

## Proposition de corrigé

Concours : Banque PT

Année : 2018

Filière : PT

Épreuve : Sciences Industrielles C

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

### A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

### Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : [corrigesconcours@upsti.fr](mailto:corrigesconcours@upsti.fr).

### Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : [www.upsti.fr](http://www.upsti.fr)

L'équipe UPSTI

# I. Etude générale du fonctionnement et de l'architecture de l'hélicoptère

A. Analyse des fonctions d'un hélicoptère

**Question 1 :** Analyser les trois solutions technologiques proposées.

Exigences	« block » de la solution X3	« block » de la solution BA609
Vol vertical « 1.1 »	Rotor principal X3	Sous système Tilt/Rotor
Vol horizontal « 1.2 »	Sous système rotors horizontaux	Sous système Tilt/Rotor
Orientation aéronef « 1.3 »	Sous système rotors horizontaux	Sous système Tilt/Rotor
Anti couple « 4 »	Sous système rotors horizontaux	Sous système Tilt/Rotor

B. Analyse énergétique globale

**Question 2 :** Calcul du travail nécessaire pour atteindre la vitesse de rotation nominale du rotor.

On isole le rotor.

Il est soumis à :

- l'action du moteur,
- l'action de la structure,
- l'action de l'air,
- l'action de la Terre.

Hypothèses :

- L'appareil est au sol → hypothèse l'action de la Terre ne travaille pas,
- L'action de l'air est négligée,
- Liaison rotor – structure : pivot sans frottements,
- On suppose que le référentiel lié au sol est galiléen.

Notations :

- $\omega$  : vitesse de rotation du rotor/structure,
- $\omega_{nom}$  : vitesse de rotation nominale du rotor/structure,
- $W$  : travail de l'action du moteur sur le rotor,
- $J$  : moment d'inertie du rotor autour de son axe de rotation / structure,
- $Rg$  : Référentiel galiléen.

On applique le théorème de l'énergie cinétique au rotor /  $Rg$  :

$$\underbrace{P_{moteur \rightarrow rotor / Rg}}_{\neq 0} + \underbrace{P_{Structure \rightarrow rotor / Rg}}_{=0} + \underbrace{P_{Air \rightarrow rotor / Rg}}_{=0} = \left( \frac{dE_c( rotor / Rg)}{dt} \right) = \underbrace{\left( \frac{d}{dt} \frac{1}{2} J \omega^2 \right)}_{\text{rotation autour d'un axe fixe / Rg}}$$

Par intégration entre 0 et  $\omega_{nom}$  :

$$\boxed{W = \frac{1}{2} J \omega_{nom}^2}$$

Application numérique :

On a :  $J=45\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $\omega_{nom} = 55\text{rad/s}$ .

$$W = \frac{1}{2} 45 \cdot 55^2 = \frac{1}{2} 9 \cdot 5^3 \cdot 11^2 = \frac{1}{2} (10-1) \cdot (10+1) \cdot (10+1) \cdot 5^3 = \frac{1}{2} (10^2 - 1^2) \cdot (10+1) \cdot 5^3$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} (1000 - 10 - 1 + 100) \cdot 5^3 = \frac{1}{2} (1089) \cdot 125$$

$$\boxed{W = 68.10^3 J = 68\text{kJ}}$$

**Question 3 :** Calcul de la puissance induite.

D'après le document V, la puissance induite  $P$  est donnée par :  $P = F \cdot V_i$

$F$  : Poussée du rotor donnée par la relation :  $F = 2\rho S V_i^2$

$V_i$  : Vitesse moyenne de l'air au travers du rotor.

On en déduit que :  $P = 2\rho S V_i^3$

On isole la structure de l'hélicoptère. Dans le cas d'un vol stationnaire, cette structure est immobile par rapport au référentiel galiléen  $R_g$  supposé être lié au sol.

Elle est soumise à :

- L'action de l'air sur la structure  $\rightarrow$  pas d'efforts aérodynamiques en vol stationnaire,
- L'action du rotor caractérisée notamment par la poussée  $F$ ,
- L'action du rotor arrière  $\rightarrow$  poussée de direction horizontale,
- L'action de la Terre caractérisée par le poids de l'hélicoptère + sa charge :  $M \cdot g$ .

$M$  : masse de l'hélicoptère + charge.

$g$  : accélération de pesanteur.

On applique le P.F.S., équation de résultante en projection sur la verticale :

$$F - M \cdot g = 0 \Rightarrow F = M \cdot g$$

On en déduit que :  $2\rho S V_i^2 = Mg \Rightarrow V_i^2 = \frac{Mg}{2\rho S} \Rightarrow V_i = \sqrt{\frac{Mg}{2\rho S}}$

$$\text{D'où : } P = 2\rho S V_i^3 = 2\rho S \left( \frac{Mg}{2\rho S} \right)^{3/2} \Rightarrow \boxed{P = \frac{1}{\sqrt{2\rho S}} (Mg)^{3/2}}$$

Application numérique :

On a :  $2\rho S = 100\text{kg/m}$ ,  $M = 640\text{kg}$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ .

$$P = \frac{1}{\sqrt{100}} (640 \cdot 10)^{3/2} = \frac{1}{10} (\sqrt{64 \cdot 100})^3 = \frac{1}{10} (8 \cdot 10)^3 = 8^3 \cdot 10^2 = 512 \cdot 100$$

$$\Rightarrow \boxed{P = 51,2 \cdot 10^3 W = 51,2\text{kW}}$$

**Question 4 :** Calcul de la puissance à fournir au rotor en phase de montée à vitesse constante. Calcul des couples à fournir au rotor principal pendant les phases de montée et de vol stationnaire.

On isole l'hélicoptère : structure + rotor. Cet ensemble est en mouvement par rapport au référentiel galiléen  $R_g$  supposé être lié au sol.

Il est soumis à :

- l'action de l'air sur la structure  $\rightarrow$  efforts aérodynamique négligés,
- l'action du rotor caractérisée par la poussée  $F$  (effort induit par le mouvement du rotor dans l'air),
- l'action de la Terre caractérisée par le poids de l'hélicoptère + sa charge :  $M.g$ .

$M$  : masse de l'hélicoptère + charge.

$g$  : accélération de pesanteur.

On applique le T.E.C. à l'hélicoptère en mouvement par rapport au référentiel galiléen  $R_g$  supposé lié au sol :

$$\sum_i P_{ext\ i \rightarrow \text{hélicoptère}/R_g}^i + \sum_i P_{int\ \text{hélicoptère}}^i = \left( \frac{dE_c(\text{hélicoptère}/R_g)}{dt} \right)$$

Avec :

$$\sum_i P_{int\ \text{hélicoptère}}^i = \underbrace{P_{structure \leftrightarrow rotor}}_{=0} + P_{moteur}$$

pas de pertes mécaniques dans le guidage puissance mécanique apportée par le moteur

$$\sum_i P_{ext\ i \rightarrow \text{hélicoptère}/R_g}^i = \underbrace{P_{air \rightarrow structure/R_g}}_{=0} + \underbrace{P_{air \rightarrow rotor/R_g}}_{=-P} + \underbrace{P_{Terre \rightarrow \text{hélicoptère}/R_g}}_{=-Mg.V}$$

$$\text{Et : } \left( \frac{dE_c(\text{hélicoptère}/R_g)}{dt} \right) = \underbrace{\left( \frac{dE_c(\text{structure}/R_g)}{dt} \right)}_{=0} + \underbrace{\left( \frac{dE_c(\text{rotor}/R_g)}{dt} \right)}_{\substack{\text{mouvement de translation à vitesse constante} \\ \frac{dE_c(\text{rotor}/R_g)}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m_r V^2 \right) + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} J_r \omega^2 \right)}} = 0 \quad \text{car}$$

l'énergie cinétique ne varie pas : translation à vitesse constante et rotor qui tourne à vitesse constante par rapport à  $R_g$ .

$$\text{On en déduit que : } -P - Mg.V + P_{moteur} = 0 \Rightarrow \boxed{P_{moteur} = P + Mg.V}$$

Application numérique :

On a :  $M=640kg$ ,  $g = 10m/s^2$ . D'après le document IV, la vitesse ascensionnelle est de 7,2km/h.

$$P_{moteur} = \underbrace{51,2kW}_{\text{calculé à la question précédente}} + (640kg \cdot 10m/s^2) \cdot \left( \frac{7200m}{3600s} \right) = 51,2kW + (64 \cdot 100) \cdot 2W = 51,2kW + 12,8kW$$

$$\Rightarrow \boxed{P = 64 \cdot 10^3 W = 64kW}$$

Calcul des couples : On a :  $P_{moteur} = C_m \cdot \omega_{nom}$  où  $C_m$  est le couple moteur sur le rotor et  $\omega_{nom}$  la vitesse de rotation nominale du rotor.

On en déduit que :  $C_m = \frac{P_{moteur}}{\omega_{nom}}$ . Pour un vol stationnaire :  $V=0m/s$  d'où :

$$P_{moteur} = P \Rightarrow \boxed{C_m = \frac{P}{\omega_{nom}}}$$

Application numérique :

$P=51,2kW$  calculé à la question précédente.

$$C_m = \frac{51,2 \cdot 10^3}{55} \Rightarrow \boxed{C_m = 930 N.m}$$

Pour un vol en phase de montée :  $C_m = \frac{P}{\omega_{nom}}$

Application numérique :

$P_{moteur}=64kW$

$$C_m = \frac{64 \cdot 10^3}{55} \Rightarrow \boxed{C_m = 1160 N.m}$$

**Question 5 :** Fonction du sous-système rotor arrière et exigence à imposer à ce sous-système.

La fonction du rotor arrière est de contrer le couple exercé par le rotor principal sur la structure dans la direction verticale  $z_a$  lié à la composante de trainée de l'action de l'air sur les pales, et qui provoquerait une rotation autour de cette direction.

Il faut que la puissance absorbée par le sous-système rotor secondaire soit inférieure à la puissance maximale que peut fournir le moteur moins celle absorbée par le rotor principal.

D'après le document ressource III, la puissance maximale que peut fournir le moteur est de 134kW.

	Mise en rotation	Vol stationnaire	Montée
Puissance absorbée par le rotor principal (kW)	68 (Q2)	51,2 (Q3)	64 (Q3)
Puissance disponible pour le rotor secondaire (kW)	66	82,8	70

On doit limiter la puissance nécessaire au rotor arrière à 66kW.

**Question 6 :** Expliquer comment l'architecture de l'hélicoptère X3 remplace le rotor arrière.

La différence de poussée sur la structure entre les deux rotors horizontaux engendre un moment sur l'axe du rotor principal qui permet de s'opposer au couple exercé par le rotor sur la structure.

