

Proposition de corrigé

Concours : Banque PT

Année : 2011

Filière : PT

Épreuve : Sciences Industrielles B

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Éléments de corrigés
Banque PT 2011
Epreuve de Sciences Industrielles B

R1	<p>Expression de $I(A, B_1)$: Déplaçons d'une matrice au point A grâce au théorème de Huygens :</p> $I(A, B_1) = \begin{bmatrix} I_{xx} + mz_{Gc}^2 & I_{xy} & I_{xz} - mx_{Gc}z_{Gc} \\ I_{xy} & I_{yy} + m(x_{Gc}^2 + z_{Gc}^2) & I_{yz} \\ I_{xz} - mx_{Gc}z_{Gc} & I_{yz} & I_{zz} + mx_{Gc}^2 \end{bmatrix}$
R2	<p>Expression de $\overrightarrow{\delta_{A, E_{cadre}/0}}$: A est un point fixe du mécanisme. En conséquence,</p> $\overrightarrow{\delta_{A, E_{cadre}/0}} \cdot \vec{y}_0 = \left[\frac{d\overrightarrow{\sigma_{A, E_{cadre}/0}}}{dt} \right]_{B_0} \cdot \vec{y}_0 = \left[\frac{d\overrightarrow{\sigma_{A, E_{cadre}/0}} \cdot \vec{y}_0}{dt} \right]_{B_0} = \left[\frac{d \left[I(A, B_1) \cdot \overrightarrow{\Omega(1/0)} \right] \cdot \vec{y}_0}{dt} \right]_{B_0}$ <p>$\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \alpha_{10} \vec{y}_0$ et $\left[I(A, B_1) \cdot \overrightarrow{\Omega(1/0)} \right] \cdot \vec{y}_0 = \alpha_{10} (I_{yy} + m(x_{Gc}^2 + z_{Gc}^2))$</p> <p>Au final,</p> $\overrightarrow{\delta_{A, E_{cadre}/0}} \cdot \vec{y}_0 = \ddot{\alpha}_{10} (I_{yy} + m(x_{Gc}^2 + z_{Gc}^2))$
R3	<p>Expression de $\overrightarrow{F_{23 \rightarrow 1}}$:</p> $\overrightarrow{F_{23 \rightarrow 1}} = -\overrightarrow{F_{22 \rightarrow 23}} = -\mu \cdot \dot{l}_{am} \cdot \vec{z}_{22}$
R4	<p>Théorème du moment dynamique appliqué à E_{cadre} :</p> <p>On isole E_{cadre}. Bilan des actions mécaniques extérieures agissant sur E_{cadre} : (Problème plan)</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Liaison pivot en A d'axe \vec{y}_0, liaison pivot en O d'axe \vec{y}_0: action négligée, pesanteur en G, amortisseur en M $\ddot{\alpha}_{10} (I_{yy} + m(x_{Gc}^2 + z_{Gc}^2)) = mg(X_{Gc} \cos \alpha_{10} + Z_{Gc} \sin \alpha_{10}) + \mu \cdot \dot{l}_{am} (z_M \sin(\alpha_{10} - \alpha_{220}) + x_M \cos(\alpha_{10} - \alpha_{220}))$
R5	<p>Instant du contact cadre/sol : $t_{contact} = 44,92$ s</p> <p>$\alpha_{10}(t_{contact}) = -0,35$ rad/s</p> <p>Vitesse d'impact : $V_{impact} \approx 0,525$ m/s</p> <p>Conclusion :</p> <p>La vitesse du point d'impact est donc de 0,525 m/s ce qui est bien inférieur à ce qui est demandé dans le cahier des charges (FC2 : 1m/s maxi).</p>

