

## Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Polytechniques

Année : 2011

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

### A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

### Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : [corrigesconcours@upsti.fr](mailto:corrigesconcours@upsti.fr).

### Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : [www.upsti.fr](http://www.upsti.fr)

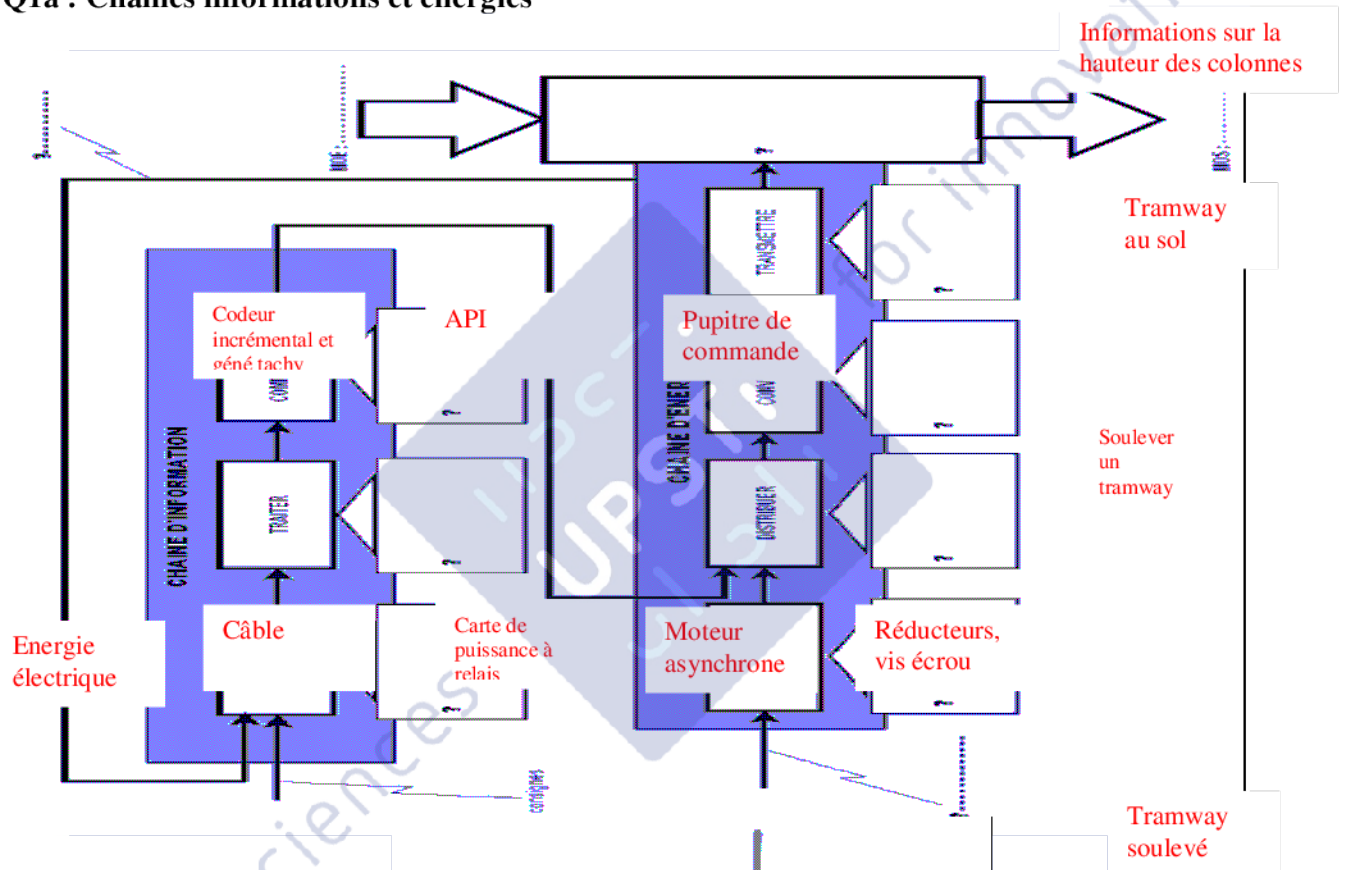
L'équipe UPSTI

# CORRIGÉ UPSTI CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUES MP 2011

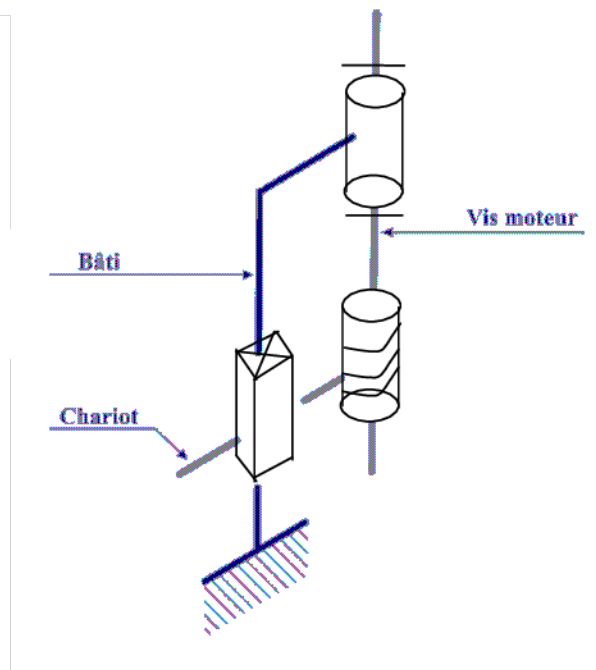
## SYSTÈME DE LEVAGE À MULTIPLES COLONNES

### ANALYSE DU SYSTÈME DE LEVAGE

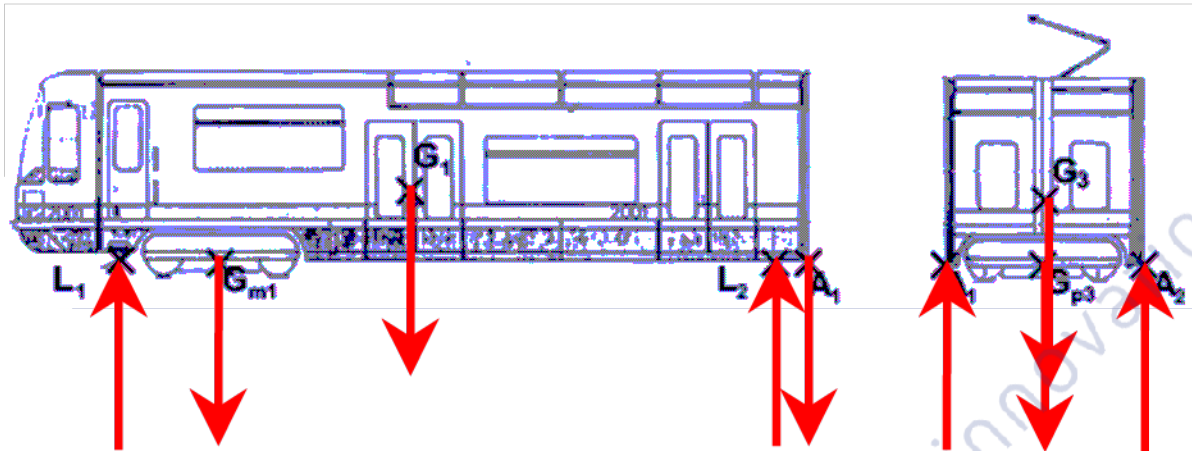
Q1a : Chaînes informations et énergies



Q1b : Schéma cinématique



**Q2 : Représentation des actions mécaniques**



**Q3 : actions mécaniques des colonnes de levage L1 et L2**

Isolement de la voiture 3