**Question 7 :** Calcul de l'effort normal nécessaire au rotor arrière dans les deux phases de vol : montée et stationnaire.

On isole la structure. Elle est soumise à :

- l'action de la Terre,
- l'action de l'air  $\rightarrow$  négligeable en vol stationnaire ou en montée à vitesse constante,
- l'action du rotor principal,
- l'action du rotor arrière caractérisée par la poussée  $F_{ar}$ .

On note  $L$  la distance entre l'axe du rotor arrière et l'axe du rotor principal.

On applique le P.F.S. à la structure en mouvement de translation rectiligne et uniforme (ou immobile) par rapport au référentiel galiléen. On choisit l'équation de moment en un point  $A$  de l'axe du rotor principal en projection suivant la direction  $\hat{z}$  de cet axe.

$$\underbrace{\vec{z} \cdot \vec{M}_{A, \text{Air} \rightarrow \text{Structure}}}_{=0 \text{ négligée}} + \underbrace{\vec{z} \cdot \vec{M}_{A, \text{Rotor} \rightarrow \text{Structure}}}_C + \underbrace{\vec{z} \cdot \vec{M}_{A, \text{Rotor arri\`ere} \rightarrow \text{Structure}}}_{-F_{ar} \cdot L} + \underbrace{\vec{z} \cdot \vec{M}_{A, \text{Terre} \rightarrow \text{Structure}}}_{=0 \text{ Car c'est une force est verticale.}} = 0$$

$$\Rightarrow C - F_{ar} \cdot L = 0 \Rightarrow C = F_{ar} \cdot L \Rightarrow \boxed{F_{ar} = \frac{C}{L}}$$

### Application numérique :

$L = 4,65m$  d'après le document ressource III.

$C = 930Nm$  en vol stationnaire et  $C = 1160Nm$  en montée à vitesse constante d'après la question 4.

$$\boxed{F_{ar} = 200N} \text{ en vol stationnaire et } \boxed{F_{ar} = 250N} \text{ en montée à vitesse constante.}$$

### C. Analyse statique du rotor arrière.

**Question 8 :** Calcul de la relation littérale entre l'effort de poussée  $F_z$  et l'angle d'incidence des pales  $\theta$ .

Si on isole un élément de pale, centré sur un point  $P$ , de longueur  $dr$ , distant de  $r$  de l'axe du rotor arrière.

L'action de l'air sur cet élément de pale peut être modélisée en partie par une composante de force de portance élémentaire :  $d\vec{F}_Z^{pale} = \frac{1}{2} \rho \cdot c_z \cdot dS_p \cdot V_R^2(r) \cdot \vec{z}$  dont le support passe par le point  $P$ .

On a l'aire élémentaire  $dS_p$  qui peut s'écrire :  $dS_p = C_p \cdot dr$  où  $C_p$  est la corde du profil de la pale qui est une constante par rapport à la variable  $r$ .

La norme de la vitesse de l'air par rapport à la pale est donnée par la relation :  $V_R(r) = \omega \cdot r$  où  $\omega$  est la vitesse de rotation du rotor arrière par rapport à la structure.

La résultante des forces élémentaires de portance sur une pale est donnée par :

$$F_Z^{pale} = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} dF_Z^{pale}(r) = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{1}{2} \rho \cdot c_z \cdot dS_p \cdot V_R^2(r) = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{1}{2} \rho \cdot c_z \cdot C_p \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot dr = \frac{1}{2} \rho \cdot c_z \cdot C_p \cdot \omega^2 \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} r^2 \cdot dr$$

$$\Rightarrow F_Z^{pale} = \frac{1}{2} \rho \cdot c_z \cdot C_p \cdot \omega^2 \left[ \frac{r^3}{3} \right]_{r_{\min}}^{r_{\max}} = \frac{1}{6} \rho \cdot c_z \cdot C_p \cdot \omega^2 (r_{\max}^3 - r_{\min}^3)$$

En considérant que le coefficient de portance  $c_z$  est proportionnel à l'angle d'incidence  $\theta$ , on

$$\text{peut écrire } c_z = \lambda \cdot \theta \text{ d'où : } F_Z^{pale} = \frac{1}{6} \rho \cdot \lambda \cdot C_p \cdot \omega^2 (r_{\max}^3 - r_{\min}^3) \cdot \theta$$

$$\text{On en déduit que pour } n \text{ pales : } F_Z = n \cdot F_Z^{pale} \Rightarrow F_Z = \frac{1}{6} n \cdot \rho \cdot \lambda \cdot C_p \cdot \omega^2 (r_{\max}^3 - r_{\min}^3) \cdot \theta$$

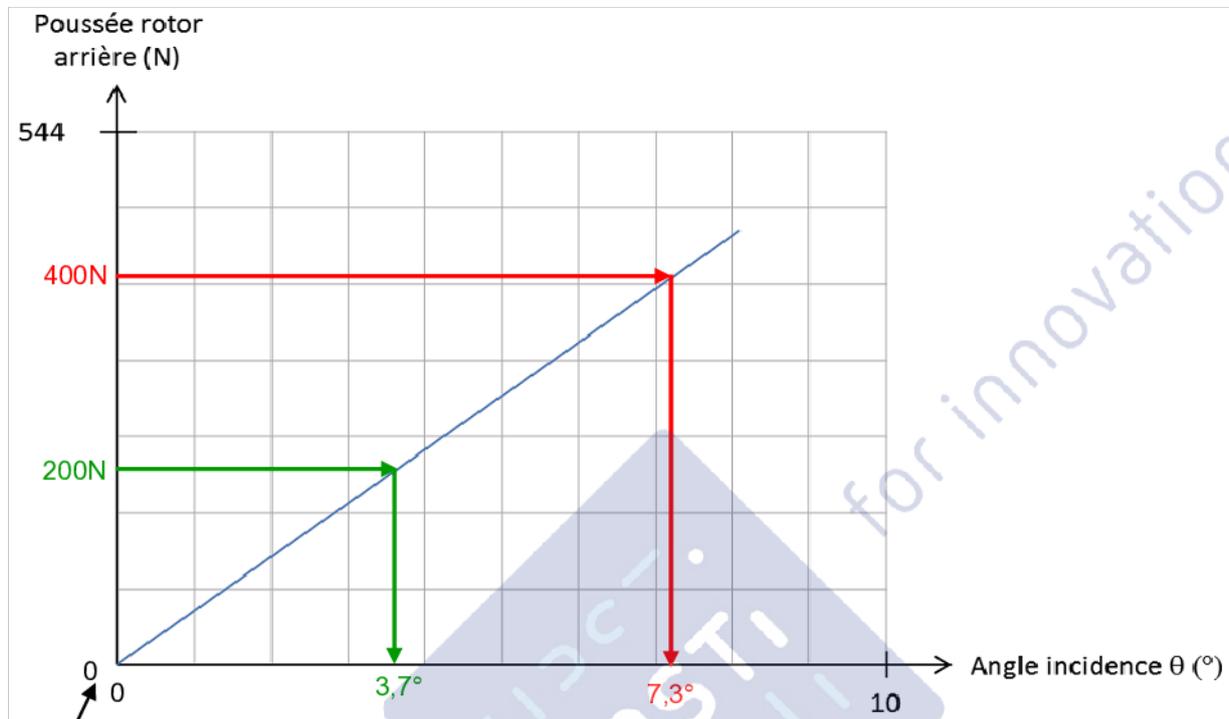
$$\text{En posant : } r_{\min} = 0 \text{ et } r_{\max} = R, \text{ on obtient : } F_Z = \frac{1}{6} n \cdot \rho \cdot \lambda \cdot C_p \cdot \omega^2 \cdot R^3 \cdot \theta$$

Dans le cas où la vitesse de rotation est constante, la composante de portance  $F_Z$  est

$$\text{proportionnelle à l'angle d'incidence } \theta : F_Z = K \cdot \theta \text{ avec : } \boxed{K = \frac{1}{6} n \cdot \rho \cdot \lambda \cdot C_p \cdot \omega^2 \cdot R^3}$$

**Question 9 :** Détermination de l'angle d'incidence pour obtenir la poussée nécessaire.

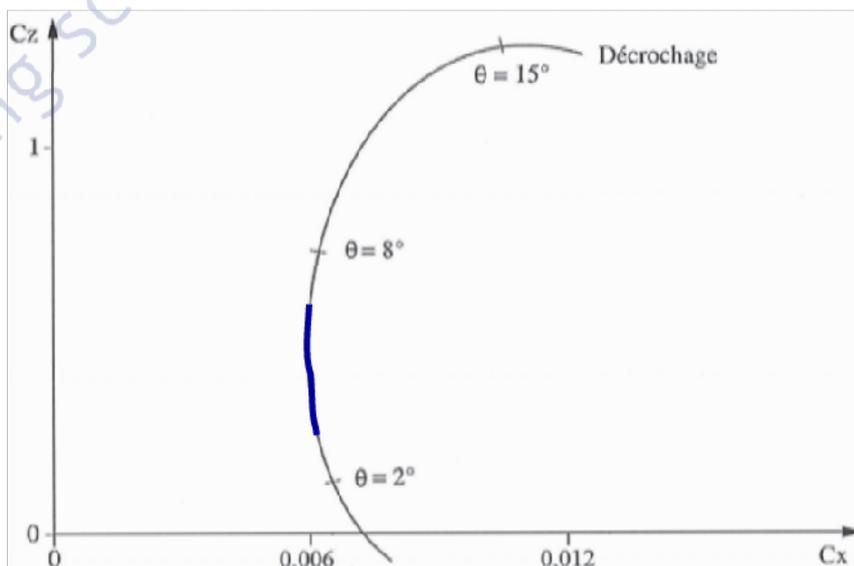
D'après le diagramme bdd de la figure 2, la poussée maximale nécessaire est de  $400N$ .  
La poussée calculée pour un vol stationnaire est de  $F_{ar}=200N$ .



Origines des axes absentes sur le graphe.

Echelles supposées : 1 carreau  $\leftrightarrow$   $1^\circ$  en abscisse.  
1 carreau  $\leftrightarrow$  77N en ordonnée.

Pour une poussée variant de 200N à 400N, on obtient un angle d'incidence variant de  $3,7^\circ$  à  $7,3^\circ$ . Pour cet intervalle, la courbe, du document V, d'évolution du coefficient de portance  $C_z$  en fonction du coefficient de traînée  $C_x$  (appelée polaire du profil) pour différents angles d'incidence donne une variation faible du coefficient de traînée. On peut donc valider que le coefficient de traînée est constant et vaut 0,0062.