R6	Liste des paramètres variables : <ul style="list-style-type: none"> • 5 pivots : 5 inconnues cinématiques • 1 glissière : 1 inconnue • 2 linéaires rectilignes : 4 inconnues Nombre d'équations scalaires à écrire : $r_C = l_C - m = 9$ équations à écrire.	
R7	Ecriture des équations scalaires	
	Chaîne de solides : 1 - 3 - 2 - 4 - 1 Fermeture vectorielle : $\vec{EA} + \vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DE} = \vec{0}$ $-l_3 \cdot \vec{z}_3 + x_B \cdot \vec{x}_0 + l_4 \cdot \vec{z}_4 + (z_E - z_D) \cdot \vec{z}_1 + (x_E - x_D) \cdot \vec{x}_1 = \vec{0}$	Chaîne de solides : Fermeture vectorielle :
	Projections : <ul style="list-style-type: none"> • $l_3 \cdot \sin \alpha_{30} + x_B - l_4 \cdot \sin \alpha_{40} - (z_E - z_D) \cdot \sin \alpha_{10} + (x_E - x_D) \cdot \cos \alpha_{10} = 0$ • $-l_3 \cdot \cos \alpha_{30} + l_4 \cdot \cos \alpha_{40} + (z_E - z_D) \cdot \cos \alpha_{10} + (x_E - x_D) \cdot \sin \alpha_{10} = 0$ 	Projections : <ul style="list-style-type: none"> • •
	Chaîne de solides : 0 - 2 - 4 - 1 - 0 Fermeture vectorielle : $\vec{BD} + \vec{DG} + \vec{GB} = \vec{0}$ $l_4 \cdot \vec{z}_4 + (z_G - z_D) \cdot \vec{z}_1 + (x_G - x_D) \cdot \vec{x}_1 + z_A \cdot \vec{z}_0 + (x_A + x_B) \cdot \vec{x}_0 = \vec{0}$	Chaîne de solides : Fermeture vectorielle :
	Projections : <ul style="list-style-type: none"> • $-l_4 \cdot \sin \alpha_{40} - (z_G - z_D) \cdot \sin \alpha_{10} + (x_G - x_D) \cdot \cos \alpha_{10} + (x_A + x_B) = 0$ • $l_4 \cdot \cos \alpha_{40} + (z_G - z_D) \cdot \cos \alpha_{10} + (x_G - x_D) \cdot \sin \alpha_{10} + z_A = 0$ 	Projections : <ul style="list-style-type: none"> • •
	Chaîne de solides : 1 - 5 - 6 - 4 - 1 Fermeture vectorielle : $\vec{DC} + \vec{CF} + \vec{FD} = \vec{0}$ Soit $(l_4 - d_4) \vec{z}_4 + l_5 \cdot \vec{x}_5 + z_D \cdot \vec{z}_1 + x_D \cdot \vec{x}_1 = \vec{0}++$	Chaîne de solides : Fermeture vectorielle :
	Projections : <ul style="list-style-type: none"> • $-(l_4 - d_4) \sin \alpha_{40} + l_5 \cos \alpha_{50} - z_D \sin \alpha_{10} + x_D \cos \alpha_{10} = 0$ • $(l_4 - d_4) \cos \alpha_{40} + l_5 \sin \alpha_{50} + z_D \cos \alpha_{10} + x_D \sin \alpha_{10} = 0$ 	Projections : <ul style="list-style-type: none"> • •

R8 Course du vérin :

Le dispositif d'inclinaison doit permettre de faire passer l'angle α_{10} de 0 à $6,9^\circ$ par rapport à l'horizontale. Ainsi la longueur de vérin doit varier de 230 à 360mm soit une course de 130mm.

Commentaire sur la linéarité :

La loi de comportement semble pouvoir être modélisable par une droite dans la zone de travail du vérin.

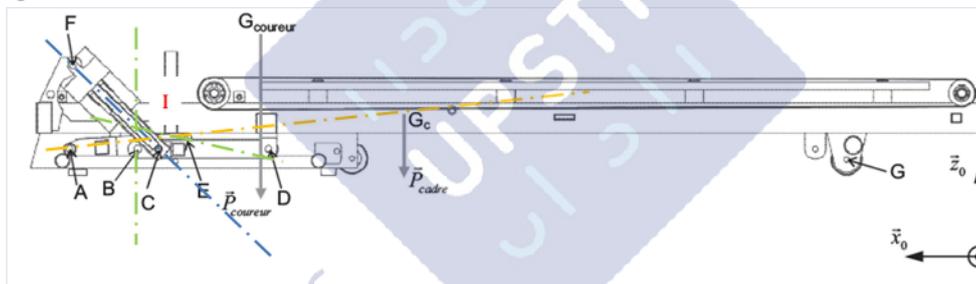
R9 Temps de montée :

La vitesse d'allongement maximale du vérin est de 4,6 mm/s (p D8/8). La course est de 130 mm.

Le temps d'allongement est donc de $T=D/V=130/4,6=28s$.

Ceci est compatible avec le cahier des charges (30s.).

R10 Etude statique :



Isolement effectué	Efforts dont la direction est déterminée.
5 + 6	$\vec{F}_{1 \rightarrow 5}$ et $\vec{C}_{4 \rightarrow 6}$ suivant la droite (CF) - Vecteur \vec{x}_5 (Ensemble soumis à 2 forces)
3	$\vec{A}_{2 \rightarrow 3}$ et $\vec{E}_{1 \rightarrow 3}$ suivant la droite (AE) - Vecteur \vec{z}_3 (Ensemble soumis à 2 forces)
4	$\vec{C}_{6 \rightarrow 4}$ direction connue (CF), en B la direction de l'effort $\vec{B}_{2 \rightarrow 4}$ est verticale (D). 4 est soumis à 3 forces. Elles sont donc coplanaires et concourante. On note $I = D \cap (CF)$. $\vec{D}_{1 \rightarrow 4}$ a pour direction (ID).

