

Proposition de corrigé

Concours : Concours Centrale-Supélec

Année : 2011

Filière : TSI

Épreuve : Sciences Industrielles 1

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Corrigé Centrale Supélec TSI sujet SI-1 2011

Récupération de l'énergie de la houle : Système SEAREV

I- Détermination de l'énergie récupérable par le flotteur

Equation du mouvement

Q1- Calcul de $\vec{V}_{A,1/0}$

$$\vec{V}_{A,1/0} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{OA} \Big|_0 = d.\dot{\alpha}. \vec{y}_1$$

Q2- Calcul de $\vec{V}_{G,2/0}$

$$\vec{V}_{G,2/0} = \vec{V}_{A,2/0} + \vec{\Omega}_{2/0} \wedge \overrightarrow{AG} = d.\dot{\alpha}. \vec{y}_1 + (\dot{\alpha} + \dot{\theta}) \vec{z}_0 \wedge L.\vec{x}_2$$

$$\vec{V}_{G,2/0} = d.\dot{\alpha}. \vec{y}_1 + L(\dot{\alpha} + \dot{\theta}) \vec{y}_2$$

Q3- Calcul de $\vec{\sigma}_{A,2/0}$

$$\vec{\sigma}_{A,2/0} = I_{(A,2)} \vec{\Omega}_{2/0} + m_2 \cdot \overrightarrow{AG} \wedge \vec{V}_{A,2/0}$$

$$\vec{\sigma}_{A,2/0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + m_2 \cdot L.\vec{x}_2 \wedge d.\dot{\alpha}. \vec{y}_1$$

$$\vec{\sigma}_{A,2/0} = (J(\dot{\alpha} + \dot{\theta}) + m_2 \cdot d \cdot L \cdot \dot{\alpha} \cos \theta) \vec{z}_0$$

Q4- Calcul de $\vec{\delta}_{A,2/0}$

$$\vec{\delta}_{A,2/0} = \frac{d}{dt} \vec{\sigma}_{A,2/0} \Big|_0 + m_2 \cdot \vec{V}_{A/0} \wedge \vec{V}_{G,2/0}$$

$$\vec{\delta}_{A,2/0} = (J(\ddot{\alpha} + \ddot{\theta}) + m_2 d \cdot L(\ddot{\alpha} \cos \theta - \dot{\alpha} \dot{\theta} \sin \theta)) \vec{z}_0 + m_2 \cdot d \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1 \wedge (d \dot{\alpha} \vec{y}_1 + L(\dot{\alpha} + \dot{\theta}) \vec{y}_2)$$

$$\vec{\delta}_{A,2/0} = (J(\ddot{\alpha} + \ddot{\theta}) + m_2 d \cdot L(\ddot{\alpha} \cos \theta + (-\dot{\theta} + (\dot{\alpha} + \dot{\theta})) \dot{\alpha} \sin \theta)) \vec{z}_0$$

$$\vec{\delta}_{A,2/0} = (J(\ddot{\alpha} + \ddot{\theta}) + m_2 d \cdot L(\ddot{\alpha} \cos \theta + \dot{\alpha}^2 \sin \theta)) \vec{z}_0$$

Q5- Expression des moments en A :

On isole le pendule 2

Le bilan des actions mécaniques extérieures fait intervenir :

- Liaison 1/2 : Propriété $\vec{M}_{A,1 \rightarrow 2, \vec{z}_0} = 0$.

- Couple exercé par la génératrice : $\vec{C}_r = -\lambda \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0$

- Action de pesanteur modélisée par le glisseur $(G, m_2 \vec{g})$

$$\underline{\underline{\vec{M}_{A,ext \rightarrow 2} = \vec{M}_{A,1 \rightarrow 2} + \overrightarrow{AG} \wedge m_2 \cdot \vec{g} + \vec{C}_r}}$$

Q6- Equation du mouvement

En remarquant que $\vec{M}_{A,1 \rightarrow 2, \vec{z}_0} = 0$, on écrira l'équation de moment dynamique en A en

projection sur \vec{z}_0

$$\vec{\delta}_{A,2/0, \vec{z}_0} = \sum \vec{M}_{A,ext \rightarrow 2, \vec{z}_0}$$

$$\vec{\delta}_{A,2/0, \vec{z}_0} = (\vec{AG} \wedge m_2 \cdot \vec{g})_{\vec{z}_0} + Cr$$

Avec $(\vec{AG} \wedge m_2 \cdot \vec{g})_{\vec{z}_0} = -m_2 \cdot g \cdot L \cdot \sin(\alpha + \theta)$

Donc $J(\ddot{\alpha} + \ddot{\theta}) + m_2 d \cdot L(\ddot{\alpha} \cdot \cos \theta + \dot{\alpha}^2 \sin \theta) = -m_2 \cdot g \cdot L \cdot \sin(\alpha + \theta) + Cr$

Q7- Linéarisation

Les angles étant considérés comme petits $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$

On obtient donc après linéarisation et en négligeant les termes d'ordre 2 :

$$J(\ddot{\alpha} + \ddot{\theta}) = -m_2 \cdot g \cdot L(\alpha + \theta) - \lambda \dot{\theta}$$

$$J \cdot \ddot{\theta} + \lambda \dot{\theta} + m_2 \cdot g \cdot L \cdot \theta = -(J + m_2 \cdot d \cdot L) \ddot{\alpha} - m_2 \cdot g \cdot L \cdot \alpha$$

