

Proposition de corrigé

Concours : Banque PT

Année : 2018

Filière : PT

Épreuve : Sciences Industrielles A

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

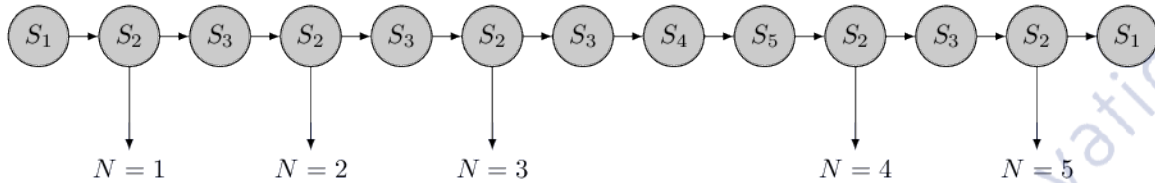
L'équipe UPSTI

Correction de l'épreuve SIA Banque PT UPSTI

1 Fonction Show-room : étude du dimensionnement

1.1 Fonction Show-room

Question 1.



1.2 Dimensionnement de la motorisation de l'escamotage/relevage du module cloche, de l'amortisseur de chocs de la glissière

Question 2.

À l'aide du profil proposé, on a :

$$r_{cc} \left(N_{MSAP_max} \frac{2\pi}{60} \right) t_e = x_{c_max}$$

on trouve donc :

$$\begin{aligned} r_{cc} &\approx \frac{x_{c_max}}{N_{MSAP_max} \frac{2\pi}{60} t_e} \\ &\approx \frac{400 \cdot 10^{-3}}{0,9 \cdot 3000 \cdot \frac{2\pi}{60}} \\ &\approx \frac{0,4}{0,8 \cdot 300} \end{aligned}$$

Finalement :

$$r_{cc} \approx 0,0016 \text{ m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Le concepteur a choisi la valeur $r_{cc} = 0,002 \text{ m} \cdot \text{rad}^{-1}$ afin d'assurer que la distance soit complètement parcourue.

i Si on tient compte de la flexibilité donné dans le cahier des charges, on a $t_{c_max} = 0,8 + 0,1 = 0,9s$, si on refait le calcul, on trouve $r_{cc} = 0,0014 \text{ m} \cdot \text{rad}^{-1}$

Question 3.

Si on choisit de ne pas utiliser de réducteur, alors il faudrait un rayon primitif du pignon associé à la crémaillère égale à r_{cc} . Cela semble « technologiquement complexe » d'obtenir un pignon de rayon de 2mm.

Question 4.

On a :

$$\begin{aligned} r_{cc} &= 0,002 \\ &= \underbrace{\quad}_{\text{rapport de réduction}} \cdot \underbrace{\quad}_{\text{rayon primitif}} \end{aligned}$$

On peut donc calculer le rapport de réduction adéquat en réalisant l'application numérique :

$$r_1 = \frac{r_{cc}}{R_p} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{10}$$

On choisit dans la gamme des réducteurs un ratio de 10.

Question 5.

Il est possible d'écrire l'expression de l'accélération maximale de l'objet en regardant la phase d'accélération ou de décélération ($i = [1\&3]$) :

$$|a_{objet_max}| = \frac{\Omega_{MSAP_max}}{t_i} \cdot r_{cc}$$

On trouve donc :

$$t_i = t_3 = t_1 = \frac{\Omega_{MSAP_max} r_{cc}}{|a_{objet_max}|} = \frac{300 \cdot 0,002}{9} \approx 0,067 \text{ s}$$

Pour déterminer t_2 , il est possible de donner l'expression du déplacement total par lecture de l'aire sous la courbe :

$$x_{cmax} = \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_2)\Omega_{MSAP_max} r_{cc}}{2}$$

$$x_{cmax} = (t_2 + t_1)\Omega_{MSAP_max} r_{cc}$$

Finalement :

$$t_2 = \frac{x_{cmax}}{\Omega_{MSAP_max} r_{cc}} - t_1 \approx \frac{0,4}{300 \cdot 0,002} - 0,067 \approx 0,6 \text{ s}$$

Question 6.

Le temps total d'escamotage est égal à :

$$t_e = t_1 + t_2 + t_3 \approx 0,73 \text{ s} < 0,8 \text{ s}$$

Le cahier des charges est donc respecté.

Question 7.

En étudiant l'aire sous la courbe pour la zone d'étude de relevage du module cloche, on peut exprimer la distance parcourue maximale :

$$x_{cmax} = \frac{(t_5 + t_6)\Omega_{MSAP_max} r_{cc}}{2}$$

Il est donc possible d'en déduire la valeur de Ω_{MSAP_max} :

$$\Omega_{MSAP_max} = \frac{2 x_{cmax}}{r_{cc} (t_5 + t_6)} = 200 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Question 8.

