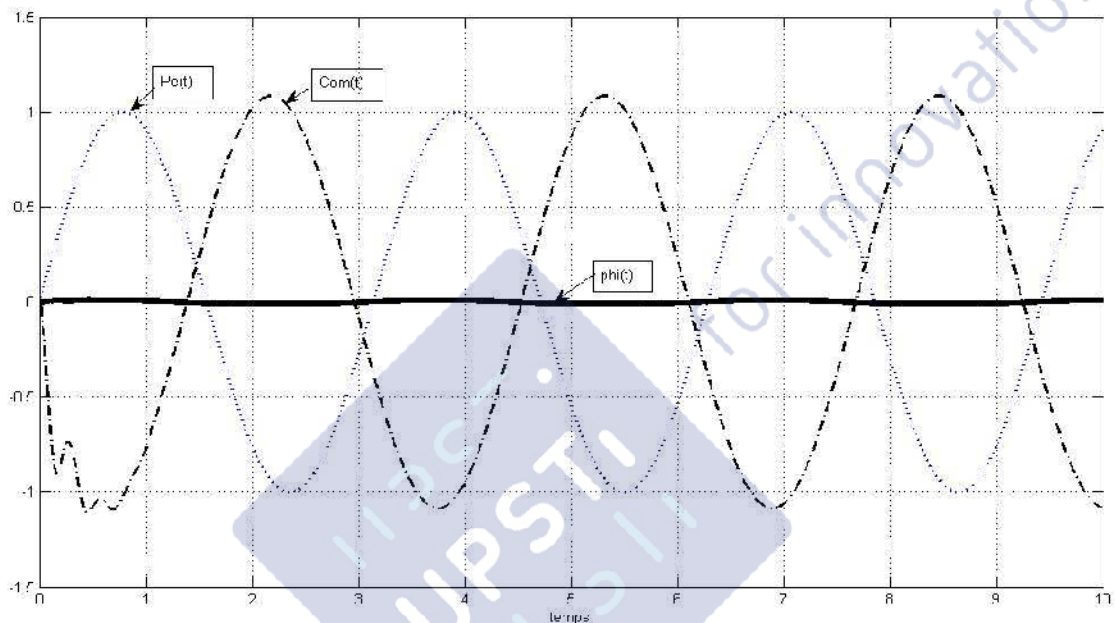
Réponse de l'axe de tangage à une perturbation sinusoïdale

On mesure un  $|\phi| < 0,12^\circ$  (hypothèse sur les unités d'angle en degrés) alors que l'exigence 1.13 stipule  $|\phi| < 0,1^\circ$ . L'exigence 1.13 n'est pas respectée.

On remarque que  $Com(t)$  et  $Pe(t)$  sont en opposition de phase, ce qui est cohérent avec le résultat de Q28) où on a trouvé  $\lim_{t \rightarrow \infty} Com(t) = -P_0$  en régime établi.

Remarque : si  $P_e$  en  $\text{deg.s}^{-1}$  alors  $K_p$  de l'ordre de  $10 \text{ s}^{-1} > 1,4 \text{ s}^{-1}$  de Q31

Q33)



Réponse de l'axe de tangage à une perturbation sinusoïdale  
(Nouveau réglage)

L'exigence 1.13 est respectée car  $|\phi| < 0,1^\circ$ .

On a certainement augmenté  $K_p$  mais cela n'est pas très cohérent avec la valeur initiale de  $10 \text{ s}^{-1}$  puis la valeur de Q31) de  $1,4 \text{ s}^{-1}$  avec une marge de phase de  $20^\circ$ .

On peut donc simultanément diminuer  $K_D$  (car  $K_D < 1$  pour la stabilité) et même prendre  $K_D$  négatif pour augmenter la marge de phase.

Un correcteur PI (proportionnel Intégral) est éventuellement envisageable pour diminuer l'erreur tout en gardant une marge de phase satisfaisante.

Amélioration : diminution du mouvement indésirable de la caméra.