



## Proposition de corrigé

Concours : ICNA

Année : 2012

Filière : -

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

### A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

### Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : [corrigesconcours@upsti.fr](mailto:corrigesconcours@upsti.fr).

### Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : [www.upsti.fr](http://www.upsti.fr)

L'équipe UPSTI

# Etude du SIMULATEUR DE VOL « FLY-HO »

## Partie A : Présentation et problématique

### A.1 Intérêt et principe de fonctionnement des simulateurs de vol

### A.2 Analyse fonctionnelle interne

**Question 1** : En vous aidant de la documentation technique (DT1 et DT2), reproduire et compléter le tableau ci-dessous regroupant les éléments du schéma fonctionnel DT5, concernant l'axe MI .

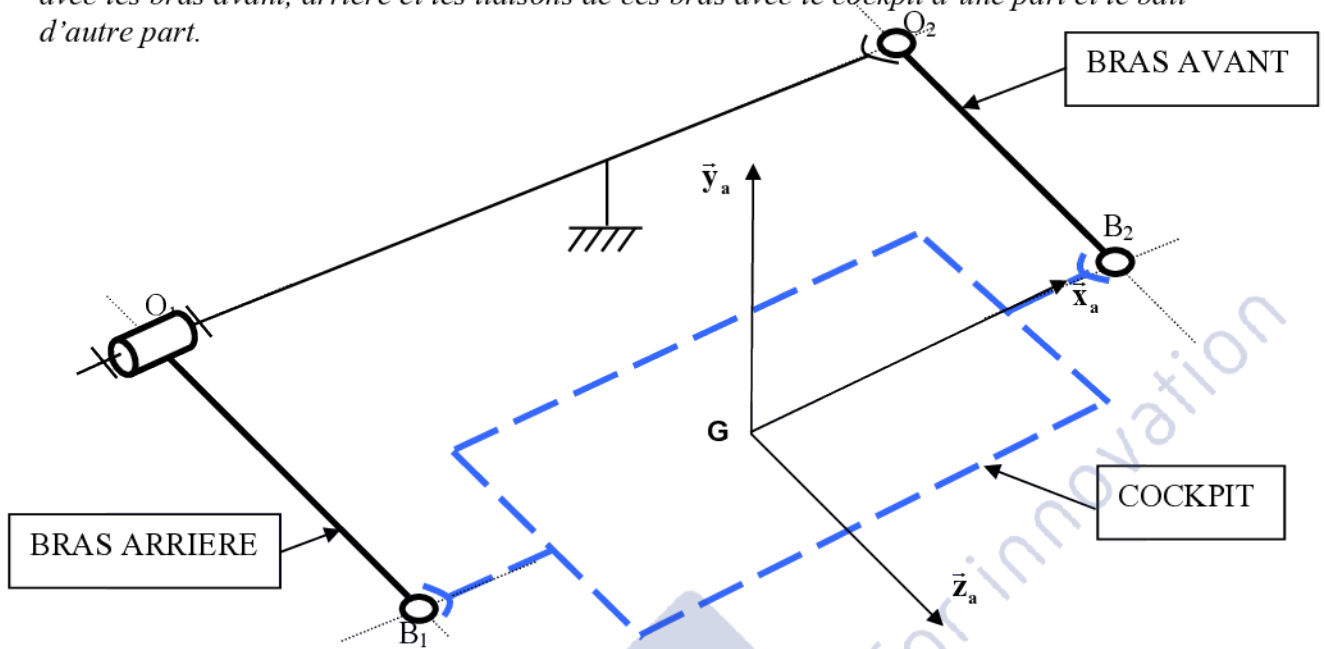
Fonction	Eléments du diagramme FAST
Acquérir : <ul style="list-style-type: none"><li>• Commandes</li><li>• Capteurs</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 1a,1b,1c,1d</li><li>• 3a,3h</li></ul>
Traiter	3b
Communiquer	1e, 3b,3c
Alimenter	3d,
Distribuer	3e
Convertir	3f
Transmettre	2a, 2b,2c,3g,3j

### A.3 Etude de la fonction FS2 : « Lier le cockpit au sol par une structure à 3 DDL »

**Question 2** : Reproduire et compléter le tableau des mouvements du cockpit ci-dessous en indiquant les déplacements des points  $A_i$  (centres des rotules) :

	DEPLACEMENT VERTICAL >0	ROULIS >0	TANGAGE >0
$A_1$	Y+	Y-	Y+
$A_2$	Y+	Y-	Y-
$A_3$	Y+	Y+	0

**Question 3 :** Reproduire sur votre copie puis compléter le schéma cinématique du simulateur avec les bras avant, arrière et les liaisons de ces bras avec le cockpit d'une part et le bâti d'autre part.



**Question 4 :** Déterminer la liaison équivalente entre le cockpit et le bâti réalisée par le bras arrière au point  $B_1$ . Préciser ses caractéristiques géométriques à partir des points et des axes définis figure A6.

Il s'agit de 2 liaisons en série :

- pivot d'axe  $(O_1, \vec{x}_a)$  entre le bâti et le bras arrière
- rotule de centre  $B_1$  entre le bras arrière et le cockpit

$$V_{cockpit / bâti} = V_{cockpit / brasarrière} + V_{brasarrière / bâti} = \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{B1} + \begin{Bmatrix} \omega'_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O1} = \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{B1} + \begin{Bmatrix} \omega'_x & 0 \\ 0 & -l_1 \omega'_x \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B1}$$

$$V_{cockpit / bâti} = \begin{Bmatrix} \omega_x + \omega'_x & 0 \\ \omega_y & -l_1 \omega'_x \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{B1} \text{ est une liaison sphère-cylindre à 4 DDL}$$

**Question 5 :** Déterminer de même la liaison équivalente entre le cockpit et le bâti réalisée par le bras avant. Préciser ses caractéristiques géométriques.

Il s'agit de 2 liaisons en série :

- rotule de centre  $O_2$  entre le bâti et le bras avant
- rotule de centre  $B_2$  entre le bras avant et le cockpit

$$V_{cockpit / bâti} = V_{cockpit / brasavant} + V_{brasavant / bâti} = \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{B2} + \begin{Bmatrix} \omega'_x & 0 \\ \omega'_y & 0 \\ \omega'_z & 0 \end{Bmatrix}_{O2} = \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{B2} + \begin{Bmatrix} \omega'_x & -l_2 \omega'_y \\ \omega'_y & l_2 \omega'_z \\ \omega'_z & 0 \end{Bmatrix}_{B2}$$

$$V_{cockpit / bâti} = \left\{ \begin{array}{c} \omega_x + \dot{\omega}_x \quad -l_2 \dot{\omega}_y \\ \omega_y + \dot{\omega}_y \quad l_2 \dot{\omega}_z \\ \omega_z + \dot{\omega}_z \quad 0 \end{array} \right\}_{B_2} \text{ est une liaison ponctuelle de normale } (B_2, \vec{z}_a)$$

**Question 6 :** Déterminer enfin la liaison équivalente entre le cockpit et le bâti réalisée par les deux liaisons équivalentes précédentes entre le cockpit et le bâti. On pose  $\overrightarrow{B_1 B_2} = L\vec{x}_a$

Exprimer le torseur d'action mécanique transmissible par cette liaison au point  $B_1$ , puis son torseur cinématique et vérifier qu'il est bien compatible avec les mobilités utiles du mécanisme (roulis, tangage et déplacement vertical).