BAME : Efforts d'articulation en  $A_1$  et  $A_2$  respectivement :  $\overline{R}_{1 \rightarrow 3} = R_{13} \cdot \vec{z}$  et  $\overline{R}_{2 \rightarrow 3} = R_{23} \cdot \vec{z}$   
 Poids de la voiture en  $G_3$  :  $\overline{P}_3 = P_3 \cdot \vec{z}$   
 Poids du bogie en  $G_{P3}$  :  $\overline{P}_{P3} = P_{P3} \cdot \vec{z}$

Compte tenu de la symétrie, nous avons  $R_{13} = R_{23}$ . Le TRS sur  $\vec{z}$  donne alors :  $R_{13} = \frac{P_3 + P_{P3}}{2}$

Isolement de la voiture 1

BAME : Actions des colonnes en  $L_1$  et  $L_2$  : 
$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ - \\ F_i \\ - \end{array} \right\}_b$$

Poids de la voiture en  $G_1$  :  $\overline{P}_1 = P_1 \cdot \vec{z}$   
 Poids du bogie en  $G_{m1}$  :  $\overline{P}_{m1} = P_{m1} \cdot \vec{z}$   
 Action de la voiture 3 en  $A_1$  :  $\overline{R}_{3 \rightarrow 1} = R_{31} \cdot \vec{z}$