R11 $X_C = -X_D$? Solide(s) isolé(s) : On isole la pièce 4

Théorèmes utilisé(s) :

On applique le théorème de la résultante statique en projection sur l'axe \vec{x}

Expression de $\vec{E}_{3 \rightarrow 1}$:

Valable $\forall \alpha_{10}$?

Cette relation reste vraie quelle que soit l'inclinaison.

R12 X_E ? Solide(s) isolé(s) :

L'ensemble {1,5,6}

Théorèmes utilisé(s) :

Théorème de la résultante statique appliqué à cet ensemble en projection sur l'axe \vec{x}

$$X_E + X_C + X_D = 0$$

Expression de $\vec{E}_{3 \rightarrow 1}$:

D'après la question 11, $X_C + X_D = 0$; donc $X_E = 0$

Le solide 3 étant soumis à deux forces, la direction de l'effort est donc la droite (AE). X_E étant nul ; donc ;

$$\vec{E}_{3 \rightarrow 1} = \vec{0}$$

R13 Effort vérin ? Solide(s) isolé(s) ?

On isole le solide 1

Théorème(s) utilisé(s) :

Le PFS permet donc a priori de résoudre le système.

Bilan des actions mécaniques extérieures :

- liaison pivot en F : la direction est connue (droite CF). Dans cette liaison, il y a donc comme inconnue la norme de l'effort ;
- liaison pivot en E : l'effort est nul ;
- liaison pivot en D : la direction est connue (droite (DI)) ; La norme de l'effort est inconnue ;
- liaison linéaire rectiligne (cylindre - plan) : la direction est connue (axe \vec{z}_0). Dans cette liaison, il y a donc comme inconnue la norme de l'effort ;
- le poids du cadre est entièrement déterminé ;
- le poids du coureur est entièrement déterminé.

R14 Conclusion :

La charge admissible par le vérin est de 5 000N. Le vérin est donc compatible avec l'effort le plus défavorable.

R15 Torseurs statiques :

$$[T_{O_1}] = \begin{bmatrix} X_1 & 0 \\ 0 & M_1 \\ Z_1 & 0 \end{bmatrix}_{O_1, B_0} \quad [T_{O_3}] = \begin{bmatrix} X_3 & 0 \\ 0 & M_3 \\ Z_3 & 0 \end{bmatrix}_{O_3, B_0} = \begin{bmatrix} X_3 & -LZ_3 \\ 0 & M_3 \\ Z_3 & LX_3 \end{bmatrix}_{O_1, B_0}$$

Relations liées à la symétrie : $[T_{O1}] = [T_{O3}]$?

R16 Expression de $[T_{O_1}]$:

$$[T_{O_1}] = \begin{bmatrix} -\frac{X_c}{2} & 0 \\ 0 & \frac{dZ_c}{2} \\ -\frac{Z_c}{2} & 0 \end{bmatrix}_{O_1, B_0}$$

R17 Torseur de cohésion

On note $\vec{O_3 Q} = \lambda \cdot \vec{y_0}$

$$\text{Tronçon } [O_3 O_2] : [T_{coh}]_Q = -[T_{O_3}]_Q = - \begin{Bmatrix} X_3 & -\lambda \cdot Z_3 \\ 0 & M_3 \\ Z_3 & \lambda \cdot X_3 \end{Bmatrix}_{B_0}$$

$$\text{Tronçon } [O_2 O_1] : [T_{coh}]_Q = [T_{O_1}]_Q = \begin{Bmatrix} X_1 & (L - \lambda) \cdot Z_1 \\ 0 & M_1 \\ Z_1 & -(L - \lambda) \cdot X_1 \end{Bmatrix}_{B_0}$$

R18 Nature des sollicitations

La barre de liaison est sollicitée en torsion, en flexion simple autour de x et en flexion simple autour de z (flexion combinée)

R19 Moment quadratique :

$$I_{Qx} = \frac{h^4 - (h - 2e)^4}{12}$$

R20 Contrainte maximale :

$$\sigma_{max} = \frac{M_{fx}}{I_{Qx}} \cdot \frac{h}{2} = \frac{L \cdot \frac{Z_C}{4}}{\frac{h^4 - (h - 2e)^4}{12}} \cdot \frac{h}{2}$$