**Question 10 :** Détermination du couple appliqué au rotor arrière.

Si on isole un élément de pale, centré sur un point  $P$ , de longueur  $dr$ , distant de  $r$  de l'axe du rotor arrière.

On a l'aire élémentaire  $dS_p$  qui peut s'écrire :  $dS_p = C_p \cdot dr$  où  $C_p$  est la corde du profil de la pale qui est une constante par rapport à la variable  $r$ .

La norme de la vitesse de l'air par rapport à la pale est donnée par la relation :  $V_R(r) = \omega \cdot r$  où  $\omega$  est la vitesse de rotation du rotor arrière par rapport à la structure.

L'action de l'air sur cet élément de pale peut être modélisée, en partie, par une force de traînée élémentaire :  $dF_X^{pale} = \frac{1}{2} \rho \cdot c_X \cdot dS_p \cdot V_R^2(r) \cdot \vec{x} = \frac{1}{2} \rho \cdot c_X \cdot C_p \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot dr \cdot \vec{x}$  dont le support passe par le point  $P$ .

Le moment élémentaire en un point de l'axe est donné par :  $dM^{pale} = r \cdot dF_X^{pale}(r)$

L'expression du moment de l'ensemble des forces élémentaires de traînée sur une pale est :

$$M^{pale} = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} r \cdot dF_X^{pale}(r) = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{1}{2} \rho \cdot c_X \cdot C_p \cdot \omega^2 \cdot r^3 \cdot dr = \frac{1}{2} \rho \cdot c_X \cdot C_p \cdot \omega^2 \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} r^3 \cdot dr$$
$$\Rightarrow M^{pale} = \frac{1}{2} \rho \cdot c_X \cdot C_p \cdot \omega^2 \left[ \frac{r^4}{4} \right]_{r_{\min}}^{r_{\max}} = \frac{1}{2} \rho \cdot c_X \cdot C_p \cdot \omega^2 \left( \frac{r_{\max}^4 - r_{\min}^4}{4} \right)$$

En posant :  $r_{\min} = 0$  et  $r_{\max} = R$ , on obtient :

$$M^{pale} = \left( \frac{1}{2} \rho \cdot c_X \cdot C_p \right) \cdot \omega^2 \cdot \frac{R^4}{4} = \left( \frac{1}{2} \rho \cdot c_X \cdot C_p \cdot R \right) \cdot \omega^2 \cdot \frac{R^3}{4}$$

Le moment du couple pour l'ensemble des pales du rotor est :  $C_{ar} = n \cdot M^{pale}$

$$\Rightarrow C_{ar} = n \cdot \left( \frac{1}{2} \rho \cdot c_X \cdot S_p \right) \cdot \omega^2 \cdot \frac{R^3}{4}$$

**Application numérique :**

$\omega = 400 \text{ rad/s}$ .

$n = 8$  pales.  $R = 0,4 \text{ m}$ .

$\frac{1}{2} \rho \cdot c_X \cdot S_p = 8 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-2}$  (Enoncé Q10).

$$C_{ar} = 8 \cdot (8 \cdot 10^{-5}) \cdot 400^2 \cdot \frac{0,4^3}{4} = (2^3)^2 \cdot 10^{-5} \cdot 4^2 \cdot (10^2)^2 \cdot \frac{4^3}{4} \cdot (10^{-1})^3 = 2^6 \cdot 10^{-5} \cdot 4^2 \cdot 10^4 \cdot 4^2 \cdot 10^{-3} = 2^6 \cdot 4^4 \cdot 10^{-4}$$

$$\Rightarrow C_{ar} = 2^6 \cdot (2^2)^4 \cdot 10^{-4} = 2^6 \cdot 2^8 \cdot 10^{-4} = 2^4 \cdot 2^{10} \cdot 10^{-4} = 16 \cdot 1024 \cdot 10^{-4} = 16384 \cdot 10^{-4} \Rightarrow C_{ar} = 1,64 \text{ Nm}$$

**Question 11 :** Détermination de la puissance nécessaire au rotor arrière et la puissance nécessaire globale à fournir par le moteur thermique de l'hélicoptère. Conclure quant à la puissance du moteur de l'hélicoptère en phase de vol stationnaire, et commenter le résultat.

La puissance développée par le couple appliqué au rotor arrière est donné par :

$$P_{rotor} = C_{ar} \cdot \omega$$

Application numérique :

$$P_{\text{rotor principal}} = 1,64.400 \Rightarrow \boxed{P_{\text{rotor principal}} = 656W}$$

Pour un vol stationnaire, on a calculé que la puissance à fournir au rotor principal est de  $51,2.10^3W$  (Question 3).

La puissance totale que doit fournir le moteur thermique en vol stationnaire est :

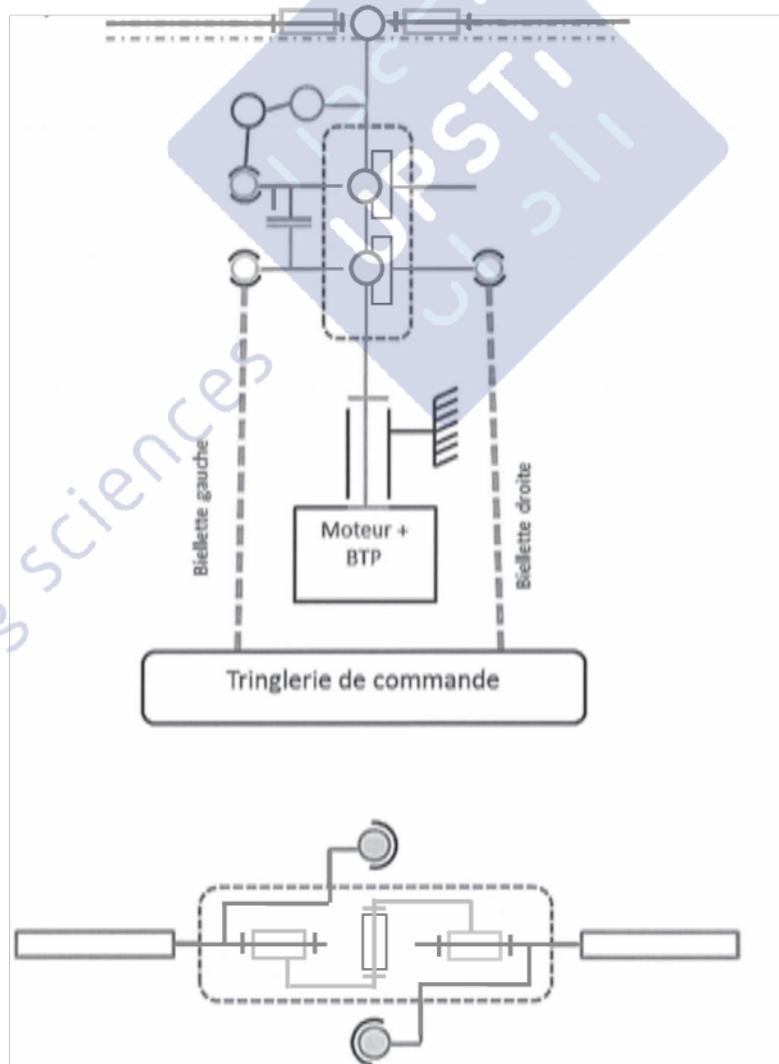
$$P_{\text{totale}} = P_{\text{rotor principal}} + P_{\text{rotor arrière}} = 51200 W + 656 W = \underline{51856 W}$$

Le rotor principal absorbe l'essentiel de la puissance que doit fournir le moteur thermique.

## II. Analyse des mécanismes impliqués dans la commande de vol de l'hélicoptère

### A. Rotor principal

**Question 12 :** Schéma cinématique de la commande du rotor principal.



**Question 13 :** Quels sont les composants (organes de commande) sur lesquels le pilote doit agir et les actions à réaliser pour les fonctions : montée/descente, roulis (virage), tangage (avance) ?

	Composant	Action
Montée/descente	Levier	Haut/bas.
Roulis	Manche	Vers la gauche ou la droite.
Tangage	Manche	Vers l'avant ou vers l'arrière.

**Question 14 :** Calcul du degré d'hyperstatisme du mécanisme assurant la transmission des commandes de vol (document ressource VII).

Le mécanisme comporte  $n=7$  classes d'équivalence cinématiques (en comptant le bâti) et  $l=9$  liaisons. Le nombre cyclomatique  $\gamma=l-(n-1)$  est :  $\gamma=9-(7-1)=9-6=3$  cycles indépendants.

Le modèle, cinématique du mécanisme, est constitué de : 3 pivots, 5 rotules et 1 linéaire annulaire. Le nombre d'inconnues cinématiques est :

$$N_c = 3.1 + 5.3 + 1.4 = 3 + 15 + 4 = 22 \text{ inconnues cinématiques.}$$

Le mécanisme comporte  $m_u = 3$  mobilités fonctionnelles et  $m_i = 1$  mobilité interne (rotation de la bielle autour de l'axe formé par le centre des deux rotules). Le degré de mobilité est par conséquent :  $m = m_u + m_i = 3 + 1 = 4$  mobilités.

Le degré d'hyperstatisme est donné par :  $h = 6\gamma - N_c + m$  soit  $h = 6.3 - 22 + 4 = 18 - 22 + 4$  d'où :  $h=0$ . Le modèle associé au mécanisme est isostatique.