En isolant le disque d'embrayage, on obtient :

$$\begin{aligned} N &= \left[\int_S (p_{rc} dS \vec{e}_z + \underbrace{f p_{rc} dS \vec{e}_\theta}_{\text{À la limite du glissement}}) \right] \cdot \vec{e}_z \\ &= \int_S (p_{rc} r dr d\theta) \\ &= p_{rc} \int_0^{2\pi} (d\theta) \int_{r_{int}}^{r_{ext}} (r dr) \\ &= 2\pi p_{rc} \left[\frac{r^2}{2} \right]_{r_{int}}^{r_{ext}} \\ &= \pi p_{rc} (r_{ext}^2 - r_{int}^2) \end{aligned}$$

Finalement :

$$p_{rc} = \frac{N}{\pi (r_{ext}^2 - r_{int}^2)}$$

Pour rechercher le couple transmissible à la limite de l'adhérence, on peut le calculer directement :

$$\begin{aligned} C_{FMC_max} &= \left[\int_S (r \vec{e}_r \wedge (p_{rc} dS \vec{e}_z + f p_{rc} dS \vec{e}_\theta)) \right] \cdot \vec{e}_z \\ &= \int_S (f p_{rc} r^2 dr d\theta) \\ &= f p_{rc} \int_0^{2\pi} (d\theta) \int_{r_{int}}^{r_{ext}} (r^2 dr) \\ &= 2\pi f p_{rc} \left[\frac{r^3}{3} \right]_{r_{int}}^{r_{ext}} \\ &= \frac{2}{3} f p_{rc} \pi (r_{ext}^3 - r_{int}^3) \end{aligned}$$

En remplaçant p_{rc} par l'expression trouvée précédemment, on trouve :

$$C_{FMC_max} = \frac{2}{3} f N \frac{(r_{ext}^3 - r_{int}^3)}{(r_{ext}^2 - r_{int}^2)}$$

Question 9.

L'application numérique nous donne

$$C_{FMC_max} \approx 4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Cette dernière apporte une marge de sécurité par rapport au maintien du fabricant.

Question 10.

En lisant l'énoncé, il est important de noter que :

$$P = (m_{\text{objet}} + m_{\text{mc}}) g \quad \dot{x}_c = r_{cc} \Omega_{MSAP_max}$$

Pour un rendement unitaire, toute la puissance est transmise on a :

$$\frac{C_{P_max} \Omega_{MSAP_max}}{P \dot{x}_c} = \frac{C_{P_max} \Omega_{MSAP_max}}{P r_{cc} \Omega_{MSAP_max}} = 1$$

Finalement :

$$C_{P_max} = r_{cc} P = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Cette valeur respecte le cahier des charges.

Question 11.

En utilisant l'équivalence des énergies cinétiques, on écrit :

$$E_c = \frac{1}{2} M_{\text{total}} \cdot \underbrace{V^2}_{r_{cc} \Omega_{MSAP_max}^2} = \frac{1}{2} J_r \Omega_{MSAP_max}^2$$

Finalement :

$$J_r = (m_{\text{objet}} + m_{\text{mc}}) r_{cc}^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

i | Si on tient compte de l'inertie du rotor, on doit ajouter $0,3 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

Question 12.

En appliquant le théorème de l'énergie puissance à l'ensemble E en mouvement, on a :

$$\begin{aligned} \frac{dE_{E/\mathcal{R}_g}}{dt}(t) &= \mathcal{P}_{ext} + \mathcal{P}_{int} \\ \frac{d\left(\frac{1}{2}J_r\Omega_{MSAP}^2\right)}{dt}(t) &= C_{MSAP}\Omega_{MSAP} + C_{P_max}\Omega_{MSAP} \\ J_r\dot{\Omega}_{MSAP}\Omega_{MSAP} &= C_{MSAP}\Omega_{MSAP} + C_{P_max}\Omega_{MSAP} \\ C_{MSAP} &= J_r\dot{\Omega}_{MSAP} - C_{P_max} \end{aligned}$$

En calculant les différents points utiles, on peut donc tracer l'évolution de $C_{MSAP}(t)$ en calculant les points intéressants :

— pour $t \in [0; t_1]$:

$$\dot{\Omega}_{MSAP} = \frac{300}{0,2/3} \approx 4500 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2} \rightarrow C_{MSAP} = 200 \cdot 10^{-6} \cdot 4500 - 1 = -0,1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

— pour $t \in [(t_1 + t_2); (t_1 + t_2 + t_3)]$:

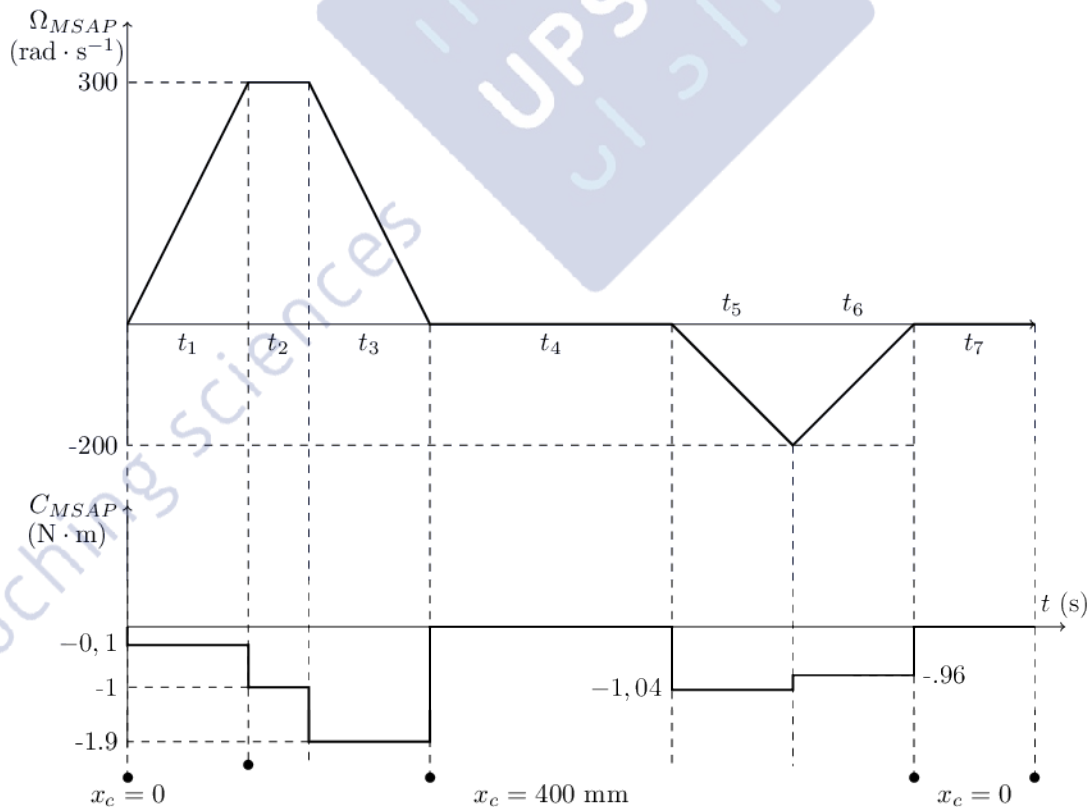
$$\dot{\Omega}_{MSAP} = \frac{-300}{0,2/3} \approx -4500 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2} \rightarrow C_{MSAP} = 200 \cdot 10^{-6} \cdot (-4500) - 1 = -1,9 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

— pour $t \in [(t_1 + t_2 + t_3 + t_4); (t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5)]$:

$$\dot{\Omega}_{MSAP} = \frac{200}{1} \approx -200 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2} \rightarrow C_{MSAP} = 200 \cdot 10^{-6} \cdot (-200) - 1 = -1,04 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

— pour $t \in [(t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5); (t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6)]$:

$$\dot{\Omega}_{MSAP} = \frac{-200}{1} \approx 200 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2} \rightarrow C_{MSAP} = 200 \cdot 10^{-6} \cdot (200) - 1 = -0,96 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$



Question 13.

On a :

$$C_{th1} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T C_{MSAP}^2(t) dt}$$

L'application numérique nous donne :

$$C_{th1} \approx 0,7 \text{ N} \cdot \text{m}$$



Cette application numérique n'est pas évidente à réaliser à la main d'autant que le résultat est très proche de la valeur limite du couple. Donc des arrondis un peu trop grossiers peuvent amener à des conclusions différentes.

Question 14.

Vérification de la validité du choix :

- couple maximale sur le cycle : $1,9 < 4$ ✓
- couple nominale égale au couple théorique ✓
- vitesse maximale : $6500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1} \approx 650 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} > 300 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ✓
- constante de temps thermique : $15 \text{ min} > 20 \times 5,5 \text{ s}$ ✓

Question 15.

Oui, tout est vérifié car C_{th2} est identique à C_{th1} et que $|C_{MSAP_max}| < 4 \text{ N} \cdot \text{m}$

Question 16.

En appliquant le PFD à l'élément tombant, il est possible de dire que

$$a = g \rightarrow v = a t \rightarrow x = \frac{1}{2} a t^2$$

On trouve donc la relation :

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a}}$$

En remplaçant dans l'équation de la vitesse de descente, on trouve :

$$v = a \sqrt{\frac{2x}{a}}$$

L'impact a lieu en $x = 0,4$, on trouve donc :

$$v_{impact} \approx 10 \sqrt{\frac{2 \cdot 0,4}{10}} \approx 2,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

1.3 Dimensionnement de l'amortisseur de chocs

Question 17.

On a donc :

$$E_c = \frac{1}{2} (m_{objet} + m_{mc}) v_{impact}^2 \approx 200 \text{ J}$$

Question 18.

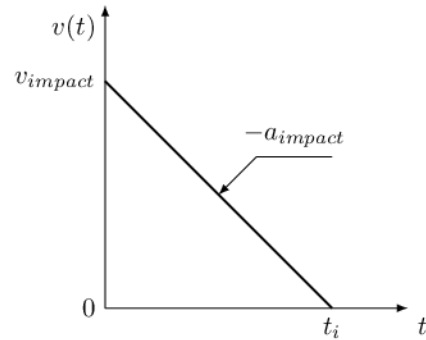
Le premier modèle (OEMXT 1.5Mx1) valide les différents critères.

Question 19.

L'évolution de la vitesse (son ralentissement) lors de l'amortissement peut être représenté comme ci-contre. Il est alors aisé d'exprimer l'évolution de $v(t)$:

$$v(t) = v_{\text{impact}} - a_{\text{impact}} t$$

avec : $\rightarrow v(t_i) = 0$
 $\rightarrow v_{\text{impact}} = a_{\text{impact}} t_i$



En terme de différence de position on a :

$$x(t_i) - x(0) = d_{\text{ep}} = \int_0^{t_i} (v(t) dt) = \frac{v_{\text{impact}} t_i}{2}$$

En combinant ces deux équations on trouve :

$$a_{\text{impact}} = \frac{v_{\text{impact}}^2}{2 d_{\text{ep}}} \approx 160 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Le cahier des charges n'est alors pas respecté.