Il s'agit de 2 liaisons en parallèle :

- liaison sphère-cylindre de centre  $B_1$  direction  $\vec{y}_a$
- liaison ponctuelle de normale  $(B_2, \vec{z}_a)$

En utilisant une méthode statique :

$$T_{cockpit / bâti} = T_{B_1} + T_{B_2} = \left\{ \begin{array}{c} X_1 \quad 0 \\ 0 \quad 0 \\ Z_1 \quad 0 \end{array} \right\}_{B_1} + \left\{ \begin{array}{c} 0 \quad 0 \\ 0 \quad 0 \\ Z_2 \quad 0 \end{array} \right\}_{B_2} = \left\{ \begin{array}{c} X_1 \quad 0 \\ 0 \quad LZ_2 \\ Z_1 + Z_2 \quad 0 \end{array} \right\}_{B_1} \text{ ou } V_{cockpit / bâti} = \left\{ \begin{array}{c} \omega_x \quad 0 \\ 0 \quad v_y \\ \omega_z \quad 0 \end{array} \right\}_{B_1}$$

Ce torseur cinématique correspond bien aux 3 mobilités utiles du simulateur (roulis, tangage et déplacement vertical).

La liaison équivalente correspond à une liaison « sphère-cylindre à doigt ».

**Question 7 :** Recenser en les justifiant les mobilités internes du mécanisme de commande des déplacements du cockpit.

Il y a 3 mobilités internes correspondant à la rotation des 3 bielles M1, M2 et M3 autour de leur axe.

**Question 8 :** En déduire le degré d'hyperstatisme global du mécanisme. Justifier le choix de ce type de montage par le concepteur.

Par la formule de mobilité :  $h = Ns - 6(n - 1) + mc$

Nombre d'inconnues statiques :  $Ns = 3 * 5 + 6 * 3 + 3 = 36$  (3 liaisons pivot, 6 liaisons rotules, la liaison équivalent cockpit / bâti à 3 inconnues statiques)

Nombre de solides :  $n = 1 + 3 + 3 + 1 = 8$  (1 bâti, 3 moteurs, 3 bielles, 1 cockpit)

Nombre de mobilités :  $mc = mu + mi = 3 + 3 = 6$

D'où  $h = 36 - 6 * 7 + 6 = 0$

Ce mécanisme est isostatique. Il n'y a pas d'effort dans les liaisons en absence d'effort extérieur et le positionnement du simulateur est unique.

## Partie B : Etude de la fonction FS3

### « Reproduire les sensations d'un avion en vol »

#### B.1 Etude de la phase de roulage avant le décollage

**Question 9 :** A l'aide des performances de l'avion, calculer son accélération  $a$  pendant la phase de roulage avant le décollage. Exprimée en  $m/s^2$ , on arrondira à la valeur entière la plus proche.

$$D = \frac{1}{2}at^2 \text{ et } V = at \text{ d'où } D = \frac{V^2}{2a} ; \text{ donc } a = \frac{V^2}{2D}$$

AN :  $V = 120 \text{ km/h} = 120 / 3,6 = 33,3 \text{ m/s}$  d'où  $a = 33,3^2 / (2 * 283) = 19600 / 566 \approx 34,6$  donc  $a = 35 \text{ m/s}^2$

**Question 10 :** On considère le pilote installé dans l'avion de la Figure B2. Le mouvement de l'avion par rapport au référentiel Galiléen  $R_g(O, \vec{x}_g, \vec{y}_g, \vec{z}_g)$  est une translation rectiligne d'accélération  $a$  constante. La masse du pilote est notée  $m$  et le moment d'inertie du pilote par rapport à l'axe  $G\vec{z}_a$  est noté  $I_G$ . Déterminer le torseur des actions de liaison entre le pilote et son siège. Le pilote est supposé se comporter comme un solide indéformable. On précisera le moment en  $G$  et la résultante du torseur d'effort : siège  $\rightarrow$  pilote.

On applique le PFD au pilote isolé, soumis à son poids et à la réaction du siège :

$$T_{\text{siège} \rightarrow \text{pilote}} + T_{\text{poids}} = D_{G, \text{pilote} / R_g} = \begin{Bmatrix} m\ddot{\vec{x}}_g \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G. \text{ Les repères } R_a \text{ et } R_g \text{ sont parallèles.}$$

Equations de résultante :

$X = m\ddot{x} = ma$
$Y - mg = 0$
$Z = 0$

Equations de moment en  $G$  :

$L = 0$
$M = 0$
$N = 0$

**Question 11 :** Dans le simulateur, l'accélération est simulée en inclinant la cabine du simulateur vers l'arrière (Figure B3). Le pilote, assis sur son siège est positionné de telle sorte que son centre d'inertie  $G$  se trouve aux coordonnées  $(l, h, 0)$  dans la base de la cabine  $(O, \vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)$ . Il est toujours rigidement lié à son siège et ressent les effets du mouvement par l'intermédiaire de son siège. Déterminer dans ce cas, le torseur de la liaison entre le pilote et le siège  $T_{\text{siège} \rightarrow \text{pilote}}$ , exprimé au point  $G$  et dans la base  $(\vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)$ .

On applique de même le PFD au pilote isolé, soumis à son poids et à la réaction du siège :

$$T_{\text{siège} \rightarrow \text{pilote}} + T_{\text{poids}} = D_{G, \text{pilote} / R_g} = \begin{Bmatrix} m\vec{a}(G / R_g) \\ \vec{\delta}_{G, \text{pilote} / R_g} \end{Bmatrix}_G$$

$$\vec{OG} = l\vec{x}_a + h\vec{y}_a$$

d'où

$$\vec{V}(G / R_g) = \left( \frac{d\vec{OG}}{dt} \right)_{R_g} = l \left( \frac{d\vec{x}_a}{dt} \right)_{R_g} + h \left( \frac{d\vec{y}_a}{dt} \right)_{R_g} = l\vec{\omega}_{Ra/Rg} \wedge \vec{x}_a + h\vec{\omega}_{Ra/Rg} \wedge \vec{y}_a = l\dot{\theta}\vec{y}_a - h\dot{\theta}\vec{x}_a$$

$$\vec{a}(G/Rg) = l\ddot{\theta}\vec{y}_a - l\dot{\theta}^2\vec{x}_a - h\ddot{\alpha}\vec{x}_a - h\dot{\alpha}^2\vec{y}_a$$

Equations de résultante :

$$\begin{cases} X - mg \sin \theta = -m(l\dot{\theta}^2 + h\ddot{\theta}) \\ Y - mg \cos \theta = m(l\ddot{\theta} - h\dot{\theta}^2) \\ Z = 0 \end{cases}$$

Calcul des moments cinétiques et dynamiques :  $\vec{\sigma}_{G, \text{pilote}/Rg} = I_G \dot{\vec{\theta}}_a$  et  $\vec{\delta}_{G, \text{pilote}/Rg} = I_G \ddot{\vec{\theta}}_a$

Equations de moment en G :

$$\begin{cases} L = 0 \\ M = 0 \\ N = I_G \ddot{\theta} \end{cases}$$

**Question 12 :** Déterminer les 3 conditions à vérifier si on souhaite que le pilote ait les mêmes sensations entre les deux cas étudiés.