On peut retrouver cette valeur à l'aide d'une comptabilité des inconnues d'action mécanique sans frottement dans les liaisons :

$$N_s = 3.5 + 5.3 + 1.2 = 15 + 15 + 2 = 32 \text{ inconnues d'actions mécaniques.}$$

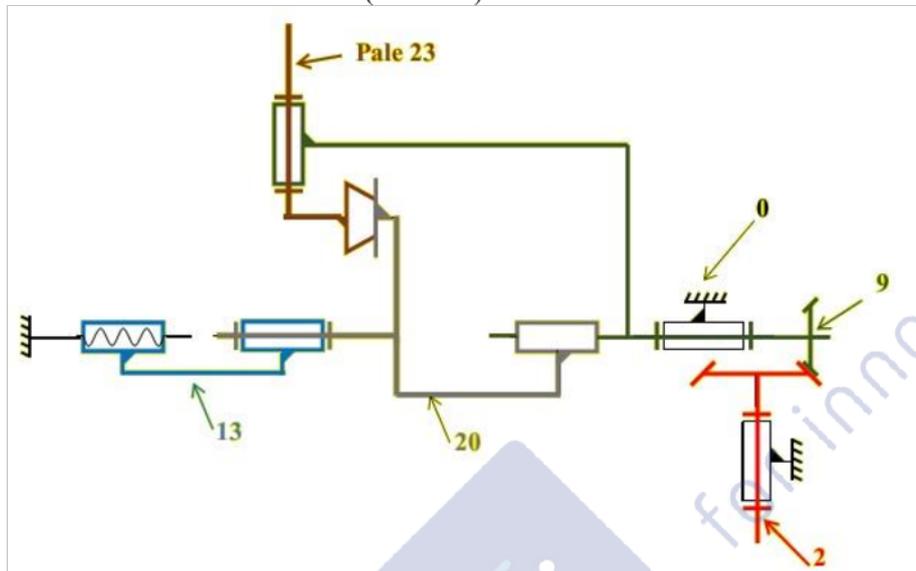
Le degré d'hyperstatisme est donné par :  $h = N_s - 6(n-1) + m$  soit  $h = 32 - 6(7-1) + 4 = 36 - 6.6 = 36 - 36$  d'où :  $h=0$ . Le modèle associé au mécanisme est isostatique.

**Question 15 :** Fonction principale assurée par les deux plateaux.

Les deux plateaux sont en liaison appui-plan, ce qui qui participe au guidage en rotation (à plan prépondérant) entre le plateau tournant et le plateau fixe. Les deux plateaux permettent d'incliner globalement la normale du disque balayé par les pales du rotor principal (voir Document Ressource I). Sa fonction est de transmettre la commande du manche et du levier (afin de modifier la portance de l'hélicoptère et donc son mouvement).

## B. Rotor arrière

**Question 16 :** Schéma cinématique de la liaison entre le fuselage, le rotor arrière et les pales en incluant les éléments de commande (*Barillet*).



**Question 17 :** Expliquer quels sont les composants (organes de commande) qui participent à la chaîne de commande pour le réglage de l'effort générant le couple anti-rotor.

Le pédalier de commande agit sur les câbles de commande (x2) afin d'obtenir la rotation du barillet 13 par rapport au fuselage.

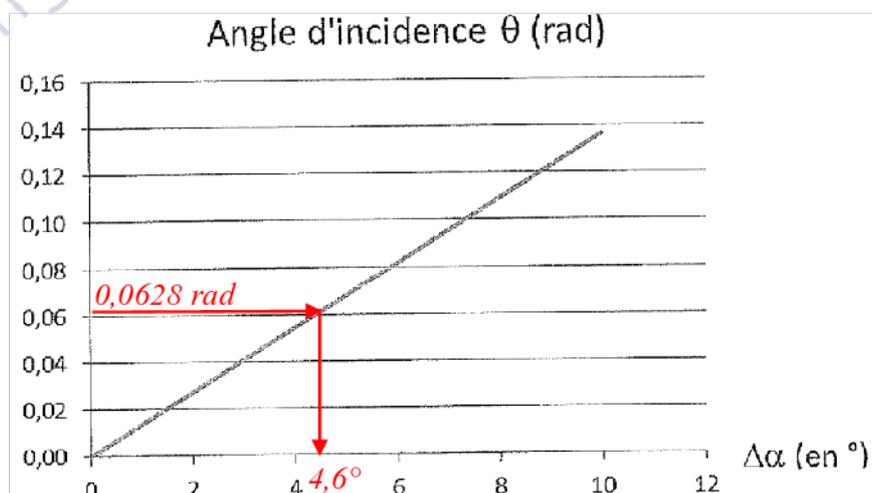
**Question 18 :** Ecrire l'expression littérale qui lie l'angle de rotation du barillet ( $\alpha$ ) et l'angle d'incidence des pales du rotor arrière ( $\theta$ ). Rechercher graphiquement la valeur de  $\Delta\alpha$  pour avoir une poussée sur le rotor arrière qui équilibre l'hélicoptère.

$$\text{Relation : } \theta = k \cdot \Delta\alpha$$

D'après la figure 7, pour un vol stationnaire, il faut une poussée de  $F_{ar} = 200N$ .

D'après le diagramme de la question 9, cette poussée correspond à un angle d'incidence de  $\theta = 3,7^\circ$ .

Soit :  $\theta = \frac{3,7}{180} \pi \approx 0,02 \cdot \pi \approx 0,02 \cdot 3,14 \Rightarrow \theta \approx 0,0628 \text{ rad}$ . On obtient :  $\Delta\alpha \approx 4,6^\circ$ .



### III. Analyse de la transmission de puissance

#### A. Chaîne cinématique et transmission de puissance

**Question 19 :** Rapport de transmission entre la vitesse du moteur et la vitesse du rotor principal

On cherche le rapport :  $r_1 = \frac{\text{vitesse de rotation du rotor principal}}{\text{vitesse de rotation du moteur}} < 1$ . Il est donné par :

$$r_1 = \frac{D_2 Z_1}{D_1 Z_{zp}}$$

$D_1$  : diamètre de la poulie 1.

$D_2$  : diamètre de la poulie 2.

$Z_{zp}$  : nombre de dents du pignon conique arbre rotor.

$Z_1$  : nombre de dents du pignon conique 1 arbre queue.

Application numérique :

$$r_1 = \frac{100}{400} \frac{1}{2,43} = \frac{1}{4,2,43} = \frac{1}{9,72} = \frac{1}{10-0,28} = \frac{1}{10} \frac{1}{1-0,028} = 0,1 \cdot (1+0,028) = 0,1+0,0028 \Rightarrow$$

$$r_1 = 0,103 \text{ (sans unités)}$$

**Question 20 :** Rapport de transmission entre la vitesse du moteur et la vitesse du rotor arrière

On cherche le rapport :  $r_2 = \frac{\text{vitesse de rotation du rotor arrière}}{\text{vitesse de rotation du moteur}} < 1$ . Il est donné par :

$$r_2 = \frac{D_2 Z_{ra}}{D_1 Z_2}$$

$D_1$  : diamètre de la poulie 1.

$D_2$  : diamètre de la poulie 2.

$Z_{ra}$  : nombre de dents du pignon conique rotor arrière.

$Z_2$  : nombre de dents du pignon conique 2 arbre queue.

Application numérique :

$$r_2 = \frac{100}{400} \frac{58}{20} = \frac{1}{4} \cdot \frac{58}{20} = \frac{7,25}{10} \Rightarrow r_2 = 0,725 \text{ (sans unités)}$$

Calcul des vitesses de rotation :

La vitesse de rotation du rotor principal est donnée par :  $\omega_{\text{rotor principal}} = r_1 \cdot \omega_{\text{moteur Maxi}}$

La vitesse de rotation du rotor arrière est donnée par :  $\omega_{\text{rotor arrière}} = r_2 \cdot \omega_{\text{moteur Maxi}}$

Applications numériques :

La fréquence de rotation maximale du moteur est  $N_{m \text{ Maxi}} = 5300 \text{ tr/min}$  (Document ressource III).

Par conséquent, la vitesse de rotation maximale du moteur est :  $\omega_{\text{moteur Maxi}} \approx 530 \text{ rad/s}$

$$\omega_{\text{rotor principal}} = 0,103 \cdot 530 \Rightarrow \omega_{\text{rotor principal}} \approx 54,6 \text{ rad/s} \text{ d'où : } N_{\text{rotor principal}} = 5460 \text{ tr/min}$$

$$\omega_{\text{rotor arrière}} = 0,725 \cdot 530 \Rightarrow \omega_{\text{rotor arrière}} \approx 384 \text{ rad/s} \text{ d'où : } N_{\text{rotor arrière}} = 3840 \text{ tr/min}$$

## B. Analyse technologique des solutions constructives

**Question 21 :** Décrire et commenter la solution technologique pour la liaison entre les pièces 9 et 20.

La liaison équivalente entre les pièces 9 et 20 est une liaison glissière.

La solution pour le guidage en translation rectiligne est une solution à deux zones de contact cylindre-cylindre :

- Contact 9-20 par l'intermédiaire d'une bague lisse 16
- Contact {9 ;18 ;15 ;19}-20 qui réalise un arrêt en rotation.

La solution par bague lisse est adaptée car la pression de contact est modérée et la vitesse de glissement faible.

**Question 22 :** Identifier les erreurs et les éléments manquants pour la transmission de puissance entre 9 et 2 et le guidage en rotation de ces arbres.

Il manque la cotation fonctionnelle (jeux axiaux et ajustements entre les pièces).

### Guidage en rotation 2-3 :

Montage de roulement à une rangée de billes à contact oblique de type X. Les efforts appliqués à l'arbre se situent à l'extérieur des centres de rotulage et distance entre les roulements est faible (par rapport à leur diamètre moyen), un montage en O est plus indiqué dans ce cas.

Pour le montage en X proposé dans le sujet, il manque un chapeau centré permettant d'exercer un effort de pré-charge sur la bague extérieure du roulement 4 (ou 5) ainsi qu'une cale de réglage de cette pré-charge.

### Assemblage 6-2 :

La solution utilisée pour cet assemblage semble être du frettage. On peut envisager une solution de transmission de puissance par obstacle : clavette, arrêt axial par épaulement et par rondelle et une vis en bout d'arbre. Cette solution permettrait un démontage plus facile pour les phases de maintenance (démontage du roulement 5).

### Guidage en rotation 9-3 :

Montage de roulement à billes à contact oblique de type O. On peut faire l'hypothèse que l'effort prépondérant sur l'arbre 9 est engendré par l'engrènement avec la roue dentée 6. L'effort appliqué à l'arbre se situe à l'intérieur des centres de rotulage, un montage en X est plus indiqué dans ce cas.

Dans la solution proposée il manque :

- Les arrêts axiaux sur les bagues extérieures des roulements 8 et 11 (coté intérieur du palier).
- La cale de réglage de la précontrainte axiale du montage.
- Un jeu fonctionnel entre les bagues extérieures (coté extérieur du palier) et les chapeaux 7 et 25.

### Assemblage 9-10 :

La solution dessinée n'est pas montable. Il faut réduire le diamètre de l'arbre sous le roulement 8.

La solution utilisée pour cet assemblage semble être du frettage. Une solution par obstacle pourrait également être envisagée pour faciliter le démontage. Il faut une cale de réglage de la position axiale du pignon par rapport à la roue dentée.

**Question 23 :** Sur le calque réponse, proposer de nouvelles solutions qui corrigent les erreurs identifiées à la question précédente.

Voir calque.