1.4 Vérification de non arc-boutement

Question 20.

Il est important de relever le signe de chacun des éléments :

$$X_A > 0 \quad Y_A > 0 \quad X_B < 0 \quad Y_B > 0$$

À la limite du glissement, il est possible de dire que :

$$\begin{cases} Y_A = f X_A \\ \vec{Y}_A \wedge \vec{V}_{A,1/0} = \vec{0} \\ \vec{Y}_A \cdot \vec{V}_{A,1/0} \leq \vec{0} \end{cases} \quad \begin{cases} Y_B = -f X_B \\ \vec{Y}_B \wedge \vec{V}_{B,1/0} = \vec{0} \\ \vec{Y}_B \cdot \vec{V}_{B,1/0} \leq \vec{0} \end{cases}$$

Question 21.

En appliquant le principe fondamental de la statique sur la classe d'équivalence **1** et en ne travaillant qu'avec l'équation des moments en projection autour de \vec{z}_0 écrite en B , on trouve :

$$\begin{aligned} 0 &= [\vec{BG} \wedge (-F_g \vec{y}_0) + \vec{BA} \wedge (X_A \vec{x}_0 + Y_A \vec{y}_0)] \cdot \vec{z}_0 \\ 0 &= [(a-c) \vec{x}_0 + b \vec{y}_0 \wedge (-F_g \vec{y}_0) + (2a \vec{x}_0 + 2b \vec{y}_0) \wedge (X_A \vec{x}_0 + Y_A \vec{y}_0)] \cdot \vec{z}_0 \\ 0 &= F_g(c-a) + 2(aY_A - bX_A) \end{aligned}$$

En se plaçant à la limite du glissement ($Y_A = f X_A$), on trouve :

$$X_A = \frac{(a-c)}{2(a-f-b)} F_g \quad (1)$$

Question 22.

En appliquant le principe fondamental de la statique sur la classe d'équivalence **1** et en ne travaillant qu'avec l'équation des moments en projection autour de \vec{z}_0 écrite en A , on trouve :

$$\begin{aligned} 0 &= [\vec{AG} \wedge (-F_g \vec{y}_0) + \vec{AB} \wedge (X_B \vec{x}_0 + Y_B \vec{y}_0)] \cdot \vec{z}_0 \\ 0 &= [(-(a+c) \vec{x}_0 - b \vec{y}_0) \wedge (-F_g \vec{y}_0) - (2a \vec{x}_0 + 2b \vec{y}_0) \wedge (X_B \vec{x}_0 + Y_B \vec{y}_0)] \cdot \vec{z}_0 \\ 0 &= F_g(c+a) + 2(bX_B - aY_B) \end{aligned}$$

En se plaçant à la limite du glissement ($Y_B = f X_B$), on trouve :

$$X_B = \frac{-(a+c)}{2(a+f+b)} F_g \quad (2)$$

Question 23.

En appliquant le principe fondamental de la statique sur la classe d'équivalence **1** et en ne travaillant qu'avec l'équation des résultantes en projection sur \vec{y}_0 , on trouve :

$$\boxed{-F_g + Y_B + Y_A = 0} \quad (3)$$

Question 24.

Il est possible de développer l'équation (3) en se plaçant à la limite du glissement.

$$-F_g - f X_B + f X_A = 0$$

En utilisant par la suite les équations (1) et (2), il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned} 0 &= -F_g + f \left(\frac{(a+c)}{2(af+b)} F_g + \frac{(a-c)}{2(af-b)} F_g \right) \\ 1 &= f \frac{(a-c)(af+b) + (a+c)(af-b)}{2(af-b)(af+b)} \\ f(a^2 f + ab - caf - bc + a^2 f - ab + caf - bc) &= 2((af)^2 - b^2) \end{aligned}$$

On trouve finalement :

$$\boxed{f = \frac{b}{c}}$$

La condition de non arc-boutement est que c soit inférieur à $\frac{b}{f}$. Le calcul nous donne :

$$\boxed{\frac{b}{f} = \frac{50}{0,005} = 1000 \text{ mm} > c}$$

Le cahier des charges est respecté.

2 Stratégie d'alimentation de la motorisation d'escamotage/relevage de la cloche

2.1 Fonction de commande

Question 25.

On nous donne les relations suivantes : $u_{ac}(t) = V_{DC} m_{ac}(t)$ et $u_{bc}(t) = V_{DC} m_{bc}(t)$. La tension u_{ac} dépend des interrupteurs K_a, K'_a, K_c et K'_c . De même, La tension u_{bc} dépend des interrupteurs K_b, K'_b, K_c et K'_c . A partir d'une loi des mailles, on peut donc écrire les relations suivantes pour déterminer les processus rigides :

$$\boxed{R_1 : m_{ac}(t) = f_{c_a}(t) - f_{c_c}(t) \text{ et } R_2 : m_{bc}(t) = f_{c_b}(t) - f_{c_c}(t)}$$

Question 26.