En déduire la valeur de l'angle d'inclinaison  $\theta_a$  en phase stabilisée de roulage ( $\theta_a = \text{cste}$ ).

Pour des angles inférieurs à 0,3 rad, on supposera  $\tan \theta_a = \sin \theta_a = \theta_a$  exprimé en rad.

$$ma = mg \sin \theta - m(l\dot{\theta}^2 + h\ddot{\theta})$$

Les 3 conditions à respecter sont :  $0 = mg \cos \theta + m(l\ddot{\theta} - h\dot{\theta}^2)$

$$0 = I_G \ddot{\theta}$$

soit en phase stabilisée :  $\ddot{\theta} = 0$  et  $\dot{\theta} = 0$  ; d'où  $\theta_a = \sin^{-1}\left(\frac{a}{g}\right)$

AN :  $\theta_a = \sin^{-1}\left(\frac{2}{10}\right) \approx 0,2 \text{ rad}$  soit environ 12°

**Question 13 :** Ces conditions ne peuvent être satisfaites exactement à tout instant. Quelle doit être la vitesse de rotation maximum à ne pas dépasser pour que les différences entre les valeurs non nulles de ces torseurs ne dépassent pas 5% ?

Données :  $l=h=1\text{m}$

D'après l'équation sur  $\vec{x}_a$ ,  $l\dot{\theta}^2 < 0,05 \cdot a$  soit  $\dot{\theta}^2 < 0,1$  soit  $\dot{\theta} < 0,3 \text{ rad/s}$  ou environ 20°/s

Vitesse inférieure, donc compatible avec celle demandée dans le CDCF (0,45rad/s)

**Question 14 :** A la fin de la phase de roulage, le simulateur doit reproduire le mouvement angulaire de l'avion qui s'incline pour prendre sa trajectoire de montée avec la vitesse ascensionnelle souhaitée. Déterminer l'angle de montée  $\theta_m$ . En déduire le débattement angulaire total  $\theta_0$  nécessaire pour simuler correctement cette phase du vol : roulage / montée.

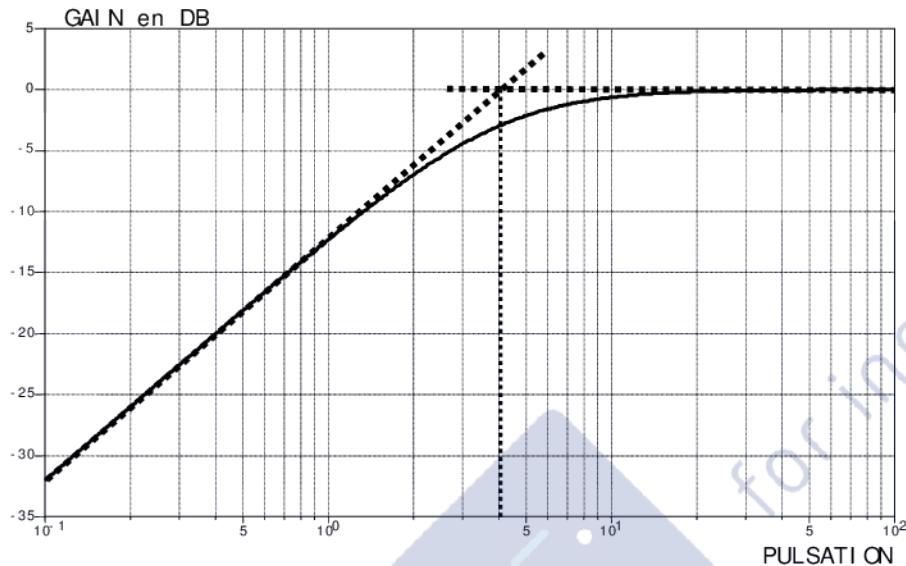
$$\sin \theta_m = \frac{V_{\text{verticale}}}{V_{\text{avion}}} \text{ d'où } \theta_m = \sin^{-1}\left(\frac{4,5}{120/3,6}\right) \approx \frac{4 \cdot 4}{120} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ rad soit } 8^\circ \text{ environ}$$

Le débattement total nécessaire est  $\theta_a + \theta_m \approx 0,32 \text{ rad}$  soit environ 20°.

Cet angle est compatible avec le débattement angulaire requis dans le CDCF (0,35rad).

## B.2 Etude d'une accélération verticale (turbulence)

**Question 15 :** Le tracé du diagramme de Bode en gain du filtre passe-haut est représenté Figure B4. En déduire et justifier la forme de la fonction de transfert de  $F_{ph}(p)$ . Déterminer par lecture de la courbe, les valeurs du Gain statique et de la constante de temps.



En basse pulsation ( $< 1 \text{ rad/s}$ ) la pente du diagramme de gain est  $+20 \text{ dB/decade}$ ,  
En haute pulsation ( $> 10 \text{ rad/s}$ ) la pente du diagramme de gain est nulle,

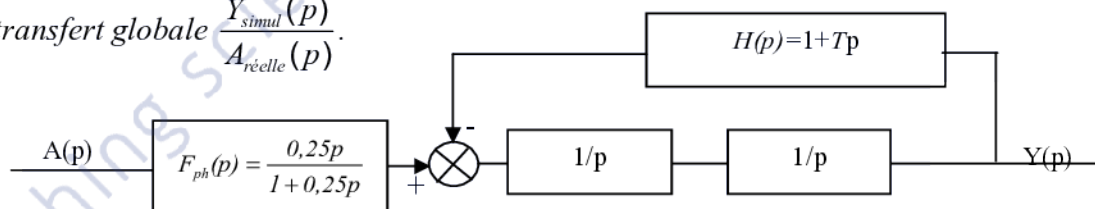
D'où la forme de la fonction de transfert du filtre :  $F_{ph}(p) = \frac{\tau p}{1 + \tau p}$