TRS sur  $\vec{z}$  :  $F_1 + F_2 = P_1 + P_{m1} + R_{31}$

TMS en  $L_1$  sur  $\vec{y}$  :  $1980 \cdot P_{m1} + 5510 \cdot P_1 - 12505 \cdot F_2 + 13280 \cdot R_{31} = 0$

D'où :  $F_2 = \frac{1980 \cdot P_{m1} + 5510 \cdot P_1 + 13280 \cdot R_{31}}{12505} = 102607 \text{ N}$

$F_1 = P_1 + P_{m1} + R_{31} - F_2 = 116156 \text{ N}$

On en déduit les charges supportées par chaque colonne :

en  $L_1$  : 51303N  
 en  $L_2$  : 58078N

**Q4a : Relations entre les vitesses**

Compte tenu de la modélisation, les conditions de roulement sans glissement aux contacts

donnent :  $\vec{\Omega}(2/0) = \omega_{20} \vec{X}_0 = -\frac{Z_{12}}{Z_{21}} \cdot \dot{\theta} \vec{X}_0$

$$\vec{\Omega}(3/0) = \omega_{30} \vec{Z}_0 = \left( -\frac{Z_{12}}{Z_{21}} \right) \cdot \left( -\frac{Z_{23}}{Z_{32}} \right) \cdot \dot{\theta} \vec{Z}_0$$

$$\vec{V}_L = \frac{P_{34}}{2\pi} \cdot \omega_{30} \vec{Z}_0 = \frac{P_{34}}{2\pi} \cdot \frac{Z_{12}}{Z_{21}} \cdot \frac{Z_{23}}{Z_{32}} \cdot \dot{\theta} \vec{Z}_0 \quad \text{Soit : } \dot{z}_4 = \frac{P_{34}}{2\pi} \cdot \frac{Z_{12}}{Z_{21}} \cdot \frac{Z_{23}}{Z_{32}} \cdot \dot{\theta}$$

Nous avons donc :  $r_{12} = -\frac{Z_{12}}{Z_{21}} = -\frac{15}{75} = -0,2$

$$r_{23} = -\frac{Z_{23}}{Z_{32}} = -\frac{14}{35} = -0,4$$

$$r_{34} = \frac{P_{34}}{2\pi} = 7,96 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Le rapport de réduction global est donc :  $r_g = r_{12} \cdot r_{23} \cdot r_{34} = 6,37 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

**Q4b : Vitesse de rotation du moteur**

Par définition, nous avons :  $V_L = r_g \cdot \omega_m$ . D'où :  $\omega_m = \frac{V_L}{r_g} = \frac{0,010}{6,36 \cdot 10^{-5}} = 157,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

La conversion en tour/min, donne alors :  $N_m = \frac{30}{\pi} \cdot \omega_m = 1501 \text{ tr/min}$

Cette vitesse de rotation est supérieure à la vitesse de rotation nominale de 1400tr/min. La vitesse de montée de 10mm/s ne pourra donc pas être respectée.

**Q5a : énergies cinétiques**

Par définition de l'énergie cinétique, nous avons pour un solide S:

$$2.T(S/R_0) = m \cdot \vec{V}(G \in S/R_0) \cdot \vec{V}(A \in S/R_0) + \vec{\Omega}(S/R_0) \cdot \vec{\sigma}_A(S/R_0)$$

$$2.T(S/R_0) = \{V(S/R_0)\} \otimes \{Q(S/R_0)\}$$

$$T(1/0) = \frac{1}{2} \cdot A_1 \cdot \dot{\theta}_1^2$$

$$T(2/0) = \frac{1}{2} \cdot A_2 \cdot r_{12}^2 \cdot \dot{\theta}_1^2$$

Il vient ainsi :  $T(3/0) = \frac{1}{2} \cdot A_3 \cdot r_{12}^2 \cdot r_{23}^2 \cdot \dot{\theta}_1^2$

$$T(4/0) = \frac{1}{2} \cdot M_4 \cdot V_L^2 = \frac{1}{2} \cdot M_4 \cdot r_g^2 \cdot \dot{\theta}_1^2$$

$$T(5/0) = \frac{1}{2} \cdot M_5 \cdot V_L^2 = \frac{1}{2} \cdot M_5 \cdot r_g^2 \cdot \dot{\theta}_1^2$$



### Q5b : Calcul du rendement

Pour la chaîne de transmission, le rendement global est le produit des rendements intermédiaires, nous avons ainsi :  $\eta_g = \eta_{12} \cdot \eta_{23} \cdot \eta_{34} = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,4 = 0,324$