Sachant que la MSAP est équilibrée, on a cette relation :

$$v_{an}(t) + v_{bn}(t) + v_{cn}(t) = 0 \quad (4)$$

En faisant une loi des mailles, nous obtenons également :

$$u_{ac}(t) = v_{an}(t) - v_{cn}(t) \quad (5)$$

et

$$u_{bc}(t) = v_{bn}(t) - v_{cn}(t) \quad (6)$$

En remplaçant dans l'équation (4), les expressions de $v_{an}(t)$ de l'équation (5) et $v_{bn}(t)$ de l'équation (6), on obtient :

$$u_{ac}(t) + v_{cn}(t) + u_{bc}(t) + v_{cn}(t) + v_{cn}(t) = 0$$

soit

$$R_7 : v_{cn}(t) = -\frac{1}{3}u_{ac}(t) - \frac{1}{3}u_{bc}(t)$$

En utilisant une stratégie similaire, on trouve :

$$R_6 : v_{bn}(t) = -\frac{1}{3}u_{ac}(t) + \frac{2}{3}u_{bc}(t)$$

$$R_5 : v_{an}(t) = \frac{2}{3}u_{ac}(t) - \frac{1}{3}u_{bc}(t)$$

Question 27.

En rassemblant l'ensemble des équations des questions précédentes, on a :

$$v_{an}(t) = \frac{2}{3}u_{ac}(t) - \frac{1}{3}u_{bc}(t) = \frac{1}{3}(2V_{DC}m_{ac}(t) - V_{DC}m_{bc}(t)) = \frac{V_{DC}}{3}(2f_{ca}(t) - f_{cb}(t) - f_{cc}(t))$$

$$v_{bn}(t) = -\frac{1}{3}u_{ac}(t) + \frac{2}{3}u_{bc}(t) = \frac{1}{3}(-V_{DC}m_{ac}(t) + 2V_{DC}m_{bc}(t)) = \frac{V_{DC}}{3}(-f_{ca}(t) + 2f_{cb}(t) - f_{cc}(t))$$

$$v_{cn}(t) = \frac{1}{3}u_{ac}(t) - \frac{1}{3}u_{bc}(t) = \frac{1}{3}(-V_{DC}m_{ac}(t) - V_{DC}m_{bc}(t)) = \frac{V_{DC}}{3}(-f_{ca}(t) - f_{cb}(t) + 2f_{cc}(t))$$

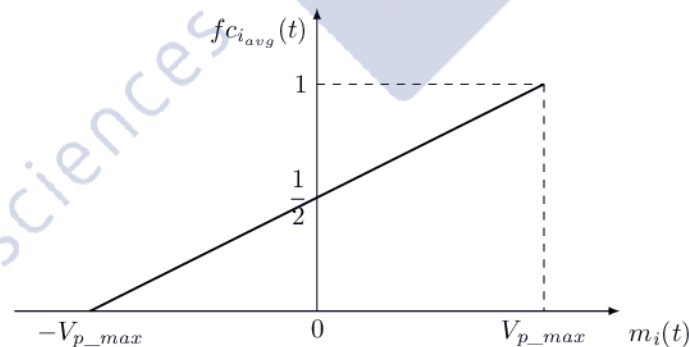
ou encore sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{pmatrix} = \frac{V_{DC}}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{ca} \\ f_{cb} \\ f_{cc} \end{pmatrix}$$

2.2 Commande en modulation de largeur d'impulsion -MLI-

Question 28.

En considérant que $m_i(t)$ est constant sur une période T_p , on peut tracer le comportement de la fonction $f_{c_{avg}}(m_i(t))$ en constatant que le comportement est linéaire car $v_p(t)$ est triangulaire :



On a donc $f_{c_{avg}}(m_i(t)) = \frac{1}{2} + \frac{m_i(t)}{2V_{p_max}}$

On peut toutefois proposer une démonstration plus rigoureuse, la fonction $f_{c_i}(t)$ est $\frac{T_p}{2}$ périodique, donc $f_{c_{avg}} = \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p/2} f_{c_i}(t) dt = \frac{2}{T_p} \left(\frac{T_p}{2} - t_1 \right)$ où t_1 est tel que $m_i(t_1) = Cste = V_p(t_1)$

Or d'après l'expression de $V_p(t)$ sur l'intervalle $\left[0, \frac{T_p}{2}\right]$, $V_p(t_1) = \frac{-4V_{p_max}}{T_p} \left(t_1 - \frac{T_p}{4} \right)$, ainsi $t_1 = \frac{-T_p m_i(t_1)}{4V_{p_max}} + \frac{T_p}{4}$ en considérant $m_i(t) \approx m_i(t_1)$, on obtient : $f_{c_{avg}} = 1 - \frac{2}{T_p} t_1 = 1 - \frac{2}{T_p} \left(\frac{-T_p m_i(t)}{4V_{p_max}} + \frac{T_p}{4} \right) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{m_i(t)}{2V_{p_max}}$.

On retrouve bien $f_{c_{avg}}(m_i(t)) = \frac{1}{2} + \frac{m_i(t)}{2V_{p_max}}$

Question 29.