Q8- Transformée de Laplace

$$J \cdot \ddot{\theta} + \lambda \dot{\theta} + m_2 \cdot g \cdot L \cdot \theta = -(J + m_2 \cdot d \cdot L) \ddot{\alpha} - m_2 \cdot g \cdot L \cdot \alpha$$

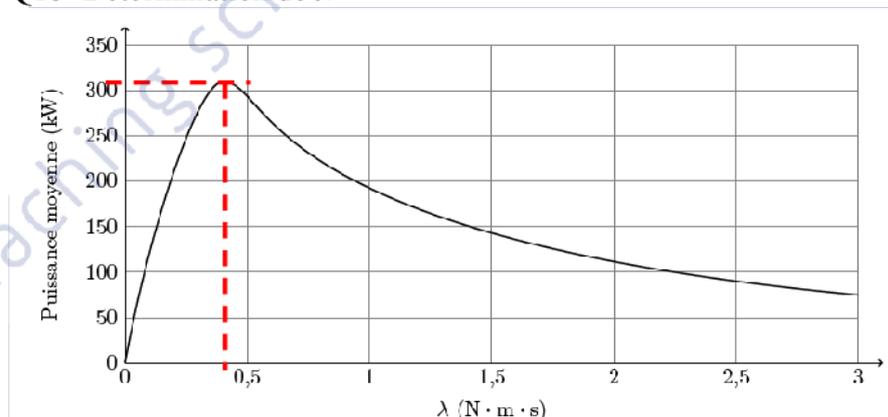
$$\xrightarrow{L} J \cdot p^2 \cdot \theta(p) + \lambda \cdot p \cdot \theta(p) + m_2 \cdot g \cdot L \cdot \theta(p) = -(J + m_2 \cdot d \cdot L) \cdot p^2 \cdot \alpha(p) - m_2 \cdot g \cdot L \cdot \alpha(p)$$

$$\frac{\theta(p)}{\alpha(p)} = \frac{-(J + m_2 \cdot d \cdot L) \cdot p^2 - m_2 \cdot g \cdot L}{J \cdot p^2 + \lambda \cdot p + m_2 \cdot g \cdot L}$$

Q9- Puissance instantanée récupérée par la génératrice :

$$P_{machine} = \lambda \cdot \dot{\theta}^2$$

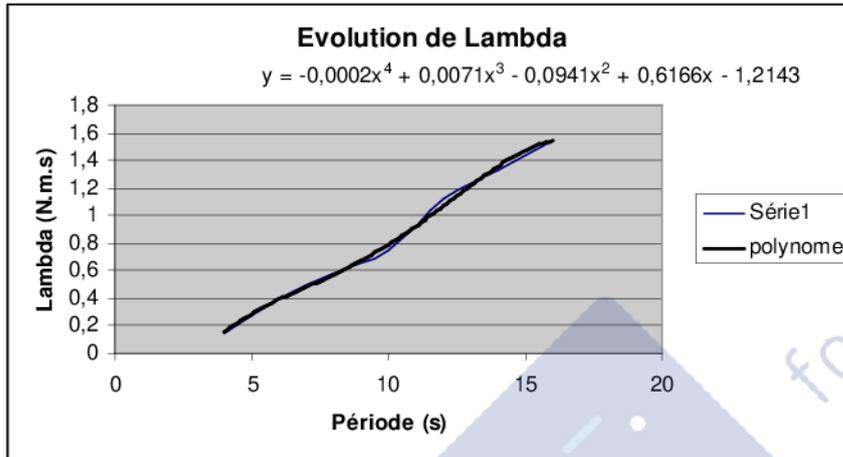
Q10- Détermination de λ



Par lecture graphique, on trouve $\lambda = 0.4 \text{ N.m.s}$

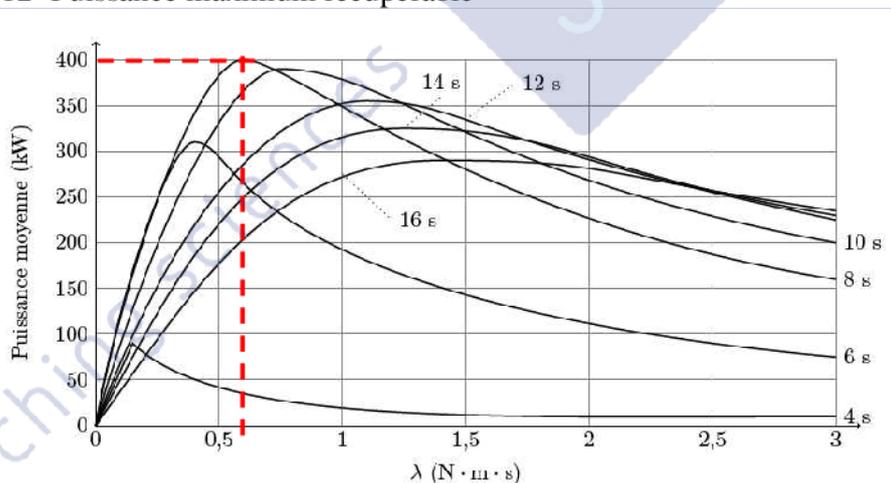
Q11-

Solution 1 : On peut essayer de trouver une expression de type polynôme pour représenter l'évolution de lambda en fonction de la période de la houle. Cette expression permettant via le calculateur de pilotage de la génératrice d'adapter un champ magnétique pour que la génératrice débite toujours le maximum possible. C'est peut être possible aussi à partir d'une table de valeurs numériques (lambda en fonction de la période). Le capteur de houle fournissant la période (boites A5 et A6 du SADT A-0) donne l'entrée dans la table et on en sort la bonne valeur