### Q5c : Puissance perdue

Par définition du rendement, la puissance perdue vaut :  $P_{perdes} = -(1 - \eta_g) \cdot P_m$

### Q6 : Expression du couple moteur

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble S en mouvement, nous donne :

$$\frac{dT(S/0)}{dt} = \frac{dT(1/0)}{dt} = P_{S \rightarrow S/0} + P_{perdes}$$

Il faut alors calculer chaque terme :

$$\frac{dT(1/0)}{dt} = A_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \ddot{\theta}_1$$

□ est soumis au couple moteur  $C_m$ , et le système, 5 en particulier, à la pesanteur. Nous avons donc :  $P_{S \rightarrow S/0} = C_m \cdot \dot{\theta}_1 - M_5 \cdot g \cdot r_g \cdot \dot{\theta}_1$

Par ailleurs, la puissance dissipée est  $P_{perdes} = -(1 - \eta_g) \cdot P_m = -(1 - \eta_g) \cdot C_m \cdot \dot{\theta}_1$

$$A_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \ddot{\theta}_1 = C_m \cdot \dot{\theta}_1 - M_5 \cdot g \cdot r_g \cdot \dot{\theta}_1 - (1 - \eta_g) \cdot C_m \cdot \dot{\theta}_1$$

Nous obtenons donc :

$$A_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \ddot{\theta}_1 = \eta_g \cdot C_m \cdot \dot{\theta}_1 - M_5 \cdot g \cdot r_g \cdot \dot{\theta}_1$$

Nous pouvons ainsi exprimer le couple moteur :  $C_m = \frac{A_1 \cdot \ddot{\theta}_1 + M_5 \cdot g \cdot r_g}{\eta_g}$

### Q7a : Cas d'une vitesse constante

Nous avons alors :  $\ddot{\theta}_1 = 0$ , il vient donc :  $C_m = \frac{M_5 \cdot g \cdot r_g}{\eta_g} = 11,55 \text{ N.m}$

### Q7b : Comparaison au moment nominal

Il est visible sur l'abaque que le couple nominal est de 14,5N.m. Le couple moteur nécessaire est inférieur à cette valeur.

### Q7c : Vitesse de rotation et de levée

Il suffit de se référer à l'abaque du moteur. Nous avons :

$$N = 1500 - 11,55 \cdot \frac{100}{14,5} = 1420 \text{ tr/min}$$

$$\text{Il vient alors : } V_L = r_g \cdot \frac{\pi}{30} \cdot N = 9,46 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$$

L'écart de vitesse est d'environ 5% par rapport à celle du cahier de charge. On peut donc considérer que le moteur conviendra.

### Q8a : Relation entre le couple moteur et l'accélération angulaire

D'après la question 6, il vient :  $\eta_g \cdot C_m - M_5 \cdot g \cdot r_g = A_1 \cdot \ddot{\theta}_1$

$$\text{D'où : } C_m = \frac{A_1 \cdot \ddot{\theta}_1 + M_5 \cdot g \cdot r_g}{\eta_g} = 32,4 \cdot 10^{-3} \cdot \ddot{\theta}_1 + 11,55$$

### Q8b : Durée de l'accélération

Les caractéristiques du moteur nous donnent :  $M_D = 2,5 \cdot M_N$

$$\text{Il vient alors : } \ddot{\theta}_1 = \frac{\eta_g \cdot M_D - M_5 \cdot g \cdot r_g}{A_1} = 762 \text{ rad.s}^{-2}$$

$$\text{La durée de la phase d'accélération est alors donnée par : } t_{acc} = \frac{\dot{\theta}_1}{\ddot{\theta}_1} = \frac{148,7}{762} = 0,195 \text{ s}$$

Le cahier des charges imposant 0,5s, le critère est vérifié et donc le moteur correctement dimensionné.

### Q9 : valeurs extrêmes de d

La colonne dans son ensemble étant soumise à deux glisseurs, ils sont opposés. En se référant à la figure 3, on en conclut que  $d \in [e, L+e]$ .

### Q10 : Pression uniforme

La résultante des forces de pression passant par le centre de gravité de la « surface », et la pression devant être uniforme, alors la résultante passe par le milieu de la zone.

On a donc :  $d = e + L/2$

$$\text{On a alors : } F_{T \rightarrow C} = P \cdot L \cdot B, \text{ d'où : } P = \frac{F_{T \rightarrow C}}{L \cdot B} = \frac{60000}{0,6 \cdot 0,2} = 500000 \text{ Pa} = 0,5 \text{ MPa}$$

La pression est très nettement inférieure à  $P_{adm} = 8 \text{ MPa}$ , le critère est donc respecté.