On a :

$$\begin{pmatrix} v_{an_avg} \\ v_{bn_avg} \\ v_{cn_avg} \end{pmatrix} = \frac{V_{DC}}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{c_{a_avg}} \\ f_{c_{b_avg}} \\ f_{c_{c_avg}} \end{pmatrix}$$

et avec $f_{c_{i_avg}}(m_i(t)) = \frac{1}{2} + \frac{m_i(t)}{2 V_{p_max}}$ on a :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} v_{an_avg} \\ v_{bn_avg} \\ v_{cn_avg} \end{pmatrix} &= \frac{V_{DC}}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{m_a(t)}{2 V_{p_max}} \\ \frac{1}{2} + \frac{m_b(t)}{2 V_{p_max}} \\ \frac{1}{2} + \frac{m_c(t)}{2 V_{p_max}} \end{pmatrix} \\ &= \underbrace{\frac{V_{DC}}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{=0} + \frac{V_{DC}}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{m_a(t)}{2 V_{p_max}} \\ \frac{m_b(t)}{2 V_{p_max}} \\ \frac{m_c(t)}{2 V_{p_max}} \end{pmatrix} \\ &= \frac{V_{DC}}{6 V_{p_max}} \begin{pmatrix} 2m_a(t) - m_b(t) - m_c(t) \\ -m_a(t) + 2m_b(t) - m_c(t) \\ -m_a(t) - m_b(t) + 2m_c(t) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

or $m_a(t) + m_b(t) + m_c(t) = 0$ donc

$$\boxed{\begin{pmatrix} v_{an_avg} \\ v_{bn_avg} \\ v_{cn_avg} \end{pmatrix} = \frac{V_{DC}}{6 V_{p_max}} \begin{pmatrix} 3m_a(t) \\ 3m_b(t) \\ 3m_c(t) \end{pmatrix} = \frac{V_{DC}}{2 V_{p_max}} \begin{pmatrix} m_a(t) \\ m_b(t) \\ m_c(t) \end{pmatrix}}$$

Question 30.

Vérification des exigences :

1. valeur efficace du fondamental $\approx 160V > 100 V$ ✓
2. réglage de l'amplitude, à priori la structure de l'onduleur le permet ✓
3. ratio amplitude $\approx 50/160 > 0,1$ ✗

3 Modèle de génération de couple de la motorisation d'escamotage/relevage

3.1 Génération de couple, stabilité

Question 31.

On a $P_{em}(t) = e_a(t) i_a(t) + e_b(t) i_b(t) + e_c(t) i_c(t)$ et on peut affirmer que $C_{em}(t) = \frac{P_{em}(t)}{\Omega_{MSAP}}$. On va calculer et simplifier $e_a(t) i_a(t)$:

$$\begin{aligned} e_a(t) i_a(t) &= p \Omega_{MSAP} \Phi_{f_rms} \sqrt{2} \cos\left(p \Omega_{MSAP} t + \frac{\pi}{2}\right) I_{rms} \sqrt{2} \cos\left(\omega_S t + \frac{\pi}{2} - \psi\right) \\ &= p \Omega_{MSAP} \Phi_{f_rms} I_{rms} (\cos((p \Omega_{MSAP} + \omega_S) t + \pi - \psi) + \cos((p \Omega_{MSAP} - \omega_S) t + \psi)) \end{aligned}$$

De même, on a :

$$\begin{aligned} e_b(t) i_b(t) &= p \Omega_{MSAP} \Phi_{f_rms} I_{rms} \left(\cos\left((p \Omega_{MSAP} + \omega_S) t + \pi - \frac{4\pi}{3} - \psi\right) + \cos((p \Omega_{MSAP} - \omega_S) t + \psi) \right) \\ e_c(t) i_c(t) &= p \Omega_{MSAP} \Phi_{f_rms} I_{rms} \left(\cos\left((p \Omega_{MSAP} + \omega_S) t + \pi + \frac{4\pi}{3} - \psi\right) + \cos((p \Omega_{MSAP} - \omega_S) t + \psi) \right) \end{aligned}$$

Or on peut affirmer que :

$$\cos((p \Omega_{MSAP} + \omega_S)t + \pi - \psi) + \cos\left((p \Omega_{MSAP} + \omega_S)t + \pi - \frac{4\pi}{3} - \psi\right) + \cos\left((p \Omega_{MSAP} + \omega_S)t + \pi + \frac{4\pi}{3} - \psi\right) = 0$$

donc on a :

$$P_{em}(t) = 3 p \Omega_{MSAP} \Phi_{f_rms} I_{rms} \cos((p \Omega_{MSAP} - \omega_S)t + \psi)$$

soit au final :

$$C_{em}(t) = 3 p \Phi_{f_rms} I_{rms} \cos((p \Omega_{MSAP} - \omega_S)t + \psi)$$

Question 32.

Pour avoir un couple constant, on doit avoir :

$$p \Omega_{MSAP} = \omega_S \text{ ce qui correspond au synchronisme}$$

et pour avoir un couple non nul, on doit avoir :

$$\psi \neq \frac{\pi}{2} \text{ et } \psi \neq -\frac{\pi}{2}$$

Question 33.