R21 Application numérique :

$$\sigma_{max} = \frac{M_{fx}}{I_{Qx}} \cdot \frac{h}{2} = \frac{400 \cdot \frac{1500}{4}}{15000} \cdot \frac{25}{2} = 125 \text{ MPa}$$

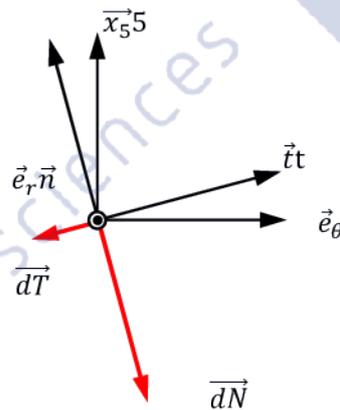
R22 S235 – Signification Acier d'usage général dont la résistance élastique minimale est de 235MPa.

Autre matériau : Matériaux proposés : S355 (coefficient de sécurité 1,2), C35 trempé revenu (Re=630, coefficient de sécurité : 2,1)

Matériau adapté ?

Le S235 n'est pas compatible avec la contrainte maximale de 300MPa calculée par élément fini.

R23 Représentation de dN et dT :



R23 Expression de $X_{V \rightarrow 6}$:

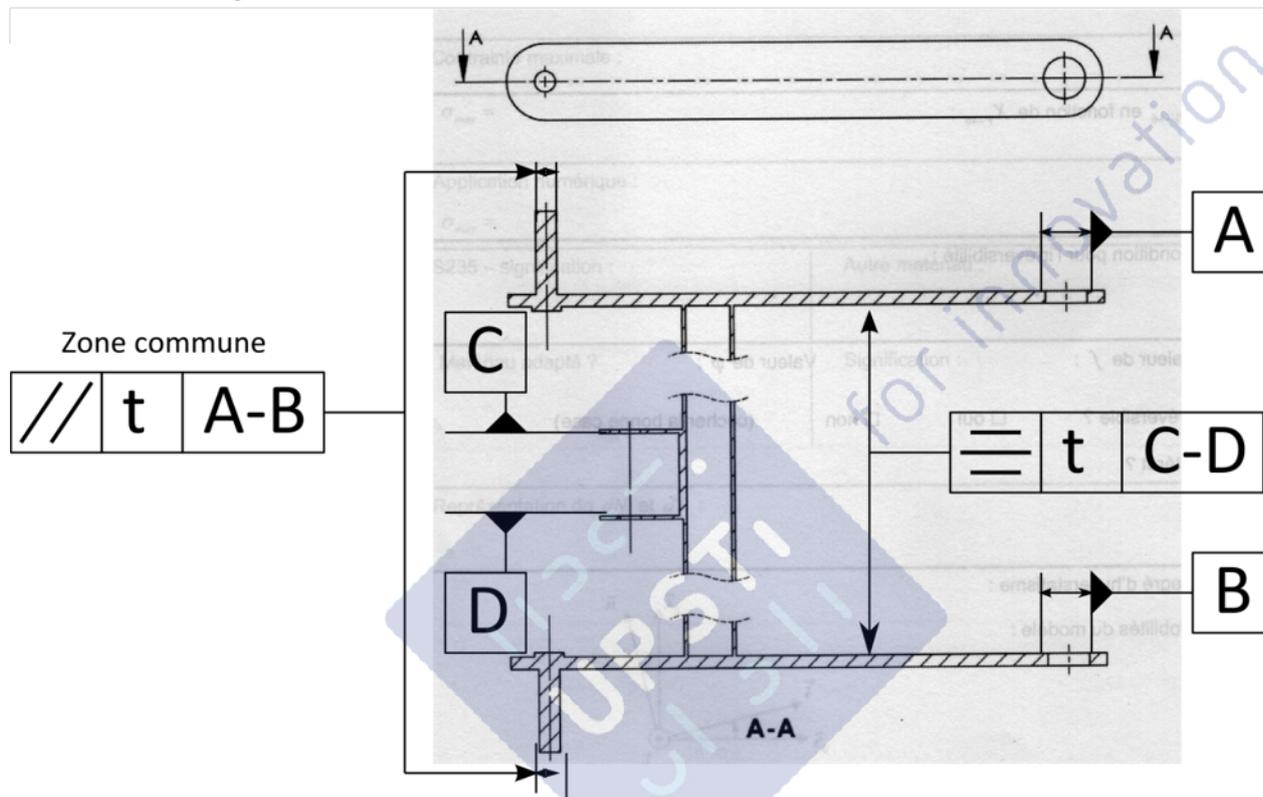
$$\begin{aligned} \overrightarrow{dR_{V \rightarrow 6}} &= -dN \vec{n} - dT \vec{t} = -dN(\cos i \vec{x}_5 - \sin i \vec{e}_\theta) - dT(\cos i \vec{e}_\theta + \sin i \vec{x}_5) \\ &= -dN(\cos i \vec{x}_5 - \sin i (\cos \theta \vec{z}_5 - \sin \theta \vec{y}_5)) - dT(\cos i (\cos \theta \vec{z}_5 - \sin \theta \vec{y}_5) + \sin i \vec{x}_5) \\ &= \begin{bmatrix} -dN \cos i - dT \sin i \\ -dN \sin i \sin \theta + dT \cos i \sin \theta \\ +dN \sin i \cos \theta - dT \cos i \cos \theta \end{bmatrix}_{B_5} \end{aligned}$$