Solution 2 : Utilisation d'un MPPT (Maximum Power Point Tracking), la recherche du point de fonctionnement optimal (puissance max) est réalisable à l'aide de la mesure des caractéristiques de la houle (capteur, fig. 4, p2), de l'utilisation d'un calculateur (fig. 4) et de l'action sur le redresseur commandé (convertisseur alternatif-continu, fig. 5).

Q12- Puissance maximum récupérable



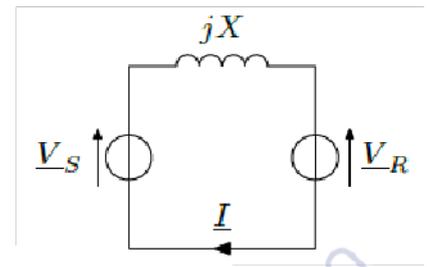
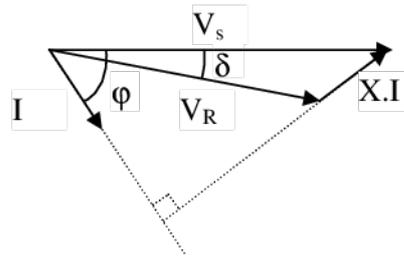
La puissance maximum récupérable est de 400kW pour une houle de période 8s et une valeur de $\lambda = 0.6 N.m.s$

II- Contrôle du transfert d'énergie

Q 13. Relation entre \underline{V}_S , \underline{V}_R et \underline{I} :

$$\underline{V}_S = \underline{V}_R + jX\underline{I} = \underline{V}_R + jI_S \omega l$$

Représentation de Fresnel :



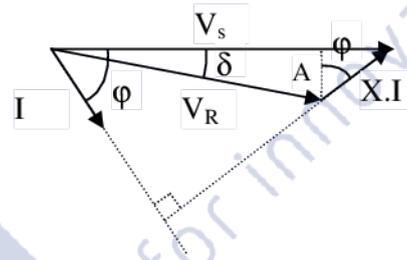
Q 14. Puissance active P_S

$$P_S = 3V_S \cdot I \cdot \cos(\varphi)$$

$$\text{Ou } P_S = 3V_R \cdot I \cdot \cos(\varphi - \delta)$$

$$\text{Or } A = X \cdot I \cdot \cos(\varphi) = V_R \cdot \sin(\delta)$$

$$\text{Donc } P_S = 3V_S \cdot \frac{V_R \cdot \sin(\delta)}{X}$$



Q 15. Puissance réactive Q_S

$$Q_S = 3V_S \cdot I \cdot \sin(\varphi)$$

$$X \cdot I \cdot \cos(\varphi) = V_S - V_R \cdot \cos(\delta)$$

$$Q_S = 3V_S \cdot \frac{V_S - V_R \cdot \cos(\delta)}{X}$$

Q 16.

Si l'angle δ reste petit alors $\cos(\delta) \approx 1$ et $\sin(\delta) \approx \delta$ et donc :

$$P_S = 3V_S \cdot \frac{V_R \cdot \delta}{X} \text{ et } Q_S = 3V_S \cdot \frac{V_S - V_R}{X}$$

Q 17. On peut agir directement sur l'angle δ pour maximiser la puissance échangée.

Q 18. Pour avoir $Q_S=0$, il faut $V_S - V_R=0$ et donc $P_S = 3(V_S)^2 \cdot \frac{\delta}{X}$ et ainsi $\delta = \frac{P_S \cdot X}{3(V_S)^2}$

Q 19. Expression de la puissance moyenne P_S

$C_R = -\lambda \dot{\theta}$ donc $P_S = \lambda \dot{\theta}^2$ en adoptant la convention générateur (puissance fournie à la charge).

$$\text{Or } \delta = \frac{P_S \cdot X}{3(V_S)^2}, V_S = K_u \cdot \dot{\theta} \text{ et } X = l_s \cdot \omega = l_s \cdot pm \cdot \dot{\theta} \text{ donc } \delta = \frac{\lambda \dot{\theta}^2 \cdot l_s \cdot pm \cdot \dot{\theta}}{3(K_u \cdot \dot{\theta})^2} = \frac{\lambda l_s \cdot pm \cdot \dot{\theta}}{3K_u^2}$$

$$\text{A.N. : } V_{SMAX} = K_u \cdot \dot{\theta}_{MAX} \text{ donc } K_u = \frac{V_{SMAX}}{\dot{\theta}_{MAX}} = \frac{400}{0,25} = 1600V \cdot s \text{ et donc}$$

$$\delta_{MAX} = \frac{35 \cdot 10^{-3} \cdot 120 \cdot 0,63 \cdot 10^7 \cdot 0,25}{3 \cdot 1600^2} = 0,8613rd \text{ donc } 0 \leq \delta \leq 0,8613$$