La pulsation de cassure se lit à l'intersection des asymptotes :  $1/\tau = 4 \text{ rad/s}$

$$F_{ph}(p) = \frac{0,25p}{1 + 0,25p}$$

**Question 16 :** La loi de commande du simulateur est  $H(p) = 1 + Tp$

Redessiner le schéma-bloc dans le domaine de Laplace et calculer l'expression de la fonction de transfert globale  $\frac{Y_{simul}(p)}{A_{réelle}(p)}$ .



$$\frac{Y_{simul}(p)}{A_{réelle}(p)} = F_{ph}(p) \cdot \frac{1/p^2}{1 + (1 + Tp)/p^2} = \frac{0,25p}{1 + 0,25p} \cdot \frac{1}{1 + Tp + p^2} \text{ donc}$$

$$\frac{Y_{simul}(p)}{A_{réelle}(p)} = \frac{0,25p}{(1 + 0,25p)(1 + Tp + p^2)}$$

**Question 17 :** Déterminer l'expression de  $Y_{simul}(p)$  en réponse à cette sollicitation. En utilisant le théorème de la valeur finale, vérifier que la loi de commande choisie permet bien d'assurer le retour du simulateur vers sa position moyenne.

Pour un échelon d'accélération de  $4 \text{ m/s}^2$ ,  $A(p) = 4/p$

$$D'où Y_{simul}(p) = \frac{1}{(1 + 0,25p)(1 + Tp + p^2)}$$

D'après le théorème de la valeur finale :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{simul}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p Y_{simul}(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{(1 + 0,25p)(1 + Tp + p^2)} = 0$$

Le simulateur reviendra bien vers sa position moyenne.

**Question 18 :** Déterminer les pôles de la fonction  $\frac{Y_{simul}(p)}{A_{réelle}(p)}$  et simplifier l'expression de cette

fonction en conservant uniquement les pôles dominants. En déduire l'expression de  $Y_{simul}(p)$  en réponse à la sollicitation en échelon d'accélération d'amplitude  $4 \text{ m/s}^2$ .

$$\text{Pour } T=2\text{s, la fonction de transfert devient } \frac{Y_{simul}(p)}{A_{réelle}(p)} = \frac{0,25p}{(1 + 0,25p)(1 + p)^2}.$$

Cette fonction de transfert  $\frac{Y_{simul}(p)}{A_{réelle}(p)}$  possède un pôle simple à  $-4\text{rad/s}$  et un pôle double à  $-1\text{rad/s}$ .

Le pôle dominant est celui qui est le plus proche de l'axe imaginaire (le moins stable), c'est donc  $-1\text{rad/s}$ .

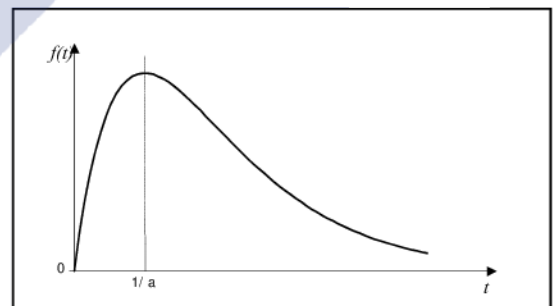
L'expression de la fonction de transfert  $\frac{Y_{simul}(p)}{A_{réelle}(p)}$  peut donc être simplifiée :

$$\frac{Y_{simul}(p)}{A_{réelle}(p)} \# \frac{0,25p}{(1 + p)^2}$$

En réponse à l'échelon d'accélération  $A(p) = 4/p$ ,  $Y_{simul}(p) \# \frac{1}{(1 + p)^2}$

On rappelle figure B5 le tracé de la fonction  $f(t) = te^{-at}$  et sa transformée de Laplace  $F(p) = \frac{1}{(p+a)^2}$ . De plus

$$\frac{1}{e} = e^{-1} = 0,37$$



**Question 19 :** Déterminer la valeur du déplacement vertical maximum du simulateur  $y_{\max}$  et sa vitesse maximale  $\dot{y}_{\max}$ .

Comme  $Y_{simul}(p) = \frac{1}{(p+a)^2}$ , on obtient  $f(t) = te^{-at}$  avec  $a = 1$

$$y_{\max} \text{ est obtenu pour } t = 1/a = 1\text{s, d'où } y_{\max} = 1 \cdot e^{-1} = 0,37\text{m}$$

$$\dot{y}_{\max} \text{ est obtenu pour } t = 0\text{s, or } \dot{y} = e^{-at} - ate^{-at}, \text{ donc } \dot{y}_{\max} = e^0 - 0 = 1\text{m/s}$$

Le déplacement vertical est compatible avec le CDCF du simulateur ( $0,37\text{m} < 0,42\text{m}$ ), mais pas la vitesse maximale ( $1\text{m/s} > 0,47\text{m/s}$ ).

**Question 20 :** Commenter les courbes de la figure B6 vis à vis des critères du CDCF, en particulier vis à vis du seuil de perception des accélérations lors de la phase de retour en position moyenne.



Les conclusions sont proches de celles du modèle simplifié.

Le débattement vertical et la vitesse verticale sont légèrement dépassés ( $0,45\text{m} > 0,42\text{m}$  et  $0,6\text{m/s} > 0,47\text{m/s}$ ), mais le seuil de perception des accélérations est très largement dépassé ( $0,8\text{m/s}^2 \gg 0,1\text{m/s}^2$ )

**Question 21 :** En conservant la forme de  $H(p) = 1 + Tp$  et en faisant l'analogie avec la réponse d'un système du second ordre, indiquer dans quel sens faire varier  $T$  pour respecter le seuil de perception de l'accélération pendant la phase de retour en position moyenne.

La fonction de transfert en accélération est de la forme  $\frac{A_{\text{ressentie}}(p)}{A_{\text{consigne}}(p)} = \frac{0,25p^3}{(1 + 0,25p)(1 + Tp + p^2)}$

En retenant le pôle dominant, cette FT devient  $\frac{A_{\text{ressentie}}(p)}{A_{\text{consigne}}(p)} = \frac{0,25p^3}{(1 + Tp + p^2)}$  avec un dénominateur du second ordre où par identification  $T = 2\xi$ .

Pour diminuer le dépassement de la réponse, il faut augmenter le coefficient d'amortissement  $\xi$  et donc il faut augmenter  $T$ .