En conséquence, en utilisant la loi de Coulomb:

$$X_{V \rightarrow 6} = -(\cos i + f \sin i) \iint_S p dS$$

R25	<p>Expression de $L_{V \rightarrow 6}$:</p> $L_{V \rightarrow 6} = \vec{M}_{(H,V \rightarrow 6)} \cdot \vec{x}_5 = \left(\iint_S (\vec{HM} \wedge \vec{dR}_{V \rightarrow 6}) \right) \cdot \vec{x}_5$ <p>Or $\vec{HM} = -r_{moy} \cdot \vec{e}_r$</p> <p>Donc $\iint_S (\vec{HM} \wedge \vec{dR}_{V \rightarrow 6}) = \iint_S (-r_{moy} \cdot \vec{e}_r \wedge (-dN\vec{n} - dT\vec{t})) = \iint_S -r_{moy} (dN \cdot \vec{t} + dT\vec{n})$</p> <p>Ainsi $\left(\iint_S (\vec{HM} \wedge \vec{dR}_{V \rightarrow 6}) \right) \cdot \vec{x}_5 = -r_{moy} \iint_S (pdS \cdot \sin i - fpdS \cos i) = -r_{moy} \cdot (\sin i - f \cos i) \iint_S pdS$</p> <p>Finalement,</p> $L_{V \rightarrow 6} = r_{moy} (\sin i - f \cos i) \iint_S pdS$
R26	<p>$L_{V \rightarrow 6}$ en fonction de $X_{V \rightarrow 6}$:</p> $\frac{L_{V \rightarrow 6}}{X_{V \rightarrow 6}} = \frac{(\sin i - f \cos i)}{-(\cos i + f \sin i)} = -\frac{(\tan i - f)}{(1 + f \tan i)} = -\frac{(\tan i - \tan \varphi)}{(1 + \tan \varphi \tan i)} = -\tan(i - \varphi)$ $L_{V \rightarrow 6} = -r_{moy} \cdot \tan(i - \varphi) \cdot X_{V \rightarrow 6}$
R27	<p>Condition pour l'irréversibilité :</p> <p>Irréversibilité : $i < \varphi$</p>
R28	<p>Valeur de f : 0,1</p> <p>Valeur de φ : 6°</p> <p>Irréversible ?</p> <p>Le coefficient de frottement est supérieur à l'angle d'hélice. Le vérin a donc un comportement irréversible.</p> <p>Intérêt ?</p> <p>Lors de l'utilisation du tapis roulant et lorsque celui-ci n'est pas horizontal, l'action du joggeur n'entraîne pas de diminution de la pente.</p>
R29	<p>Degré d'hyperstatisme</p> $h = 6\mu - I_C + m \text{ avec } \begin{cases} \mu = N_L - N_S + 1 = 8 - 6 + 1 = 3 \\ I_C = 14 \\ m = 1 \end{cases} \rightarrow h = 18 - 14 + 1 = 5$

R30 Parallélisme et symétrie :



R31 Question 1. Attention : erreur probable : $R_{TM} = 30$

Expression de la vitesse du tapis :

$$V_{tapis} = R_{TM} \cdot \omega_{12} \cdot 10^{-6} \cdot 3600 = R_{TM} \frac{R_{PM}}{R_{PR}} \omega_M \cdot 10^{-6} \cdot 3600 = R_{TM} \frac{R_{PM}}{R_{PR}} \frac{2\pi N_M}{60} \cdot 10^{-6} \cdot 3600$$

Application numérique :

$$V_{tapis} = \frac{2\pi \cdot 30 \cdot 17,5 \cdot 4000}{60 \cdot 48} \cdot 10^{-6} \cdot 3600 = 16,5 \text{ km/h}$$

Conclusion :

Le cahier des charges est respecté (18km/h maxi).