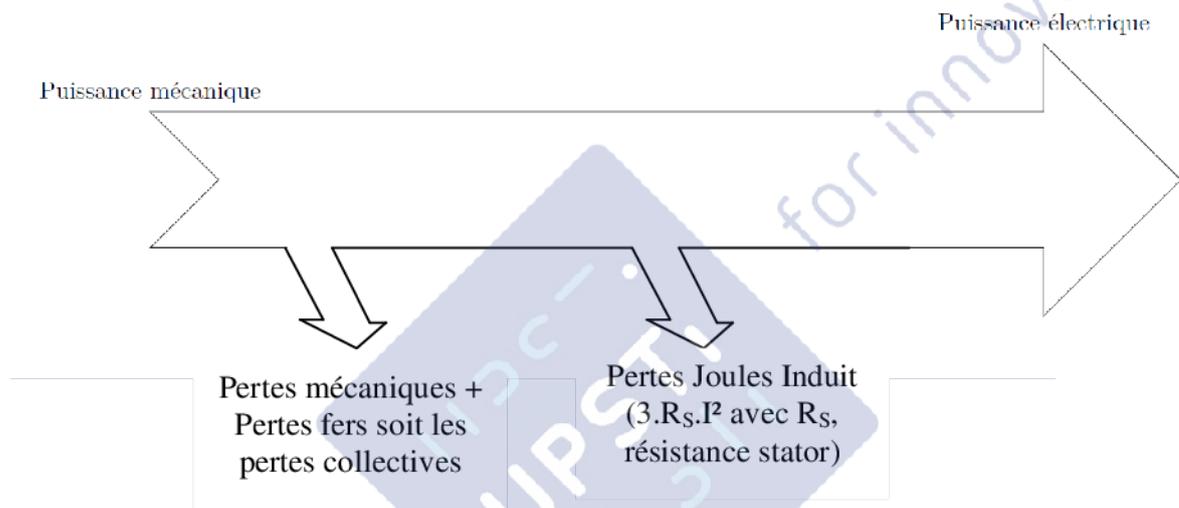
Q 20. Contrôle de la puissance active.

$$P_s = 3V_s \cdot I \cdot \cos(\varphi), \text{ or :}$$

- II- $V_s = K_u \cdot \dot{\theta}$, donc V_s est connue grâce au capteur de vitesse,
- III- I par le capteur de courant,
- IV- Enfin le capteur de position permet de connaître la position du rotor, donc l'angle entre le champ tournant (connu par I) et V_s .

III- Convertisseur alternatif-continu

Q 21. Bilan de puissance de la génératrice synchrone



Influence des harmoniques de courant : Selon le bobinage du stator de la génératrice (distribué ou concentrique), les courants ne peuvent pas être totalement sinusoïdaux. Il y a donc apparition d'harmoniques et donc augmentation des pertes fers (elles varient en fonction de la fréquence des signaux).

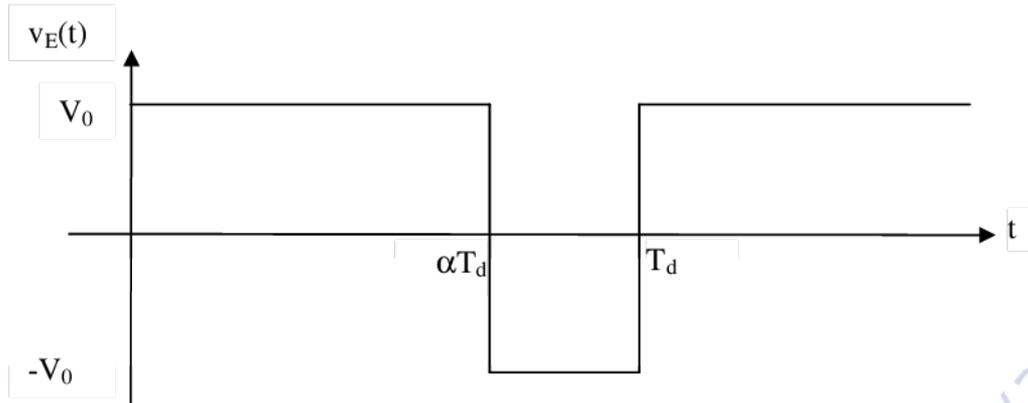
Q 22. Règles d'association des sources :

- Deux sources de même nature ne peuvent être connectées ensemble.
- Les sources (ou charges) de courant ne peuvent être en circuit ouvert.
- Les sources (ou charges) de tension ne peuvent être court-circuitées.

Sur la figure 13, ces règles sont respectées :

- On a une source de courant (générateur de tension en série avec une inductance) et une charge en tension (V_0).
- Et l'utilisation du pont en H avec la commande indiquée permet de respecter les deux dernières règles précédemment énoncées.