**Question 24 :** Donner et justifier le type de roulement utilisés pour le guidage en rotation de l'arbre d'entrée 2.

Type de roulements : Roulements à une rangée de billes à contact oblique.

### Justification du choix :

L'engrènement entre le pignon et de la roue conique induit des efforts axiaux importants.

La fréquence de rotation de l'arbre 2 est élevée (3800tr/min max pour l'arbre 9 d'après le

Document Ressource IV  $\rightarrow N_2 = \frac{Z_{10}}{Z_6} N_9 = \frac{20}{58} 3800 = \frac{38}{29} 1000 \approx 1310\text{tr/min}$  pour l'arbre 2).

Les contacts obliques permettent d'annuler le jeu axial dans le montage et les jeux radiaux sur chaque roulement. La précision du guidage ne dépend que des efforts appliqués à l'arbre et de la rigidité des roulements.

Ces types de roulements supportent tous les types de charges mais uniquement les charges axiales dans un seul sens. Ils doivent être montés par paire et en opposition.

## **IV. Etude de la solution « électrique »**

A. Choix de moteurs et calcul d'un critère d'autonomie de l'appareil

**Question 25 :** Choix de moteurs.

On impose pour la puissance :  $P_{\text{moteur}} = 2P_{\text{induite}}$  pour une fréquence de rotation du moteur :

$$N_{\text{moteur}} = 1800\text{tr/min}$$

D'après le document V, la puissance induite  $P$  est donnée par :  $P = F.V_i$

$F$  : Poussée du rotor donnée par la relation :  $F = 2\rho S V_i^2$

$V_i$  : Vitesse moyenne de l'air au travers du rotor. On donne la valeur de  $8\text{m/s}$  pour la vitesse induite.

On en déduit que :  $P = 2\rho S V_i^3$  d'où :  $P_{\text{moteur}} = 2(2\rho S) V_i^3$ .

### Application numérique :

On a :  $2\rho S = 100$  (donnée Question 3).

$$P_{\text{moteur}} = 2(100)8^3 = 2(100)(2^3)^3 = 2(100)2^9 = (100)2^{10} = 100.1024 \Rightarrow \boxed{P_{\text{moteur}} = 102.10^3\text{W}}$$

D'après le Document Ressource XIII.

Moteur	Puissance en kW à $N=1800tr/min$
1	$\approx 60$
2	$\approx 80$
3	$\approx 100$

Seul le moteur n°3 semble convenir.

**Question 26 :** Calcul du courant maximum que les batteries doivent pouvoir assurer, à puissance maximale développée par le moteur choisi à la vitesse nominale ?

En tenant compte du rendement  $\eta$  du moteur et de son électronique de puissance, on peut écrire :  $P_{moteur} = \eta P_{batterie} = \eta UI$  où  $U$  est la tension aux bornes de la batterie et  $I$  l'intensité du courant qu'elle fournit.

On en déduit que :

$$I = \frac{P_{moteur}}{\eta U}$$

Application numérique :

$$I \approx \frac{100 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 600} = \frac{10^3}{4,8} = \frac{100 \cdot 10^2}{48} = \frac{100}{96} \cdot 2 \cdot 10^2 = \frac{100}{100-4} \cdot 2 \cdot 10^2 = (1-0,04)^{-1} \cdot 2 \cdot 10^2 \approx (1+0,04) \cdot 2 \cdot 10^2$$

$$\Rightarrow I \approx 200 + 8 \Rightarrow \boxed{I \approx 208A}$$

**Question 27 :** Calcul de l'autonomie de l'appareil en tenant compte seulement de la puissance induite du rotor principal en vol stationnaire.

Si on a  $P_{moteur} = 2 \cdot P_{induite} = \eta P_{batterie}$  et que l'énergie délivrée par la batterie pendant la durée du vol  $\Delta t$  est donnée par :  $E = P_{batterie} \cdot \Delta t = \frac{2 \cdot P_{induite}}{\eta} \Delta t$ .

Cette énergie stockée dans la batterie peut s'exprimer en fonction de l'énergie massique de la batterie  $w_b$  et la masse de la batterie  $m_b$  :  $E = w_b \cdot m_b$

On en déduit que :  $\frac{2 \cdot P_{induite}}{\eta} \Delta t = w_b \cdot m_b \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\eta \cdot w_b \cdot m_b}{2 \cdot P_{induite}}}$

Application numérique :

D'après le document ressource XII, on a :  $w_b = 141 Wh/kg$  pour l'énergie spécifique de la batterie. La masse de batterie est de :  $m_b = 200 kg$ . La puissance induite est  $P_{induite} = 51 \cdot 10^3 W$

$$\Delta t = \frac{0,8 \cdot 141 \cdot 200}{2 \cdot 51 \cdot 10^3} = \frac{8 \cdot 141 \cdot 20}{2 \cdot 51 \cdot 10^3} = \frac{8 \cdot 47 \cdot 20}{2 \cdot 17 \cdot 10^3} = \frac{8 \cdot 47 \cdot 2}{2 \cdot 17 \cdot 10^2} = \frac{16 \cdot 47}{2 \cdot (16+1) \cdot 10^2} = \frac{16 \cdot 47}{16 \cdot \left(1 + \frac{1}{16}\right) \cdot 2 \cdot 10^2}$$

$$\Delta t \approx \frac{47}{2} \left(1 - \frac{1}{16}\right) 10^{-2} \approx \left(47 - \frac{47}{16}\right) \frac{10^{-2}}{2} \approx \left(47 - \frac{48}{16}\right) \frac{10^{-2}}{2} \approx \frac{(47-3)}{2} 10^{-2} \Rightarrow \boxed{\Delta t \approx 0,22h = 13,2 min}$$

Cette durée est de 13,2 min à la puissance maximale.

B. Optimisation de l'autonomie de l'appareil électrique, motorisation et capteurs

**Question 28 :** Expression de  $c_1$  et  $c_2$ .

On donne la forme de l'expression de l'autonomie exprimée en secondes :

$$A(s) = c_1 \frac{m_b}{(c_2 + m_b)^{3/2}}$$

D'après la question 27, on a :

$$A(s) = \frac{\eta \cdot w_b \cdot m_b}{2 \cdot P_{\text{induite}}}$$

D'après la question 3, on a :  $P_{\text{induite}} = \frac{1}{\sqrt{2\rho S}} (M_t g)^{3/2}$  avec :  $M_t = M_s + m_b$

$M_t$  : masse totale de l'hélicoptère.  $M_s$  : masse de la structure + charge sans la batterie.

$$\text{D'où : } A(s) = \frac{\eta \cdot w_b \cdot m_b}{2 \frac{1}{\sqrt{2\rho S}} ((M_s + m_b) g)^{3/2}} = \frac{\eta \cdot w_b \sqrt{2\rho S}}{2 \cdot g^{3/2}} \frac{m_b}{(M_s + m_b)^{3/2}}$$

$$\text{On en déduit que : } \boxed{c_1 = \frac{\eta \cdot w_b \sqrt{2\rho S}}{2 \cdot g^{3/2}}} \text{ et que : } \boxed{c_2 = M_s}$$

**Question 29 :** Recherche de la masse optimale de la batterie.

On cherche à obtenir une autonomie  $A$  maximale en faisant varier la masse  $m_b$  de la batterie. Il faut étudier les variations de la fonction  $A(m_b)$  en fonction de  $m_b$ .

$$A(m_b) = c_1 \frac{m_b}{(c_2 + m_b)^{3/2}} = \frac{c_1}{c_2^{3/2}} \frac{m_b}{\left(1 + \frac{m_b}{c_2}\right)^{3/2}} = \frac{c_1}{c_2^{1+\frac{1}{2}}} \frac{m_b}{\left(1 + \frac{m_b}{c_2}\right)^{3/2}} = \frac{c_1}{c_2^{\frac{1}{2}}} \frac{\frac{m_b}{c_2}}{\left(1 + \frac{m_b}{c_2}\right)^{3/2}}$$

On pose :  $x = \frac{m_b}{c_2}$ . On obtient :  $A(m_b) = \frac{c_1}{c_2^{\frac{1}{2}}} f(x)$  avec  $f(x) = \frac{x}{(1+x)^{3/2}}$  avec  $x \geq 0$

Les variations de  $A$  sont identiques à celles de  $f$ .

Calcul de  $f'$  :

$$f'(x) = \frac{(x)'}{(1+x)^{3/2}} - x \cdot \frac{3}{2} (1+x)^{-\frac{3}{2}-1} (1+x)' = \frac{1}{(1+x)^{3/2}} - \frac{3}{2} x (1+x)^{-\frac{5}{2}} = \frac{1}{(1+x)^{3/2}} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{x}{1+x}\right)$$

$$\text{Qui est du signe de : } g(x) = 1 - \frac{3}{2} \frac{x}{1+x} = \frac{2(1+x) - 3x}{2(1+x)} = \frac{2+2x-3x}{2(1+x)} = \frac{2-x}{2(1+x)}$$

La fonction  $g$  et par conséquent la fonction  $f'$ , s'annule pour  $x=2$ .

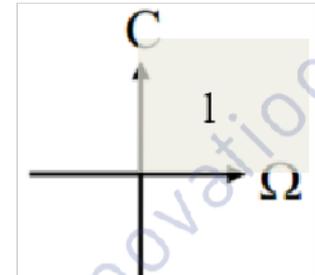
La fonction  $f'$  est du signe de  $(2-x)$ . Elle est donc positive pour  $x < 2$  et négative pour  $x > 2$ . La valeur  $x=2$  correspond à un maximum de  $g$ .

La masse optimale de la batterie est donc  $\boxed{m_b = 2M_s}$ .

D'après les données, on a une masse de l'ensemble structure + charge est de 150kg + 100kg soit 250kg. La masse de la batterie n'est pas optimale. Il faut que la masse de la batterie soit limitée à 125kg.