R32 Expression de l'énergie cinétique de l'ensemble E :

$$E_c = \frac{1}{2}J_M\omega_M^2 + \frac{1}{2}J_{TM}\omega_{12}^2 + \frac{1}{2}J_{TR}\omega_{13}^2 = \frac{1}{2}\left(J_M + J_{TM}\left(\frac{R_{PM}}{R_{PR}}\right)^2 + J_{TR}\left(\frac{R_{TM}R_{PM}}{R_{TR}R_{PR}}\right)^2\right)\omega_M^2$$

Expression de $J_{\acute{e}q}$:

$$J_{\acute{e}q} = \left(J_M + J_{TM}\left(\frac{R_{PM}}{R_{PR}}\right)^2 + J_{TR}\left(\frac{R_{TM}R_{PM}}{R_{TR}R_{PR}}\right)^2\right)$$

R33 Equation différentielle liant $\omega_M(t)$ à $J_{\acute{e}q}$ et C_M :

$$\dot{\omega}_M = \frac{C_M}{J_{\acute{e}q}}$$

R34 Equation différentielle liant $\omega_M(t)$ à $J_{\acute{e}q}$, K_t et $U(t)$:

$$\omega_M \dot{\omega}_M + \frac{K_t K_e}{R J_{\acute{e}q}} \omega_M(t) = \frac{K_t}{R J_{\acute{e}q}} U(t)$$

R35 Solution de l'équation différentielle pour $U(t) = U_0$:

$$\omega_M(t) = \frac{U_0}{K_e} \left(1 - e^{-\frac{K_e^2 t}{R J_{\acute{e}q}}}\right)$$

R36 Vitesse de rotation du moteur (en $rad \cdot s^{-1}$) à $t = 0,25s$:

$$\omega_M(0,25) = 0,63 \frac{U_0}{K_e} \simeq 226 \text{ rad/s}$$

Vitesse de défilement du tapis (en $km \cdot h^{-1}$) à $t = 0,25s$:

$$V_{tapis} = R_{TM} \frac{R_{PM}}{R_{PR}} \omega_M \cdot 10^{-6} \cdot 3600 = 30 \cdot \frac{17,5}{48} \cdot 226 \cdot 10^{-6} \cdot 3600 \simeq 8,9 \text{ km/h}$$

R37 Expression du courant induit :

$$i(t) = \frac{U_0 - K_e \omega_M(t)}{R}$$

Courant à $t = 0s$: $i(0) = \frac{U_0}{R} = 90 \text{ A}$. Courant à $t = 0,25s$: $i(0,25) = \frac{180 - 0,5 \cdot 226}{2} \simeq 33,5 \text{ A}$.

R38 Nouvelle expression de $\omega_M(t)$: en utilisant R33 et les équations du moteur à courant continu :

$$\frac{d\omega_M(t)}{dt} = \frac{K_t}{J_{\acute{e}q}} i_{max} \Rightarrow \omega_M(t) = \frac{K_t}{J_{\acute{e}q}} i_{max} t$$