Q 23. Allure de la tension $v_E(t)$:



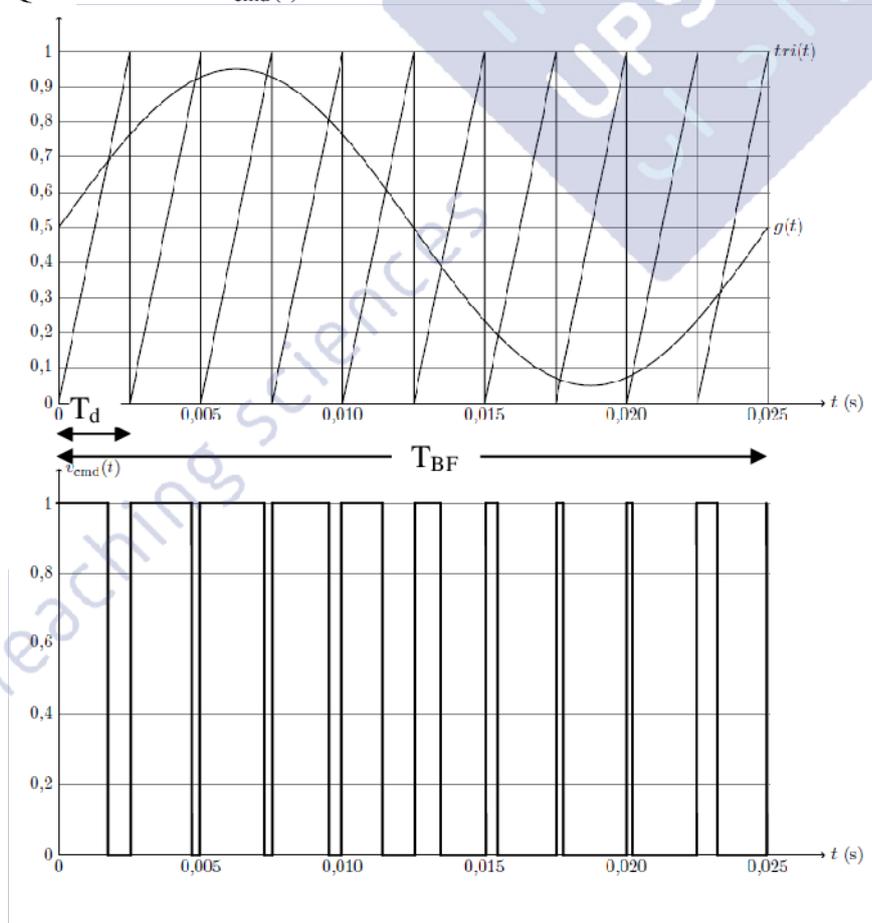
$$\langle V_E \rangle = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} v_E(t) dt = \alpha V_0 - (1-\alpha)V_0 = (2\alpha-1)V_0$$

Il est difficile de supprimer ces harmoniques car leur rang est trop petit (3, 5, 7, ...), donc leur fréquence est trop proche de celle de la fondamentale.

Q 24. Expression de $\beta(t)$:

$$\langle V_E \rangle = \beta(t) V_0 = (2\alpha-1)V_0 \text{ donc } \beta(t) = 2\alpha(t) - 1$$

Q 25. Allure de $v_{cmd}(t)$:



Commande MLI

(Modulation par Largeur d'impulsion ou Pulse Width Modulation)

Q 26. Décomposition de $v_E(t)$:

Le signal $v_E(t)$ est le même que le signal $v_{cmd}(t)$ obtenu à la question précédente (aux amplitudes près, $+V_0$ et $-V_0$ au lieu de 1 et 0). Ainsi sa décomposition en série de Fourier est la somme :

- d'une composante continue qui varie sinusoidalement, $v_{EBF}(t) = V_0 \cdot \sin(\omega_{BF} \cdot t)$,
- d'une composante fondamentale et de ses harmoniques aux fréquences $F_d, 2F_d, \dots$
avec $\omega_{BF} = 2 \cdot \pi \cdot F_d$.

On retrouve donc la représentation équivalente du redresseur : deux générateurs de tension en série.

Q 27. Expression de $v_R(t)$: $v_R(t) = I_f \cdot \frac{di_E(t)}{dt} + v_E(t)$

Cette équation est aussi vérifiée avant le filtre HF en ne conservant que les composantes BF.

Soit : $v_{R_{BF}}(t) = I_f \cdot \frac{di_{E_{BF}}(t)}{dt} + v_{E_{BF}}(t)$.

Or on sait : $v_{R_{BF}}(t) = V_R \cdot \sin(\omega_{BF} \cdot t)$, $I_f \cdot \frac{di_{E_{BF}}(t)}{dt} = I_f \cdot \frac{d}{dt} (I_E \cdot \sin(\omega_{BF} \cdot t)) = I_f \cdot \omega_{BF} \cdot I_E \cdot \cos(\omega_{BF} \cdot t)$ et

$v_{E_{BF}}(t) = \beta(t) \cdot V_0 = (2 \cdot \alpha(t) - 1) \cdot V_0$

On en déduit donc :

$$\underline{V_R \cdot \sin(\omega_{BF} \cdot t) = I_f \cdot \omega_{BF} \cdot I_E \cdot \cos(\omega_{BF} \cdot t) + (2 \cdot \alpha(t) - 1) \cdot V_0}$$