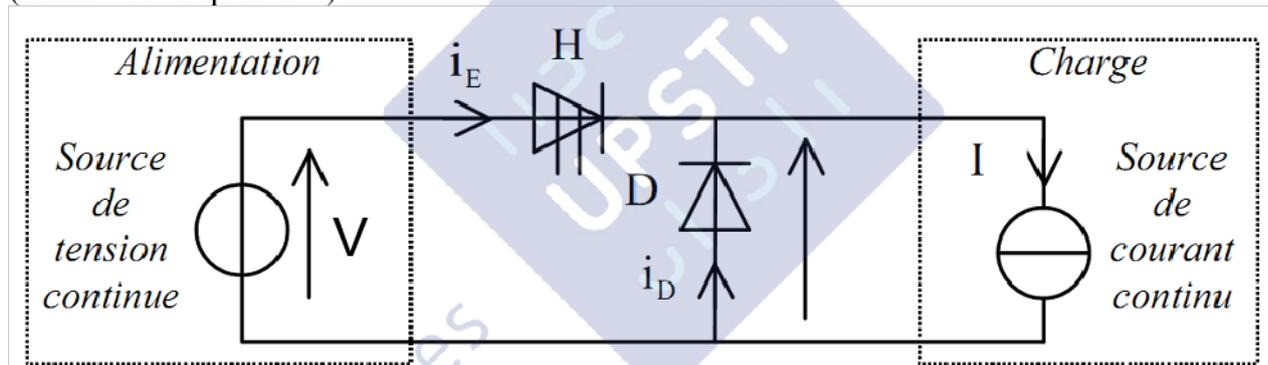
**Question 30 :** Préciser et décrire (schémas, relations, explications) le fonctionnement d'un hacheur adapté.

Dans cette application, on doit faire varier la vitesse de rotation du rotor mais le rotor tourne toujours dans le même sens. Il n'est pas nécessaire de freiner le rotor à l'aide du moteur car les forces aérodynamiques de trainée s'opposent au mouvement. La variation de vitesse peut être obtenue en faisant varier la moyenne de la tension d'alimentation du moteur.



Le moteur ne travaille que dans le premier quadrant, il faut choisir un hacheur abaisseur de tension (ou hacheur série) à un quadrant non réversible en courant. (Si l'on souhaite récupérer l'énergie cinétique du rotor au sol en phase d'arrêt, il faut utiliser un hacheur 4 quadrants).

Il peut être réalisé avec un interrupteur électronique commandé H et une diode D (commutation spontanée).



Modèle électrique d'un hacheur abaisseur de tension reliant une source de tension continue idéale à une charge modélisée par une source de courant idéale.

Le comportement du hacheur peut être idéalisé en utilisant un modèle à contact électrique dont l'état logique (ouvert ou fermé) est complémentaire à chaque instant.

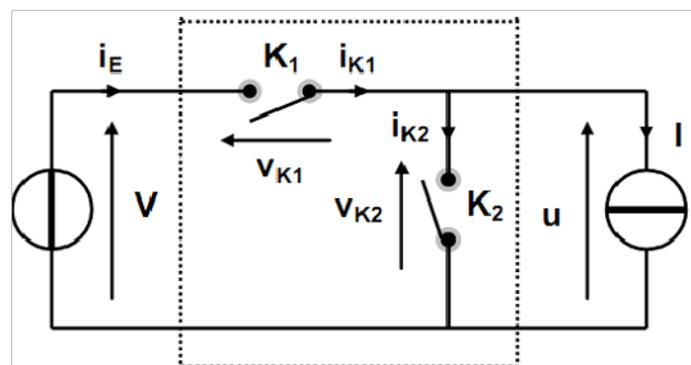
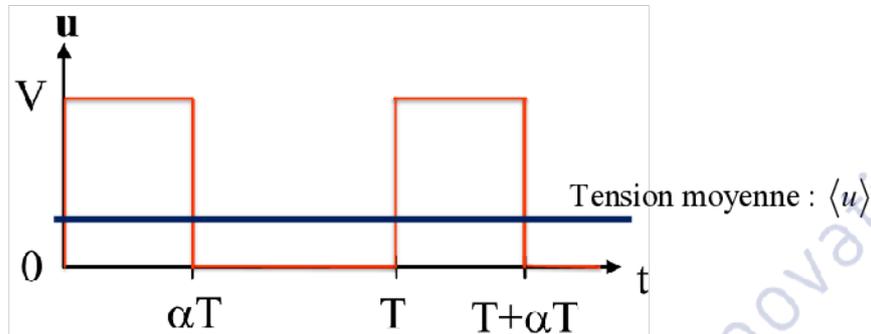


Schéma équivalent à contact du hacheur abaisseur de tension.

La variation de la moyenne de la tension d'alimentation  $\langle u \rangle$  du moteur est obtenue par hachage d'une tension continue  $V$  en faisant varier le rapport cyclique  $\alpha$  de 0 à 1 :

$$\langle u \rangle = (1 - \alpha)V.$$


Evolution de la tension  $u$  d'alimentation du moteur en fonction du temps.

**Question 31 :** Nombre et type d'entrée du circuit électronique de traitement du codeur incrémental. Décrire le fonctionnement de ce type de capteur.

Ce type de capteur délivre des signaux logiques qui changent d'état logique à chaque incrément angulaire.

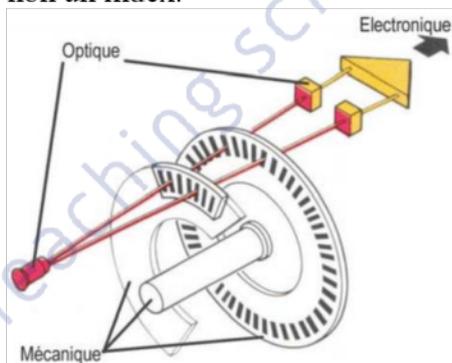
On souhaite mesurer la norme de la vitesse de rotation du moteur car il tourne toujours dans le même sens. Une seule entrée logique est nécessaire pour obtenir cette information par traitement de comptage du nombre de changement d'état  $N$  pendant une durée  $T$ . Chaque changement d'état correspond à un déplacement angulaire élémentaire  $\delta\theta$ . La fréquence de rotation  $f$  est obtenue par la relation :

$$f = \frac{\text{Nombre de changement d'état}}{T} N$$

La valeur de  $\delta\theta$  permet d'en déduire la vitesse de rotation.

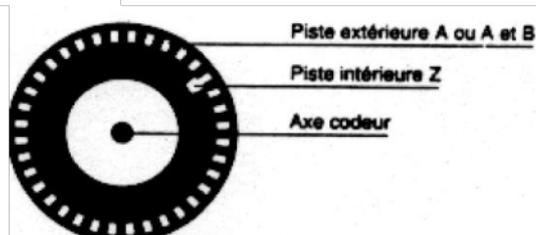
Fonctionnement :

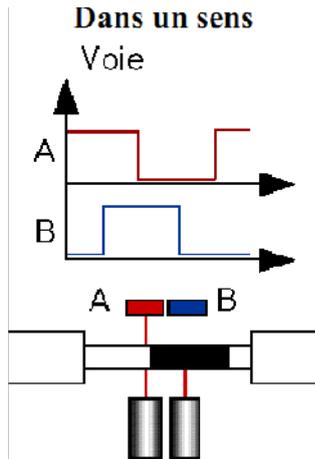
**Un capteur ou codeur incrémental** est constitué d'un disque comportant 1 à 2 voies, avec ou non un index.



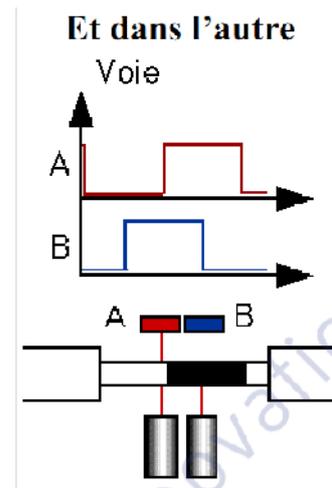
Le disque est lié à l'arbre tournant dont on souhaite avoir la position ou la vitesse. D'un côté du disque se trouvent des diodes électroluminescentes et de l'autre, des phototransistors, ces constituants étant fixes. On a un couple de diode et phototransistor par voie.

Chaque voie du disque, excepté l'index, possède des zones alternativement opaques et transparentes.





**Détection du sens de rotation :**  
Le codeur incrémental est un capteur relatif (on ne connaît pas le sens de rotation ni l'origine). La détermination du sens de rotation est effectuée en utilisant le signal issu de la deuxième voie, décalée d'un quart de période spatiale par rapport à la première voie. L'évolution des deux signaux est alors différente dans un sens par rapport à l'autre.



Le déphasage des signaux A et B permet de déterminer le sens de rotation :

- Dans un sens pendant le front montant du signal A, le signal B est à 0.
- Dans l'autre sens pendant le front montant du signal A, le signal B est à 1.

## V. Industrialisation du *Barillet* de commande du rotor arrière

### A. Analyse des spécifications

**Question 32 :** Décrire les fonctions et les sollicitations principales de cette pièce.

La pièce est un écrou dans un système vis-écrou.

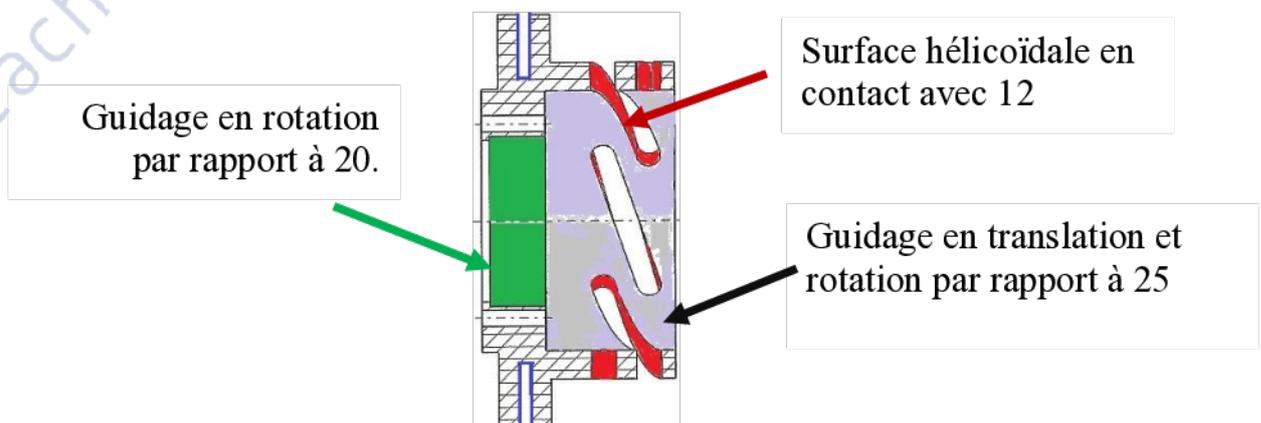
Fonctions :

- Réaliser la liaison hélicoïdale avec le chapeau 25 par l'intermédiaire des 6 goujons 12.
- Assurer la coaxialité entre la liaison hélicoïdale 13-25 et le guidage en rotation 13-20.
- Transmettre les efforts de commande.

Sollicitations :

- Traction.
- Torsion.
- Compression sous les surfaces de contact.