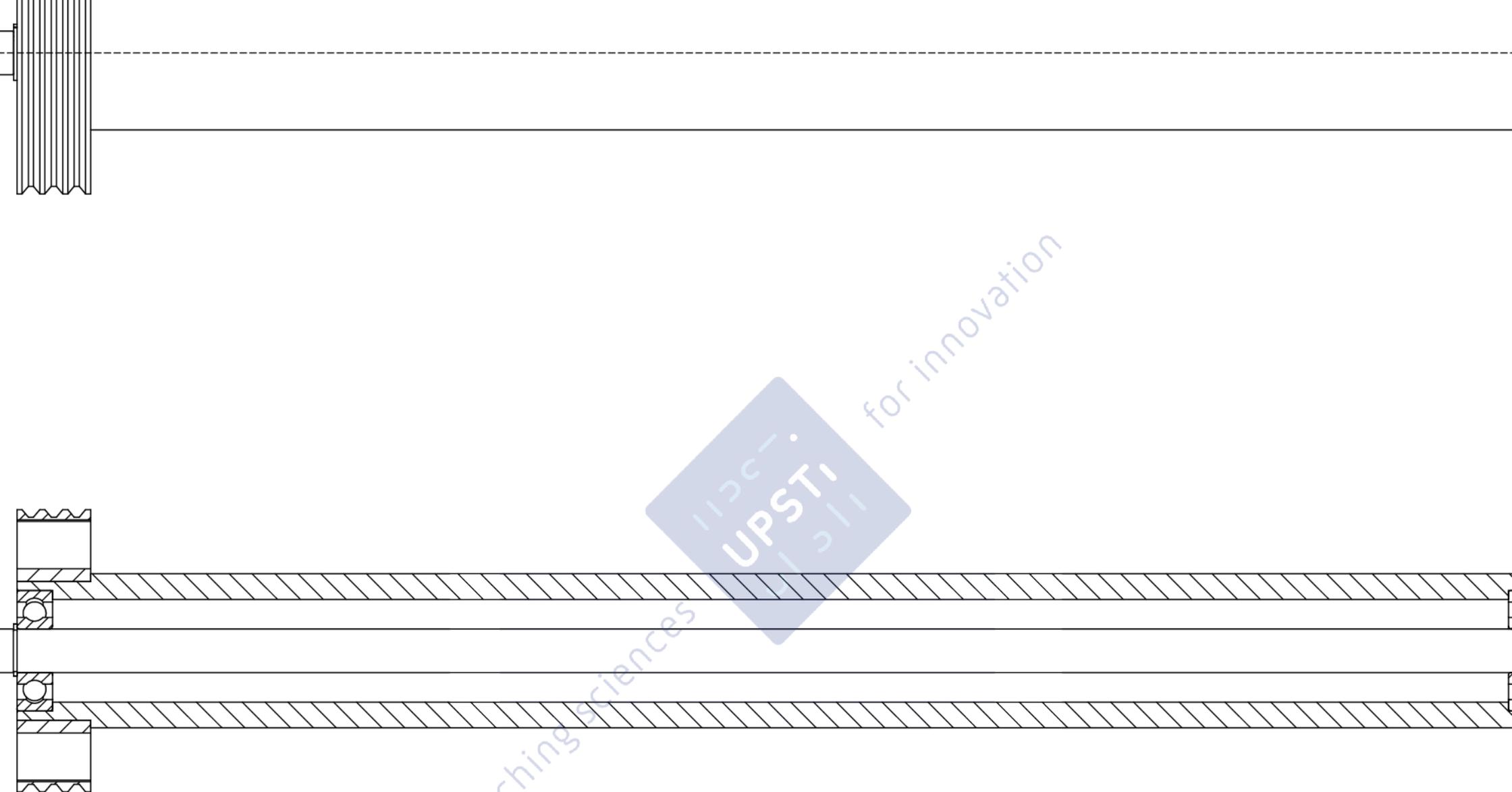
Note : on a vu que la vitesse maximale du tapis était de 16,5 km/h.

$$4000 \text{ tr/min} = \frac{4000 \cdot 2\pi}{60} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \simeq 400 \text{ rad} \text{ on a donc } t = 400 \cdot \frac{J_{\acute{e}q}}{K_t \cdot i_{max}} = \frac{400 \cdot 3,1 \cdot 10^{-2}}{0,5 \cdot 7,5} \simeq 4s$$

R39 Commande du moteur :

D'après le cahier des charges, on doit passer de 0 à 18 km/h en 30s.