Q 28. Expression du rapport cyclique $\alpha(t)$:

$$\underline{\alpha(t) = \frac{1}{2} + \frac{V_R}{2 \cdot V_0} \cdot \sin(\omega_{BF} \cdot t) - \frac{I_f \cdot \omega_{BF} \cdot I_E}{2 \cdot V_0} \cdot \cos(\omega_{BF} \cdot t)}$$

Q 29. Mise en forme de l'expression de $\alpha(t)$:

On sait que : $\sin(a - b) = \sin(a) \cdot \cos(b) - \sin(b) \cos(a)$. Donc

$$\alpha(t) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{(V_R)^2 + (I_f \cdot \omega_{BF} \cdot I_E)^2}}{2 \cdot V_0} \left[\frac{V_R}{\sqrt{(V_R)^2 + (I_f \cdot \omega_{BF} \cdot I_E)^2}} \cdot \sin(\omega_{BF} \cdot t) - \frac{I_f \cdot \omega_{BF} \cdot I_E}{\sqrt{(V_R)^2 + (I_f \cdot \omega_{BF} \cdot I_E)^2}} \cdot \cos(\omega_{BF} \cdot t) \right]$$

et ainsi par identification : $\alpha(t) = \frac{1}{2} + \Delta\alpha \cdot \sin(\omega_{BF} \cdot t - \Phi)$ avec $\Delta\alpha = \frac{\sqrt{(V_R)^2 + (I_f \cdot \omega_{BF} \cdot I_E)^2}}{2 \cdot V_0}$ et

$$\underline{\Phi = \text{Arctg}\left(\frac{I_f \cdot \omega_{BF} \cdot I_E}{V_R}\right)}$$

Q 30. : Le filtre et donc l'inductance, a été dimensionné pour être efficace en HF et donc pour des pulsations importantes.

En conséquence pour de faibles pulsations (soit en BF) $I_f \cdot \omega_{BF} \cdot I_E \ll V_R$. On peut donc

simplifier l'expression de $\alpha(t)$, soit $\alpha(t) \approx \frac{1}{2} + \frac{V_R}{2 \cdot V_0} \cdot \sin(\omega_{BF} \cdot t)$

Q 31. :

La fréquence des harmoniques (en HF donc ≥ 20 kHz) est beaucoup plus importante que celle du signal (BF, 30 Hz) ce qui rend leur filtrage plus aisé (presque trois décades de différence).

Q 32. : Fonction de transfert du filtre HF.

Application du pont diviseur de tension :

$$\underline{V}_R = \frac{1}{j.C_f.\omega + \frac{1}{j.l_f.\omega}} \underline{V}_E = \frac{1}{1 + j^2.l_f.C_f.\omega^2} \underline{V}_E$$

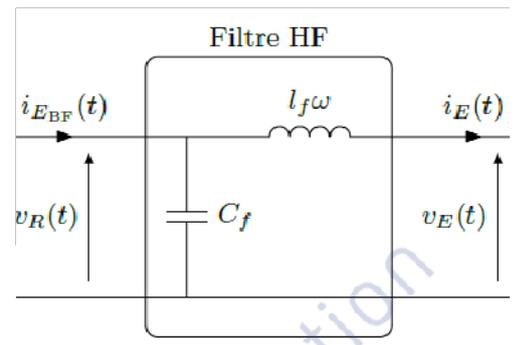
Donc $\underline{H}_1 = \frac{1}{1 + j^2.l_f.C_f.\omega^2}$

C'est un filtre passe bas du second ordre (avec un coefficient d'amortissement nul).

La pulsation de coupure est obtenue pour $|\underline{H}_1| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ donc $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{l_f.C_f}}$.

A.N. : La fréquence du signal BF est égale à 30 Hz, donc $F_c = 300$ Hz et ainsi

$\omega_0 = 600.\pi \text{ rd.s}^{-1}$



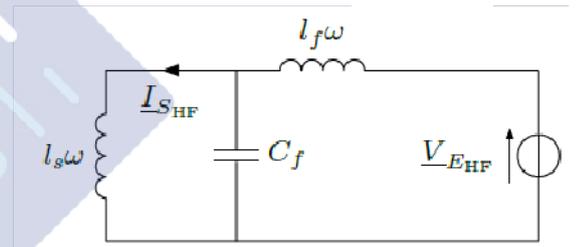
Q 33. : Fonction de transfert du filtre HF.

En appliquant le théorème de Thévenin aux bornes de C_f , on a :

Eth =

$\underline{E}_{TH} = \frac{1}{1 + j^2.l_f.C_f.\omega^2} \underline{V}_{E_{HF}}$ et

$\underline{R}_{TH} = \frac{1}{j.l_f.\omega + \frac{1}{j.C_f.\omega}} = \frac{j.l_f.\omega}{1 + j^2.l_f.C_f.\omega^2}$



Et donc $\underline{E}_{TH} = (\underline{R}_{TH} + j.l_s.\omega) \underline{I}_{S_{HF}}$ d'où $\frac{1}{1 + j^2.l_f.C_f.\omega^2} \underline{V}_{E_{HF}} = (\frac{j.l_f.\omega}{1 + j^2.l_f.C_f.\omega^2} + j.l_s.\omega) \underline{I}_{S_{HF}}$

Et donc : $\underline{V}_{E_{HF}} = (j.l_f.\omega + (j.l_s.\omega).(1 + j^2.l_f.C_f.\omega^2)) \underline{I}_{S_{HF}}$