**Question 33 :** Identification des surfaces de contact qui participent à la commande de l'inclinaison des pales du rotor arrière.



**Question 34 :** Justifier et expliquer la spécification  $\text{Ø } 42 \begin{smallmatrix} 0 \\ -0.025 \end{smallmatrix} \text{ (E)}$ .

C'est une spécification dimensionnelle qui concerne un alésage cylindrique (surface contenante). Toutes les dimensions locales doivent être inférieures à  $42\text{mm}$ . La surface doit contenir une surface enveloppe dans son état de maximum de matière (cylindrique de diamètre  $41,975\text{mm}$ ).

**Question 35 :** Renseigner les grilles GPS pour les spécifications suivantes :

$\text{Ø } 0.05$      $\text{Ø } 0.1 \text{ A B}$      $/ 0.05 \text{ A}$

**Spécification :**  $\text{Ø } 0.05$

**Type de spécification :** Forme : Cylindricité.

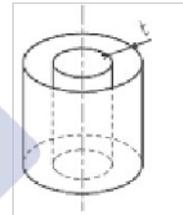
**Éléments non idéaux :**

**Élément(s) tolérancé(s) :** Unique.  
Surface nominale cylindrique.

**Éléments idéaux :**

**Zone de tolérance :** Simple.

Volume limité par deux cylindres coaxiaux de différence de rayon  $t=0,05\text{mm}$



**Spécification :**  $\text{Ø } 0.1 \text{ A B}$

**Type de spécification :** Position : Localisation.

**Éléments non idéaux :**

**Élément(s) tolérancé(s) :** Groupe.  
6 axes réels de surfaces réputées cylindriques.

**Éléments de référence :** Multiples.  
Surface réputée cylindrique A et surface réputée plane B.

**Éléments idéaux :**

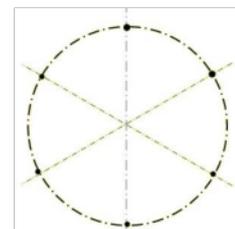
**Référence(s) spécifiée(s) :** Système.

Droite A : Axe du cylindre tangent du côté libre matière minimisant le critère min-max.

Plan B : Normal à la droite A minimisant le critère min-max et tangent extérieur matière

**Zone de tolérance :** Composée.  
6 cylindres de  $\phi = 0,1\text{mm}$ .

**Contraintes :** Les axes sont parallèles à A et sont positionnés sur un cylindre de diamètre  $48\text{mm}$  et dans 3 plans qui contiennent l'axe A et inclinés successivement de  $60^\circ$  tel que représenté sur la figure.



Spécification :  $\boxed{\text{ / } | 0.05 | A }$

Type de spécification : Battement : Battement simple axial.

Eléments non idéaux :

Elément(s) tolérancé(s) : Unique.

Toutes les lignes réelles appartenant à l'intersection d'une surface réputée plane et des surfaces cylindriques d'axe la droite de référence spécifiée A.

Eléments de référence : Unique.

Surface réputée cylindrique A.

Eléments idéaux :

Référence(s) spécifiée(s) : Système.

Droite A : Axe du cylindre tangent du côté libre matière minimisant le critère min-max.

Zone de tolérance : Simple.

Surface cylindrique limitée par deux cercles distants de  $0,05 \text{ mm}$ ,

Contraintes : La surface cylindrique est d'axe la droite de référence A.

Remarque : Le décodage de cette spécification ne tient pas compte du fait que la flèche permettant de définir l'élément tolérancé est dans le prolongement de la cote dimensionnelle valeur nominale 2.



B. Analyse du matériau

Question 36 : Indiquer le type de matériau du *Barillet*. Conclure sur la pertinence du choix du matériau.

Le matériau est de l'ABS. C'est un matériau de type polymère.

C'est une matière plastique (polymère + charge + adjuvant) thermoplastique.

Pour une application aéronautique, il est intéressant d'avoir une faible masse volumique afin de diminuer la masse de la pièce.

D'après le document ressource XIV, la pression maximale admissible au contact est de  $5 \text{ MPa}$ . La pression de contact entre le goujon d'actionnement et la Barillet est de  $20 \text{ MPa}$ . Le matériau choisit ne peut pas convenir. Il faut :

- Soit changer le matériau (Alliage d'aluminium : compromis pression admissible/masse volumique).
- Soit modifier la solution technologique (Pression de Hertz plus faible  $\rightarrow$  Rayon du goujon plus grand. Solution par contact surfacique).

C. Analyse des procédés de fabrication

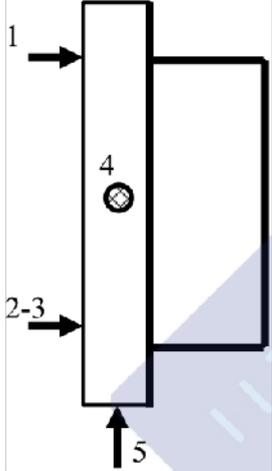
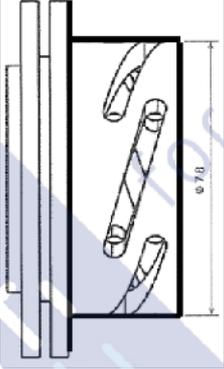
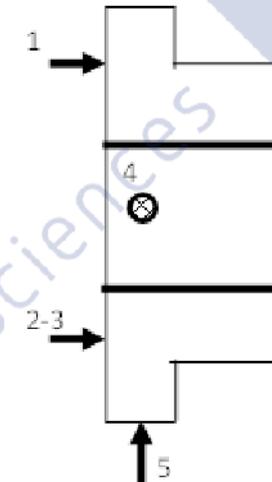
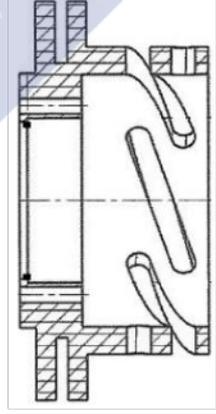
**Question 37 :** Afin d'usiner toutes les surfaces du Barillet, donner, en vous appuyant sur des schémas si nécessaires, les différentes phases de la gamme générale de fabrication avec :

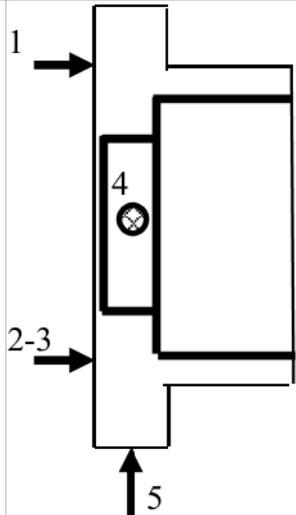
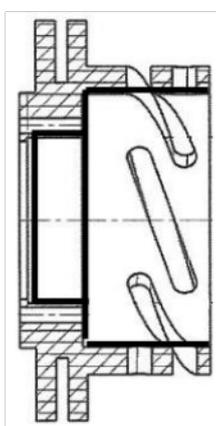
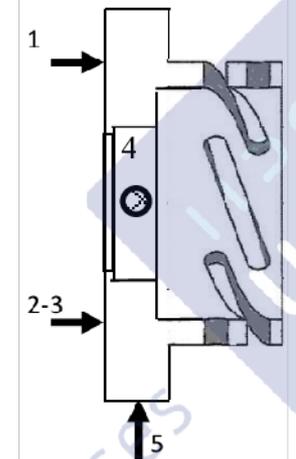
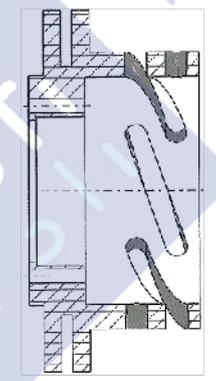
- La mise en position de la pièce pour chacune des phases,
- Les surfaces usinées pour chacune des phases en mentionnant les mouvements cinématiques du tour sollicités pour chacune des surfaces.

Phase 10 : Débit du brut. Lopin cylindrique : diamètre 110mm et longueur 50mm.

Phase 20 :

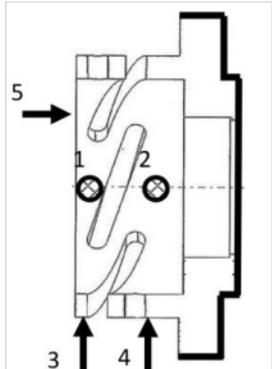
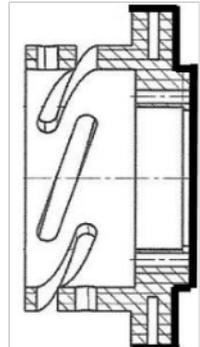
Mise en position : appui plan (1, 2, 3) et centrage court (4, 5).

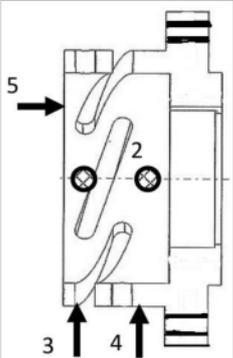
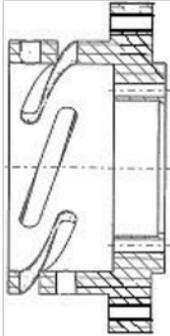
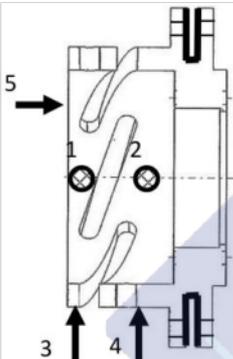
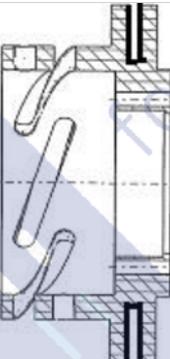
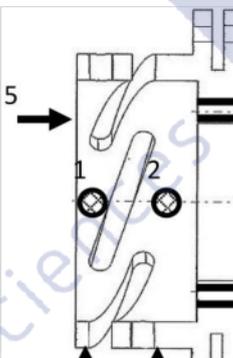
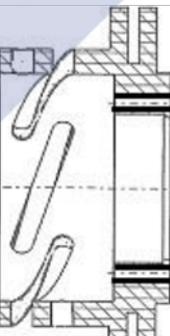
Opération	Surface(s) usinée(s)	Identification sur le dessin de définition	Mouvements
Dressage – Chariotage sur le diamètre 78mm.			X et Z.
Perçage diamètre 40mm.			Z

Opération	Surface(s) usinée(s)	Identification sur le dessin de définition	Mouvements
Dressage – Chariotage intérieur des alésages de diamètre 42mm et 64mm.			X et Z.
Rainurage : 6 rainures hélicoïdales.			C et Z combinés. Porte outil tournant dans la direction radiale X.