### B.3 Etude des irrégularités lors du roulage sur une piste en herbe

**Question 22 :** Exprimer le déplacement vertical  $y(x)$  en fonction de la position longitudinale  $x$  de l'avion sur la piste. En déduire l'expression  $y(t)$  du déplacement vertical en fonction du temps lorsque l'avion se déplace à la vitesse constante  $V$ . En déduire l'accélération verticale générée  $a_{\text{réelle}} = \ddot{y}(t) = a_0 \sin \omega t$  et exprimer  $a_0$  et  $\omega$  en fonction de  $V$ .

$$y(x) = 10^{-2} \left( 1 + \sin \frac{2\pi}{0,1} x \right) = 10^{-2} (1 + \sin 20\pi x) \text{ avec } y \text{ et } x \text{ en m.}$$

$$\text{Comme } x = Vt, \boxed{y(t) = 10^{-2} (1 + \sin 20\pi Vt)}$$

$$\dot{y}(t) = 20\pi V \cdot 10^{-2} \cos 20\pi Vt$$

$$\boxed{a_{\text{réelle}} = \ddot{y}(t) = -(2\pi V)^2 \sin 20\pi Vt} \text{ d'où } a_0 = (2\pi V)^2 \text{ en m/s}^2 \text{ et } \omega = 20\pi V \text{ en rad/s.}$$

**Question 23 :** Calculer la vitesse  $V_{\text{min}}$  de l'avion correspondant au seuil de perception de l'accélération  $a_0$  ( $\sqrt{0,1} = 0,31$ ). Conclure.

$$a_0 = (2\pi V_{\text{min}})^2 = 0,1 \text{ m/s}^2 \quad \text{d'où} \quad V_{\text{min}} = \frac{\sqrt{0,1}}{2\pi} = \frac{0,31}{2\pi} = 0,05 \text{ m/s} \quad \text{ou} \quad \text{encore}$$

$\boxed{V_{\text{min}} = 0,05 \cdot 3,6 = 0,18 \text{ km/h}}$ . Les irrégularités de piste sont bien ressenties quelque soit la vitesse supérieure à  $0,2 \text{ km/h}$ .

**Question 24 :** Après avoir exprimé la fonction de transfert en accélération du simulateur  $\frac{A_{\text{simulée}}(p)}{A_{\text{réelle}}(p)}$ , tracer le diagramme asymptotique de Bode (gain et phase) de cette fonction de transfert. Préciser les valeurs du gain en dB aux différents points de cassure du diagramme de gain ( $20 \log 4 = 12 \text{ dB}$ ).

$$\frac{A_{simul}(p)}{A_{réelle}(p)} = \frac{p^3}{(p+4)(p+1)^2} = 0,25p^3 \cdot \frac{1}{(1+p)^2} \cdot \frac{1}{1+0,25p}$$

Diagramme asymptotique de gain :

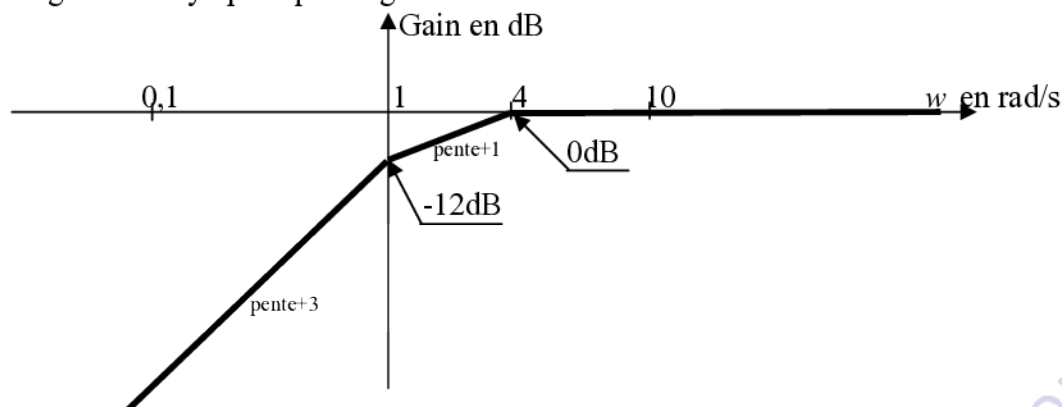
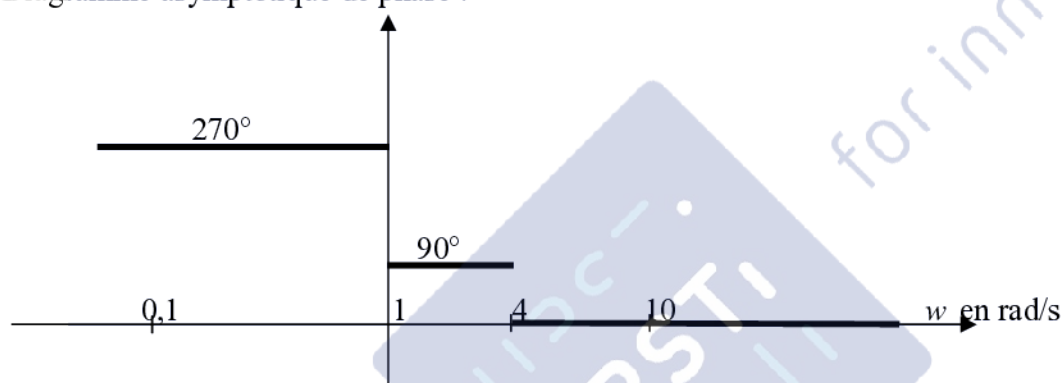


Diagramme asymptotique de phase :



**Question 25 :** Déterminer à partir de quelle vitesse  $V_{3dB}$  de l'avion, les accélérations dues aux irrégularités de la piste sont restituées correctement et vérifier que à cette vitesse les accélérations sont effectivement ressenties par le pilote.

La courbe de gain passe environ à  $-3dB$  en dessous de la droite asymptotique pour  $\omega_{3dB} = 4rad/s$ . Donc  $\omega_{3dB} = 20\pi V_{3dB} = 4rad/s$  et  $V_{3dB} = \frac{4}{20\pi} = \frac{2}{31,4} \approx 0,06m/s$ .

On vérifie bien que  $V_{3dB} = 0,06m/s > V_{min} = 0,05m/s$ , donc les accélérations seront effectivement ressenties par le pilote.

**Question 26 :** Après avoir tracé le diagramme asymptotique de Bode de  $\frac{Y_{simul}(p)}{Y_{réelle}(p)}$ , vérifier que le déplacement vertical du simulateur est réalisable dans toute la plage de vitesse de  $V_{min}$  à  $V_{max}$  (vitesse décollage  $120km/h$ ).

Le tracé du diagramme asymptotique de gain de  $\frac{Y_{simul}(p)}{Y_{réelle}(p)} = \frac{A_{simul}/p^2}{A_{réelle}/p^2} = \frac{A_{simul}}{A_{réelle}}$  est identique au

précédent. Ce tracé ne présente pas de résonance et quelque soit la pulsation, la valeur du gain est toujours inférieure à  $0dB$ .

Le déplacement vertical du simulateur restera donc toujours inférieur aux irrégularités de la piste (ici  $2cm$ ), déplacement largement compatible avec le CDCF du simulateur.