Et ainsi $\underline{H}_2 = \frac{1}{j.l_f.\omega + (j.l_s.\omega).(1 + j^2.l_f.C_f.\omega^2)} = \frac{1}{j.(l_f + l_s).\omega.(1 + j^2.\frac{l_s.l_f}{l_f + l_s}.C_f.\omega^2)}$

Il y a résonance lorsque le dénominateur est minimum et donc si $\frac{l_s.l_f}{l_f + l_s}.C_f.\omega_p^2 = 1$

Soit $\omega_p = \sqrt{\frac{l_f + l_s}{l_s.l_f.C_f}} = \omega_0.\sqrt{\frac{l_f + l_s}{l_s}}$

Condition sur ω_p : A cette fréquence dite de résonance le courant peut devenir très grand (voire infini comme on néglige toutes les résistances), il faut donc vérifier que les composantes fréquentielles de $\underline{V}_{E_{HF}}$ (fondamentale et harmoniques) ne soient pas à cette fréquence.

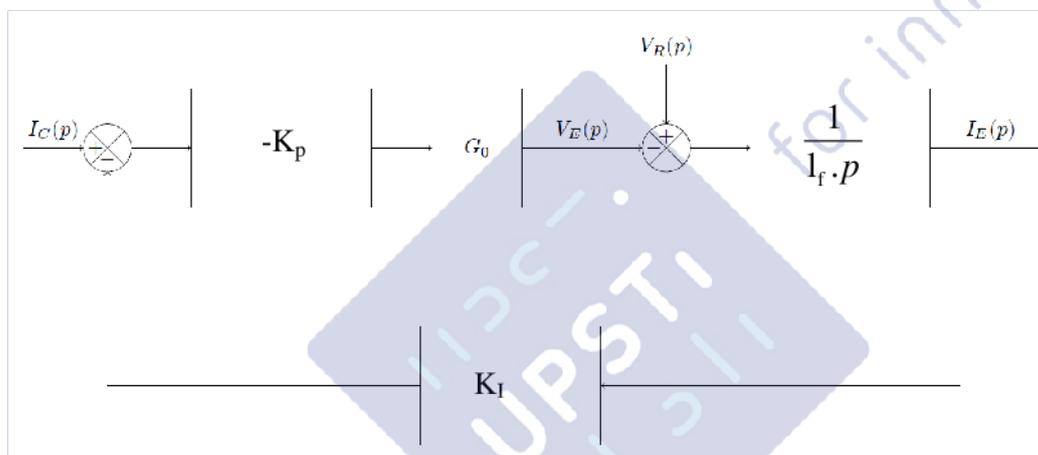
Q 34. : $F_p = 600$ Hz. Or la fréquence de $V_{E_{HF}}$ est égale à 20 kHz pour le fondamental et au-delà pour les harmoniques. Donc la condition sur F_p est vérifiée.

$$\omega_p = \omega_0 \sqrt{\frac{l_f + l_s}{l_s}} = 1200.\pi \text{ et } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{l_f.C_f}} = 600.\pi$$

donc $\sqrt{\frac{l_f + l_s}{l_s}} = 2$ et $l_f = 3.l_s$ donc $l_f = 3.35.10^{-3} = \underline{0,105 \text{ H}}$

et $C_f = \frac{1}{l_f.\omega_0^2} = \frac{1}{0,105.(600.\pi)^2} = \underline{2,68 \mu\text{F}}$

Q 35. : Schéma bloc de la régulation de courant :



Q 36. :

- $V_R(p)=0$ donc $I_E(p) = \frac{1}{l_f.p} (G_0.K_p).(I_C(p) - K_I.I_E(p))$ d'où

$$I_E(p).(l_f.p + G_0.K_p.K_I) = G_0.K_p.I_C(p) \text{ et ainsi } H_3(p) = \frac{G_0.K_p}{l_f.p + G_0.K_p.K_I}$$

- $I_C(p)=0$ donc $I_E(p) = \frac{1}{l_f.p} .(V_R(p) - G_0.K_p.K_I.I_E(p))$ d'où

$$I_E(p).(l_f.p + G_0.K_p.K_I) = V_R(p) \text{ et ainsi } H_4(p) = \frac{1}{l_f.p + G_0.K_p.K_I}$$

Donc $I_E(p) = \frac{G_0.K_p}{l_f.p + G_0.K_p.K_I} .I_C(p) + \frac{1}{l_f.p + G_0.K_p.K_I} .V_R(p)$

Q 37. : C'est un filtre passe bas du premier ordre et donc la bande passante est comprise entre 0 et f_c .

$$H_3(p) = \frac{1}{K_I} \frac{1}{1 + \frac{1}{G_0.K_p.K_I} .p} \text{ donc } f_c = \frac{G_0.K_p.K_I}{2.\pi.l_f}$$

La tension $V_R(p)$ doit être considérée comme une perturbation qui entraîne automatiquement une variation de la grandeur de sortie, $I_E(p)$

Q 38. : On cherche la valeur du gain K_p .

$$f_c = \frac{G_0 \cdot K_p \cdot K_I}{2 \cdot \pi \cdot 1_f} \text{ donc } K_p = \frac{f_c \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1_f}{G_0 \cdot K_I} = \frac{100 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,105}{60} = \underline{1,1}$$

Q 39. : Cette conversion permet de fournir un courant quasi-sinusoïdal en sortie de la génératrice. De plus sa valeur est variable et dépend de la consigne. Il est donc possible d'agir sur le couple résistant appliqué à la génératrice pour maximiser la puissance active fournie.