L'expression du couple devient avec les conditions de la question précédente :

$$C_{em}(t) = 3 p \Phi_{f_rms} I_{rms} \cos(\psi) = 3 p \Phi_{f_rms} I_{rms} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 3 p \Phi_{f_rms} I_{rms} \sin(\alpha)$$

or

$$\frac{\partial C_{em}}{\partial \alpha} = 3 p \Phi_{f_rms} I_{rms} \cos(\alpha) = 3 p \Phi_{f_rms} I_{rms} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \psi\right)$$

Or on veut que :

$$\frac{\partial C_{em}}{\partial \alpha} > 0 \text{ donc } \cos\left(\frac{\pi}{2} - \psi\right) > 0 \text{ soit } \psi \in]0; \pi[$$

Question 34.

Pour avoir un comportement stable de la MSAP, on doit contrôler ω_S pour maîtriser la vitesse de rotation, ψ et I_{rms} pour maîtriser le couple tout en garantissant la stabilité. On devra également mesurer Ω_{MSAP} .

3.2 Validation en régime permanent du point de fonctionnement maximal à atteindre

Question 35.

On a $X_S = L_{Sc} \omega_S = L_{Sc} p \Omega_{MSAP}$. L'application numérique donne $X_S \approx 14,3 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 300 \approx 13\Omega$.

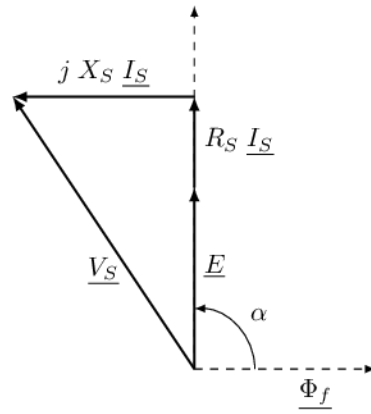
Question 36.

On a $E_{rms} = k_e N_{MSAP} = k_e \frac{60}{2\pi} \Omega_{MSAP}$. L'application numérique donne $E_{rms} \approx 78V$.

De même, on a $I_{rms} = \frac{|C_{MSAP}|}{k_t}$. L'application numérique donne $I_{rms} \approx 5,4A$.

Question 37.

La loi des mailles nous donne $\underline{V_S} = \underline{E} + R_S \underline{I_S} + j X_S \underline{I_S}$. On peut donc tracer le diagramme de Fresnel en considérant que $\psi = 0$ soit $\alpha = \frac{\pi}{2}$.



Question 38.

Dans notre cas, on a pour les valeurs efficaces $V_{S_rms} = \sqrt{(E_{S_rms} + R_S I_{S_rms})^2 + (X_S I_{S_rms})^2}$. L'application nous donne $V_{S_rms} \approx 132V$.

Cette valeur efficace semble être trop grande pour le variateur.

3.3 Autopilotage de la MSAP

Question 39.

On peut considérer que les courants sont déphasés de 120° les uns par rapport aux autres et que leur somme est nulle : $i_a(t) + i_b(t) + i_c(t) = 0$. Le courant $i_c(t)$ peut donc être reconstruit en utilisant la formule suivante

$$i_c(t) = -i_a(t) - i_b(t).$$

Question 40.

On a $\omega_{S_max} = p \Omega_{MSAP_max}$ soit une fréquence maximale des courants $f_{S_max} = \frac{p \Omega_{MSAP_max}}{2\pi}$. L'application numérique donne $f_{S_max} \approx 140Hz$. On peut se laisser une marge et prendre une bande passante de 1000 Hz.

Question 41.

En calculant la fonction de transfert en boucle ouverte du système, on trouve :

$$\begin{aligned} BO(p) &= K_{P_i} \frac{1 + \tau_l p}{\tau_l p} \frac{G_{ond} k_i}{R_S + L_{S_c} p} \\ &= K_{P_i} \frac{1 + \tau_l p}{\tau_l p} \frac{G_{ond} k_i / R_S}{1 + \frac{L_{S_c}}{R_S} p} \end{aligned}$$

Afin d'avoir une correction par compensation de pôle, on choisit alors :

$$\tau_l = \frac{L_{S_c}}{R_S}$$

Cela permet d'obtenir la fonction de transfert en boucle ouverte suivante :

$$BO(p) = \frac{G_{ond} k_i K_{P_i}}{L_{S_c} p}$$

Question 42.

En appliquant la formule :

$$FTBF = \frac{\text{Chaîne directe}}{1 + FTBO}$$

on trouve (avec un retour unitaire en intégrant l'adaptateur et le capteur (k_i) dans le chaîne directe) :

$$\begin{aligned} \text{FTBF}(p) &= \frac{\text{FTBO}}{1 + \text{FTBO}} \\ &= \frac{\frac{G_{ond} k_i K_{P_i}}{L_{Sc} p}}{1 + \frac{G_{ond} k_i K_{P_i}}{L_{Sc} p}} \\ &= \frac{K_{P_i} k_i G_{ond}}{L_{Sc} p + K_{P_i} K_i G_{ond}} \end{aligned}$$

Finalement :

$$\text{FTBF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{L_{Sc}}{K_{P_i} k_i G_{ond}} p}$$

Question 43.