## Partie C : Analyse de la Fonction FT22

### « Compenser le poids du cockpit »

#### C.1 Justification de l'intérêt d'un système de compensation de la pesanteur

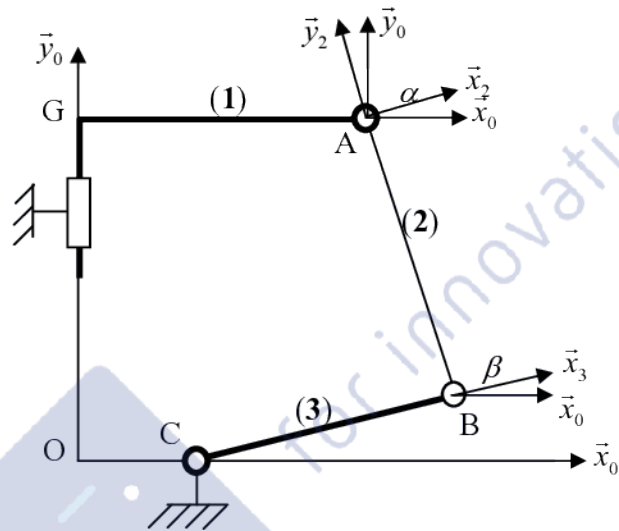
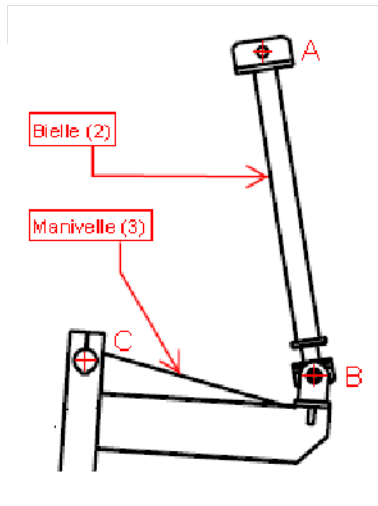


Figure C1

**Question 27 :** Ecrire la fermeture cinématique dans le plan de la chaîne 0, 1, 2, 3 au point B. En déduire les 2 équations liant  $\dot{y}$ ,  $\dot{\theta}$  et  $\dot{\phi}$ .

$$V_{1/0} + V_{2/1} + V_{3/2} = V_{3/0} \text{ ou } \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{y}\vec{y}_0 \end{Bmatrix}_- + \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} (\dot{\beta} - \dot{\alpha})\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} \dot{\beta}\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C$$

En déplaçant tous les torseurs au point B :

$$\vec{V}_{B,2/1} = \vec{V}_{A,2/1} + \vec{BA} \wedge \vec{\Omega}_{2/1} = \vec{0} + b\vec{y}_2 \wedge \dot{\alpha}\vec{z}_0 = b\dot{\alpha}\vec{x}_2$$

et  $\vec{V}_{B,3/0} = \vec{V}_{C,3/0} + \vec{BC} \wedge \vec{\Omega}_{3/0} = \vec{0} - d\vec{x}_3 \wedge \dot{\beta}\vec{z}_0 = d\dot{\beta}\vec{y}_3$

Projection sur  $\vec{x}_0$  :  $b\dot{\alpha} \cos \alpha = -d\dot{\beta} \sin \beta$

Projection sur  $\vec{y}_0$  :  $\dot{y} + b\dot{\alpha} \sin \alpha = d\dot{\beta} \cos \beta$

**Question 28 :** Linéariser ces relations en considérant que la manivelle (3) reste pratiquement horizontale au cours du mouvement de translation du cockpit et que la bielle (2) reste pratiquement perpendiculaire au plan du cockpit ( $\beta$  et  $\alpha$  petits).

En déduire la relation liant  $\dot{y}$  et  $\omega$  ; montrer que la vitesse de rotation de la bielle  $\dot{\alpha}$  est négligeable devant celle de la manivelle  $\omega$ .

Après linéarisation :  $b\dot{\alpha} = -d\dot{\beta} \cdot \dot{\beta}$  et  $\dot{y} + b\dot{\alpha} \cdot \dot{\alpha} = \dot{y} - d\dot{\beta}\dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} = d\dot{\beta}$

D'où  $\dot{y} = d\dot{\beta}(1 + \dot{\beta}\dot{\alpha}) \approx d\dot{\beta}$  et  $\dot{\alpha} = -\frac{d}{b}\dot{\beta} \cdot \dot{\beta}$  petit devant  $\dot{\beta}$

**Question 29 :** Calculer l'énergie cinétique de l'ensemble mobile en fonction de  $\dot{y}$ ,  $\dot{\beta}$ ,  $\dot{\alpha}$  et des caractéristiques géométriques et cinétiques.

Donner l'expression de la masse équivalente du simulateur en appliquant les simplifications  $\beta$ ,  $\alpha$  et  $\dot{\alpha}$  petits.

$$Ec_{\Sigma/0} = Ec_{cockpit/0} + 3Ec_{bielle/0} + 3Ec_{manivelle/0}$$

$$Ec_{cockpit/0} = \frac{1}{2}Mc\dot{y}^2 \text{ (mouvement de translation seulement)}$$

$$Ec_{bielle/0} = \frac{1}{2}Mb\vec{V}_{Gb,2/0}^2 + \frac{1}{2}\vec{\Omega}_{2/0} \cdot \vec{\sigma}_{Gb,2/0} ;$$

$$\text{or } \vec{V}_{G,2/0} = \vec{V}_{A,2/0} + \vec{GA} \wedge \vec{\Omega}_{2/0} = \dot{y}\vec{y}_0 + \frac{b}{2}\vec{y}_2 \wedge \dot{\alpha}\vec{z}_0 = \dot{y}\vec{y}_0 + \frac{b}{2}\dot{\alpha}\vec{x}_2 \text{ et } \vec{\sigma}_{Gb,2/0} = Jb\dot{\alpha}\vec{z}_0$$

$$\text{d'où } Ec_{bielle/0} = \frac{1}{2}Mb(\dot{y}^2 + \frac{b^2}{4}\dot{\alpha}^2 + b\dot{\alpha}\dot{y}\sin\alpha) + \frac{1}{2}Jb\dot{\alpha}^2 ;$$

$$Ec_{manivelle/0} = \frac{1}{2}Jm\dot{\beta}^2 \text{ (mouvement de rotation autour d'un axe fixe seulement)}$$

$$Ec_{\Sigma/0} = \frac{1}{2}(Mc + 3Mb)\dot{y}^2 + \frac{3}{2}(Jb + \frac{M_b b^2}{4})\dot{\alpha}^2 + \frac{3}{2}M_b b\dot{\alpha}\dot{y}\sin\alpha + \frac{3}{2}Jm\dot{\beta}^2$$

$$\text{En linéarisant avec } \beta, \alpha \text{ et } \dot{\alpha} \text{ petits : } Ec_{\Sigma/0} = \frac{1}{2}(Mc + 3Mb)\dot{y}^2 + \frac{3}{2}Jm\dot{\beta}^2$$

$$Ec_{\Sigma/0} = \frac{1}{2}(Mc + 3Mb + 3\frac{Jm}{d^2})\dot{y}^2 = \frac{1}{2}Meq\dot{y}^2 \text{ d'où } Meq = Mc + 3Mb + 3\frac{Jm}{d^2}$$