IV- Vérification de la tenue mécanique de la liaison entre le flotteur et le pendule

Q40- Calcul de l'accélération du centre de gravité du pendule

Modélisation retenue :

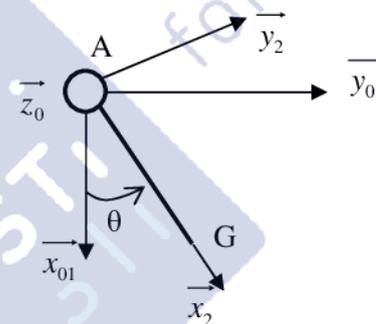
$$\vec{V}_{G,2/0} = L \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_2$$

$$\vec{a}_{G,2/0} = L \cdot \ddot{\theta} \cdot \vec{y}_2 - L \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \vec{x}_2$$

En faisant les hypothèses suivantes :

$$\dot{\theta}_{\max} = \dot{\theta}_0, \text{ alors } \|\vec{a}_{G,2/0}\| = L \cdot \dot{\theta}_{\max}^2$$

$$\ddot{\theta}_0 = 0$$



Q41- Détermination de l'action du flotteur sur le pendule

On isole le pendule.

Le bilan des actions mécaniques extérieures fait intervenir :

- Action de liaison du flotteur sur le pendule
- Action de la pesanteur sur le pendule

L'application du théorème de la résultante dynamique donne :

$$\vec{F}_{f \rightarrow p} + m_2 \cdot \vec{g} = m_2 \cdot \vec{a}_{G,2/0}$$

En utilisant les propriétés de symétrie du problème (composante de $\vec{F}_{f \rightarrow p}$ nulle suivant \vec{z}_0), et en se plaçant dans le cas où $\theta = 0$, on obtient en projetant l'équation de résultante suivant \vec{x}_0

$$F_{f \rightarrow p} = -m_2 \cdot g - m_2 \cdot L \cdot \dot{\theta}^2 = -m_2 \cdot (g + L \cdot \dot{\theta}^2)$$

L'application numérique donne $F_{f \rightarrow p} = \underline{-31,97 \cdot 10^5 N}$

Q42- Détermination de la contrainte maximale dans la poutre

Modèle retenu :

La contrainte maximale sera due à la flexion et sera normale.

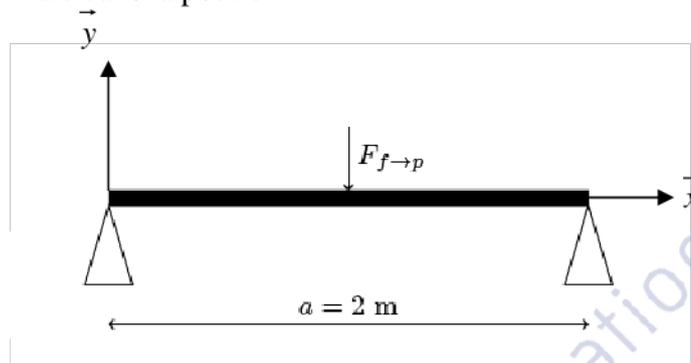
Par définition $\sigma_x = -\frac{M_{fz}}{I_{Gz}} \cdot y$

Avec

$$M_{fz} = \frac{F_{f \rightarrow p} \cdot a}{4}, \quad y_{\max} = \frac{d}{2} \quad \text{et} \quad I_{Gz} = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

On obtient alors :

$$\sigma_{x_{\max}} = -\frac{8 \cdot F_{f \rightarrow p} \cdot a}{\pi \cdot d^3} \quad \text{donc} \quad |\sigma_{x_{\max}}| = 130 \text{ Mpa}$$



Q43- Le code de calcul par éléments finis donne une contrainte normale maximale de 250 Mpa. Les écarts obtenus sont dus aux concentrations de contraintes au niveau des épaulements qui ne sont pas pris en compte dans le modèle poutre de la question précédente.

RQ :

- l'hypothèse théorie des poutres sur Q42 est fortement contestable. (où est le Ø500 constant sur la figure 23 ?, chgt section, proximité effort/appuis).
- Noter aussi que la zone à 250 Mpa ne correspond pas du tout à celle où l'on a calculé 130 Mpa. (milieu 'poutre').
- Aucune info sur le mode de chargement pour le calcul EF (réparti ?)

Q44- Le coefficient de sécurité vaut : $s = \frac{Rm}{\sigma_{\max}} = \frac{420}{250} = 1,68$

Q45- La courbe de fatigue fait apparaître une contrainte maximale de l'ordre de 260 Mpa à partir d'un nombre de cycles supérieur à $5 \cdot 10^5$.

Il est nécessaire de ne pas dépasser cette contrainte dans le but d'une maintenance réduite au niveau du pendule.

(Exemple : Pour une période de houle de 8s sur 10 ans, on obtient $39,4 \cdot 10^6$ cycles)