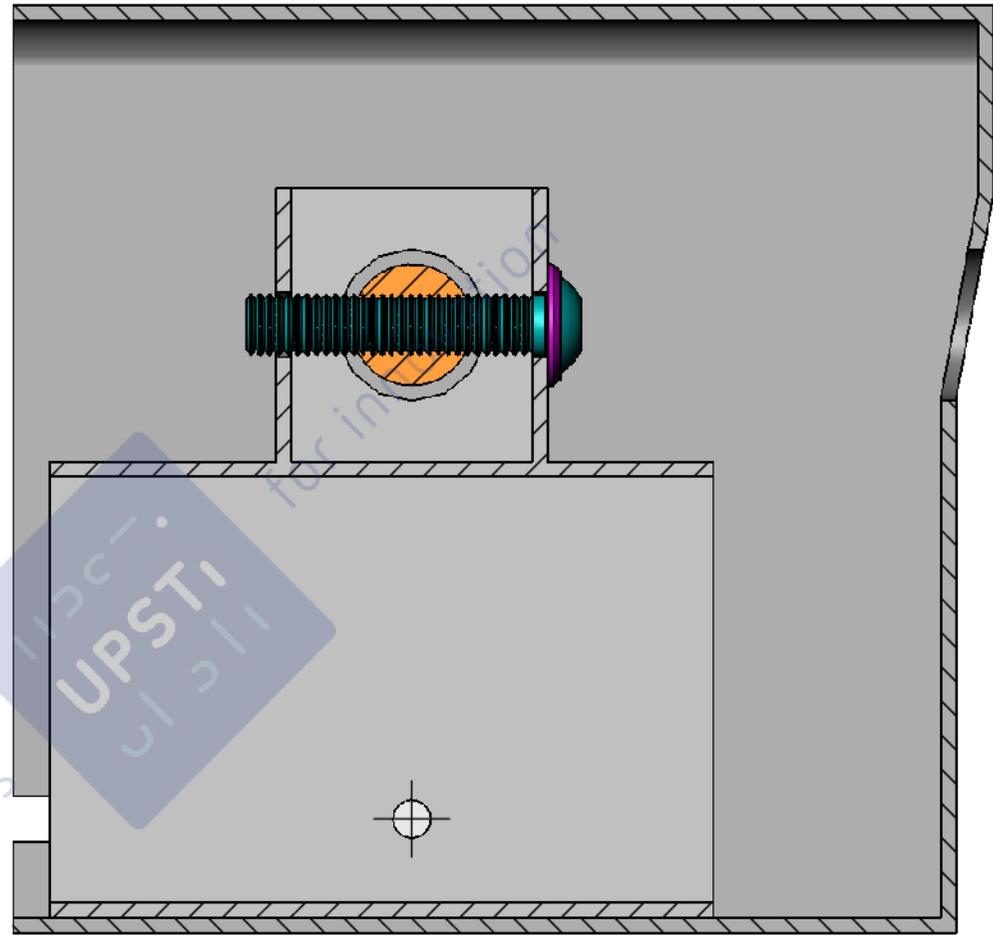
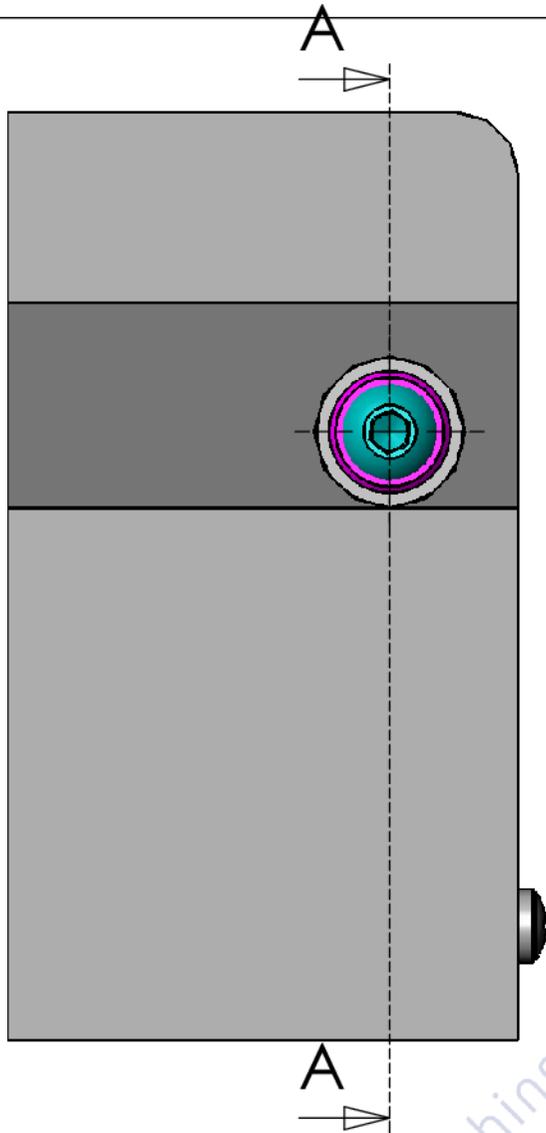
On peut donc imaginer que le moteur sera piloté par une rampe de vitesse.



teaching sciences for innovation
 UPSTI

COUPE A-A
 ECHELLE 1 : 2

UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH: TOLERANCES: LINEAR: ANGULAR:	FINISH:	DEBUR AND BREAK SHARP EDGES	DO NOT SCALE DRAWING
---	---------	-----------------------------------	----------------------



COUPE A-A ECHELLE 1 : 1

PROPRIETARY AND CONFIDENTIAL
THE INFORMATION CONTAINED IN THIS DRAWING IS THE SOLE PROPERTY OF <INSERT COMPANY NAME HERE>. ANY REPRODUCTION IN PART OR AS A WHOLE WITHOUT THE WRITTEN PERMISSION OF

		DIMENSIONS ARE IN INCHES	NAME	DATE	<COMPANY NAME>
		TOLERANCES:	DRAWN		
		FRACTIONAL \pm	CHECKED		
		ANGULAR: MACH \pm BEND \pm	ENG APPR.		
		TWO PLACE DECIMAL \pm	MFG APPR.		
		THREE PLACE DECIMAL \pm	Q.A.		
		MATERIAL	COMMENTS:		
		FINISH			
NEXT ASSY	USED ON	DO NOT SCALE DRAWING			
			SIZE	DWG. NO.	REV.
			A		
			SCALE: 1:2	WEIGHT:	SHEET 1 OF 1