**Question 30 :** Déterminer l'expression de la puissance des moteur  $P_m$  ( $=P_{m1}=P_{m2}=P_{m3}$ ) dans le cas du mouvement de translation vertical.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble mobile  $\Sigma$  :

Bilan des puissances extérieures :

- $P_{liaison\text{bâti} \rightarrow \Sigma/0} = 0$  car liaison parfaite
- $P_{moteurs \rightarrow \Sigma/0} = 3P_m$
- $P_{poids \rightarrow \Sigma/0} = P_{poids \rightarrow cockpit/0} + P_{poids \rightarrow bielle/0} + P_{poids \rightarrow manivelle/0}$

$$P_{poids \rightarrow \Sigma/0} = -Mcg\dot{y} - 3Mbg\dot{y}_0 \cdot (\dot{y}\vec{y}_0 + \frac{b}{2}\dot{\alpha}\vec{x}_2) - 3Mmg\dot{y}_0 \cdot \frac{d}{2}\dot{\beta}\vec{y}_3$$

En linéarisant avec  $\beta, \alpha$  et  $\dot{\alpha}$  petits :

$$P_{poids \rightarrow \Sigma/0} = -Mcg\dot{y} - 3Mbg\dot{y} - 3Mmg\frac{d}{2}\dot{\beta} \approx -(Mc + 3Mb + \frac{3}{2}Mm)g\dot{y}$$

Pas de puissance intérieures puisque les liaisons sont supposées parfaites.

$$\text{Le TEC conduit à : } 3P_m - (Mc + 3Mb + \frac{3}{2}Mm)g\dot{y} = \frac{dEc_{\Sigma/0}}{dt} = Meq\dot{y}\ddot{y}$$

$$P_m = (\frac{1}{3}Mc + Mb + \frac{1}{2}Mm)g\dot{y} + (\frac{1}{3}Mc + Mb + \frac{Jm}{d^2})\dot{y}\ddot{y}$$

**Valeurs numériques :**

$$Mc=450\text{kg} \quad Mm=6\text{kg} \quad Mb=2\text{kg} \quad Jm=0,5\text{kg.m}^2 \quad d=0,5\text{m} \quad \dot{y}=0,5\text{m/s} \quad \ddot{y}=4\text{m/s}^2$$

**Question 31 :** En supposant que le système de compensation de la pesanteur est parfait, calculer numériquement la puissance à développer par chaque moteur avec et sans système de compensation.

$$\text{Sans système de compensation : } P_m = 155.10.0,5 + 154.0,5.4 = 725 + 308 = 1033W$$

$$\text{Avec système de compensation : } P_m = 154.0,5.4 = 308W$$

La réduction de puissance est bien de 70% grâce au système de compensation de pesanteur.

## C.2 Dimensionnement des ressorts d'équilibrage

**Question 32 :** En utilisant la figure C4, déterminer par une méthode graphique l'action mécanique exercée par **un seul** ressort, en explicitant la démarche d'isolement utilisée et le(s) théorème(s) utilisé(s).

Les explications pourront être accompagnées de schémas reproduisant sur la copie les points A, B, C, ou D et les tracés correspondant.

- Isolons la bielle (2) soumise à 2 glisseurs  $\vec{A}_{1 \rightarrow 2}$  et  $\vec{B}_{3 \rightarrow 2}$  transmis par 2 liaisons pivot du plan.

Ces 2 glisseurs sont donc colinéaires à AB.

- Isolons la manivelle (3) soumise à 3 glisseurs  $\vec{B}_{2 \rightarrow 3}$  de direction AB et de norme 1500N,  $\vec{D}_{4 \rightarrow 3}$  exercée par les ressorts de direction connue et  $\vec{C}_{0 \rightarrow 3}$  exercée par le bâti inconnu et norme et en direction.

Le tracé du point I, intersection des droites support des 3 forces permet de connaître la direction du glisseur  $\vec{C}_{0 \rightarrow 3}$ .

Le tracé du triangle des forces permet de mesurer la valeur de l'action des ressorts :

$$\|\vec{D}_{4 \rightarrow 3}\| = \frac{38}{25} 1500 = 38.60 = 2280N$$

L'action exercée par un seul ressort sera donc **1140N**

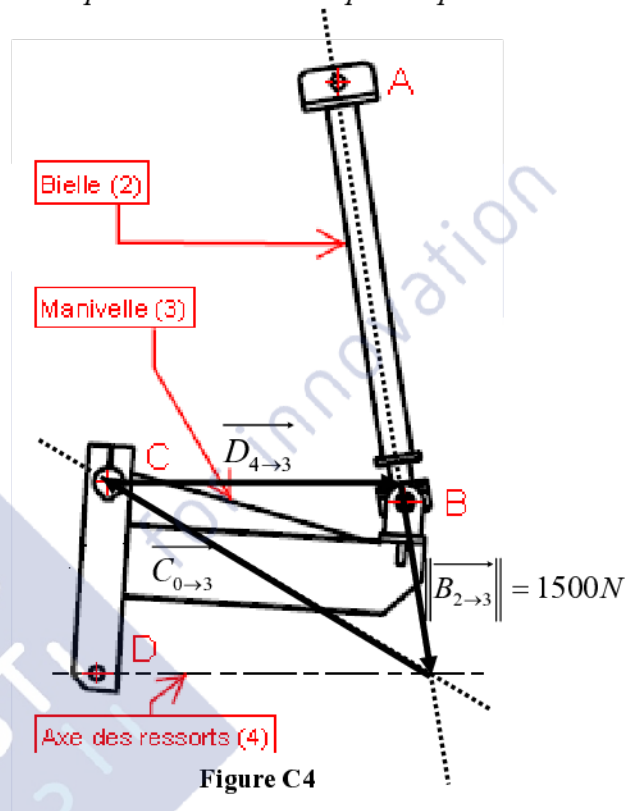
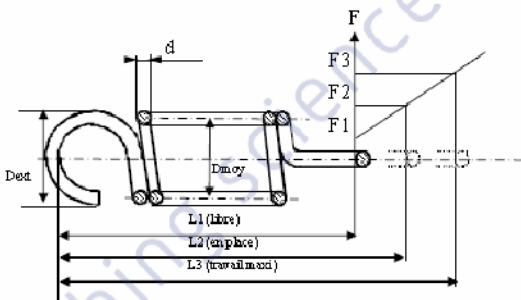