On souhaite avoir :

$$|H(j\omega_c)|_{\text{dB}} = -3 \text{ dB}$$

Ici, $K_{BF} = 1$, donc $20 \log(K) = 0 \text{ dB}$. La bande passante souhaitée est donc $\omega \in \left] 0, \frac{1}{\tau_{BFi}} \right]$. Ici :

$$\tau_{BFi} = \frac{L_{Sc}}{K_{P_i} k_i G_{ond}}$$

Sachant que $\omega_{BFi} = 2\pi f_{BFi}$, on trouve finalement :

$$K_{P_i} = \frac{2\pi f_{BFi} L_{Sc}}{k_i G_{ond}}$$

Question 44.

Vérification de la validité du choix :

1. point couple/vitesse ✗ d'après la question 38
2. réponse de l'enveloppe apériodique ✓
3. aucune erreur statique en l'absence de perturbation ✓
4. bande passante en couple, à priori rien pour vérifier
5. ondulation maximum : $\pm 2\% < \pm 5\%$ ✓

4 Réglage des profils de déplacement du module cloche

4.1 Boucle de vitesse

Question 45.

Dans le schéma bloc de la figure de la page 23, nous avons $\frac{C_{em}(p)}{C_{em_ref}(p)} = \frac{1}{1 + \tau_{BF_Cem} p}$. Le temps τ_{BF_Cem} est à comparer à l'autre temps caractéristique de la boucle $\tau_{BO\Omega} = \frac{J}{f}$. Le sujet nous donne $\tau_{BF_Cem} = 150\mu\text{s}$

et une application numérique nous donne $\tau_{BO\Omega} = 10\text{ms}$. On constate donc que $\tau_{BO\Omega} \gg \tau_{BF_Cem}$ et on peut réduire le modèle en ne conservant que le pôle dominant associé à $\tau_{BO\Omega}$. Ainsi, on peut considérer et simplifier

$$\frac{C_{em}(p)}{C_{em_ref}(p)} = 1.$$

Question 46.

Le capteur utilisé est un codeur incrémental 10000 tops/tour. A chaque tour le compteur voit sa valeur augmenter de 10000. On a donc $k_\theta = \frac{2\pi}{10000} = 6,14 \cdot 10^{-4} \text{rad/top}$.

Question 47.

En prenant en compte la fréquence d'échantillonnage $\frac{1}{T} = f = 100\text{kHz}$ et deux valeurs de compteur successives, on peut estimer la vitesse à l'aide de la formule suivante :

$$\Omega_{MSAP}[k] = \frac{k_\theta (val_compt[k] - val_compt[k - 1])}{T}$$

Question 48.

Vérification de la validité du choix :

1. aucun dépassement ✓
2. erreur statique de position nulle ✓
3. $tr_{5\%} = 10 \text{ ms}$ ✓

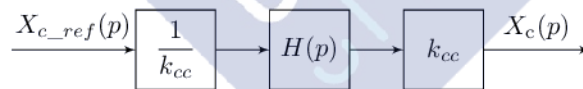
4.2 Boucle de position

Question 49.

Sans correcteur, la boucle ouverte présente un intégrateur et un premier ordre. Prendre un correcteur proportionnel intégral rajouterai un second intégrateur et une phase négative, ce qui pourrait rendre le système instable si la constante de temps est mal choisi mais donnerait dans tous les cas une marge de phase faible. Le choix d'un correcteur à avance de phase ici permet d'améliorer les marges et donc de ne pas avoir de dépassement.

Question 50.

Le schéma-blocs peut être écrit comme suit :



Avec :

$$H(p) = \frac{K_{p\theta}}{p(1 + 0,1 \tau_{BF\Omega} p)} \cdot \frac{K_{p\theta}}{1 + \frac{K_{p\theta}}{p(1 + 0,1 \tau_{BF\Omega} p)}} = \frac{K_{p\theta}}{p(1 + 0,1 \tau_{BF\Omega} p) + K_{p\theta}}$$

Finalement :

$$\frac{X_c(p)}{X_{c_ref}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_{p\theta}} p + \frac{0,1 \tau_{BF\Omega}}{K_{p\theta}} p^2}$$

Question 51.

On souhaite avoir la réponse apériodique la plus rapide. Pour ce type de fonction de transfert du second ordre de classe 0, cela correspond à $\xi = 1$ pour un modèle du type :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}$$

Ici :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_{p\theta}}{0,1 \tau_{BF\Omega}}}$$

il est donc possible d'exprimer le coefficient d'amortissement :

$$\frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{1}{K_{p\theta}}$$
$$\xi = \frac{1}{2K_{p\theta}} \sqrt{\frac{K_{p\theta}}{0,1 \tau_{BF\Omega}}}$$
$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{0,1 K_{p\theta} \tau_{BF\Omega}}}$$

Finalement :

$$K_{p\theta} = \frac{1}{4 \xi^2 0,1 \tau_{BF\Omega}}$$

En remplaçant ξ par 1 pour obtenir la réponse apériodique souhaitée, on trouve :

$$K_{p\theta} = \frac{2,5}{\tau_{BF\Omega}}$$

Question 52.

Vérification de la validité du choix :

1. aucune oscillation ✓
2. erreur statique nulle ✓

Question 53.

Vérification des exigences :

3. erreur de suivi de profil $< 2 \text{ mm}$ ✓
4. durée d'escamotage $\approx 0,8 \text{ s} \leq 1 \text{ s}$ ✓
5. accélération $< 9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ✓
6. dépassement de profil sur les positions extrêmes ✓