Phase 30 :

Mise en position : centrage long (1, 2, 3, 4) et butée (5).

Opération	Surface(s) usinée(s)	Identification sur le dessin de définition	Mouvements
Chariotage dressage.			X et Z

Opération	Surface(s) usinée(s)	Identification sur le dessin de définition	Mouvements
Perçage et alésage 4 trous de diamètre 6mm.			X et C pour le positionnement et Z pour l'usinage.
Rainurage.			X
Perçage et alésage 6 trous de diamètre 4mm (H9).			X et C pour le positionnement et Z pour l'usinage.

**Question 38 :** Suite à l'usinage de la surface A, on procède à son contrôle grâce à un palpeur à contact qui fournit un nuage de points de la surface. Donner les étapes de calcul à réaliser pour le contrôle de la spécification de cylindricité  $\sqrt{R} \begin{matrix} \text{A} \\ \text{0.01} \end{matrix}$  à partir du nuage de points.

Détermination des paramètres de la surface extraite : (Rayon ; Position et orientation de l'axe) par la méthode des moindres carrés. Cette surface est appelée cylindre de référence aux moindres carrés.

Calcul de la liste des écarts de radiaux (écarts locaux de cylindricité) entre les points mesurés et la surface cylindrique.

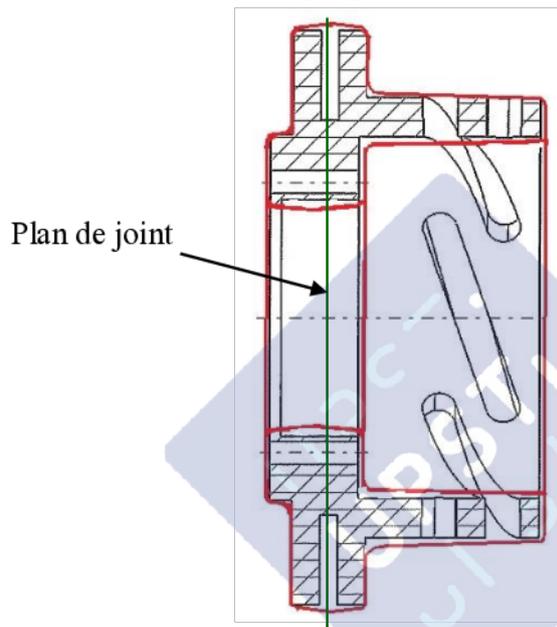
Recherche du minimum et du maximum de la liste des écarts. On peut évaluer le défaut de forme en calculant la différence entre le maximum et le minimum.

#### D. Analyse technico-économique des procédés d'obtention

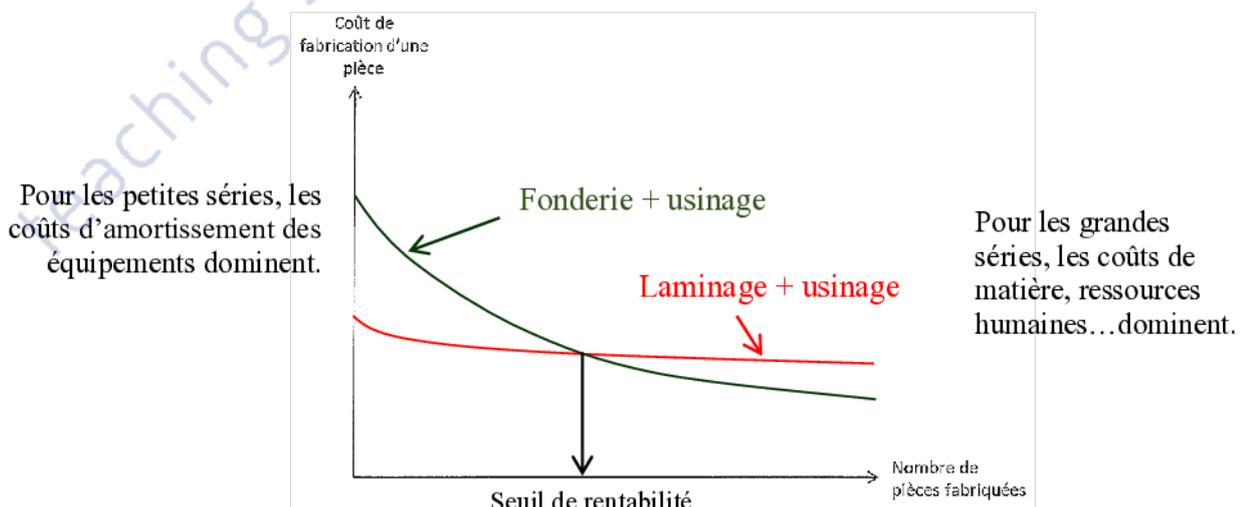
**Question 39 :** Tracer, sur le document, ce que peut être la géométrie du brut de fonderie pour l'obtention de cette pièce afin de minimiser le volume de matière à usiner. Indiquer les éléments et modifications de géométrie notable, ainsi que la raison de leur présence.

Les surfaces normales au plan de joint comportent une dépouille pour permettre d'extraire la pièce du moule métallique.

Les angles vifs sont remplacés par des congés de raccordement pour ne pas générer d'écoulement turbulent et pour éviter la formation de criques (fissures) lors du refroidissement.



**Question 40 :** Représenter graphiquement et qualitativement, avec deux couleurs différentes, l'évolution du prix de fabrication d'une pièce en fonction du nombre de pièces fabriquées (i.e. de la série fabriquée). Argumenter les courbes en analysant les coûts d'amortissement des équipements, les coûts des ressources humaines pour chacune des alternatives : laminage + usinage et fonderie + usinage.



Modèle :

Pour comparer le coût unitaire les deux processus, on peut le décomposer en une part fixe et une part variable. L'analyse des coûts qui est présentée n'est pas exhaustive.

$$C \simeq \underbrace{\frac{m.c_m}{(1-f)} + \frac{1}{\dot{n}} \left( \frac{C_c}{L.t_{wo}} + C_{oh} \right)}_{\text{Part fixe}} + \underbrace{\frac{C_t}{n}}_{\text{Part variable}}$$

Pour la part fixe :

La matière :

$c_m$  : Coût massique du matériau.

$f$  : Fraction massique du matériau perdu par le processus de fabrication.

Les équipements :

$C_c$  : Coût d'équipement.

$t_{wo}$  : Durée d'amortissement.

$L$  : Fraction du temps effectif de production.

$\dot{n}$  : Taux horaire de fabrication.

La main d'œuvre, l'énergie :

$C_{oh}$  : Coût horaire.

Pour la part variable :

$C_t$  : Coût de l'outillage (moules, outils...) pour le développement et la fabrication.

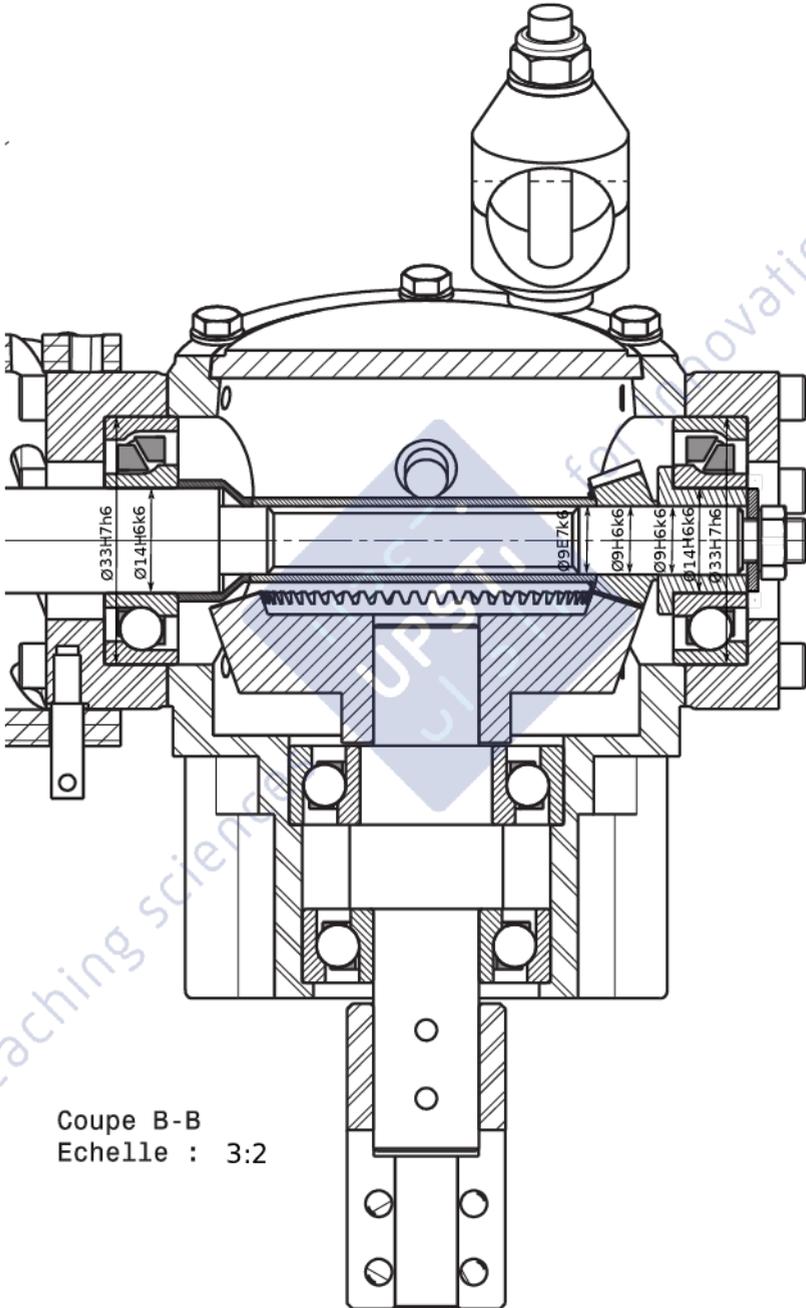
$n$  : Nombre de pièces fabriquées.

Comparaison :

Coût	Fonderie + usinage	Laminage + usinage
Matière	+	-
Usinage	-	+
Outillage	+	-

« + » : augmentation du coût. « - » : diminution du coût.

La matière à enlever par usinage est moins importante pour une solution moulée. Cela réduit le temps d'usinage, le nombre d'outils de coupe...



Coupe B-B  
Echelle : 3:2