Figure C4

Caractéristique des ressorts :



### RESSORT DE TRACTION

#### CARACTERISTIQUES TECHNIQUES

<b>G (MPa)</b>	80 000	<b>Dext</b>	mm	66
<b>Acier HS</b>		<b>Dmoy</b>	mm	62
<b>L 1</b>	mm	d	mm	4
<b>L 2</b>	mm	<b>K raideur</b>	N/mm	10.9
<b>L 3</b>	mm			

**Question 33 :** Vérifier que le ressort choisi permet bien de maintenir le cockpit à l'équilibre.

La raideur du ressort est  $K=10,9N/mm$

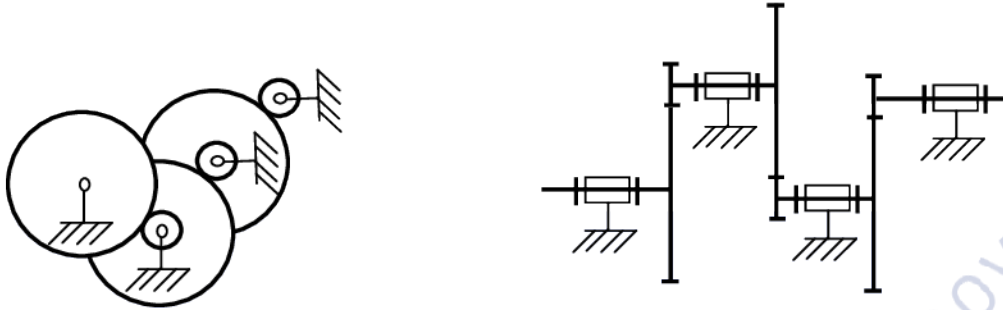
Le ressort doit donc s'allonger de :  $\Delta x = \frac{F_{ressort \rightarrow 3}}{K} = \frac{1140}{10,9} \approx 105mm$

Cet allongement est compatible avec l'allongement maxi du ressort proposé

$$\Delta x_{max} = 860 - 680 = 180mm$$

### C.3 Analyse de l'influence du jeu des réducteurs sur les performances du simulateur

**Question 34 :** Dans l'objectif de présenter l'enchaînement des contacts entre dents, ainsi que les liaisons avec le carter, tracer en 2 vues, le schéma cinématique minimal de ce réducteur (ne pas rechercher la compacité dans cette représentation).

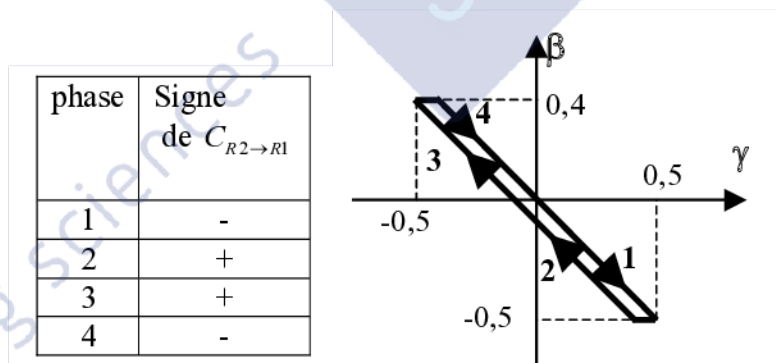


**Question 35 :** Calculer (en minutes d'angle) le jeu angulaire maximum du réducteur complet.

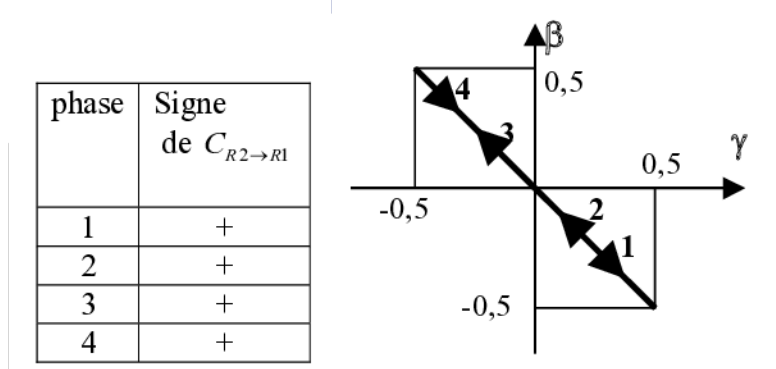
Jeu étage 1 : 8' influence sur étage de sortie :  $8'/5^2 = 0,32'$   
 Jeu étage 2 : 8' influence sur étage de sortie :  $8'/5 = 1,6'$   
 Jeu étage 1 : 8' Jeu total sur étage de sortie :  $8'/5^2 + 8'/5 + 8' = 9,92'$   
 soit environ 0,003rad

**Question 36 :** On considère le jeu  $\beta_j$  non nul ; reproduire quatre fois les axes  $(\gamma, \beta)$  de la figure C7 sur votre copie, compléter le tracé par la courbe d'évolution de  $\beta$  en fonction de  $\gamma$ , dans les quatre cas présentés ci-dessous (sur ces figures : on rappellera le numéro du cas étudié ; on prendra une valeur de 0,1 radian pour  $\beta_j$  ; on rappellera le numéro de la phase 1,2,3,4 sur chaque portion de courbe et on notera le sens d'évolution) ; on fera précéder chaque figure par le tableau complété de l'analyse du signe de  $C_{R2 \rightarrow R1}$  (figure C8)

**Cas 1 :**

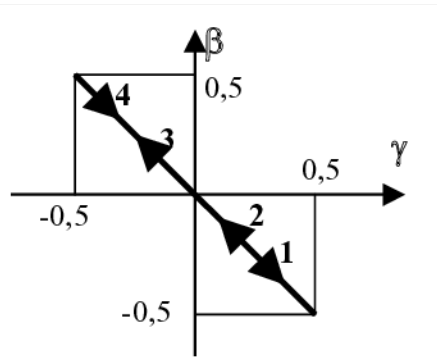


**Cas 2 :**



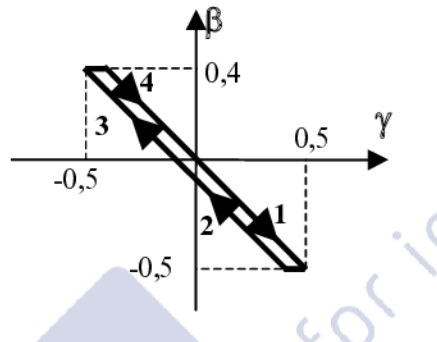
**Cas 3 :**

phase	Signe de $C_{R2 \rightarrow R1}$
1	-
2	-
3	-
4	-



**Cas 4 : idem Cas 1**

phase	Signe de $C_{R2 \rightarrow R1}$
1	-
2	+
3	+
4	-



**Question 37 :** Expliquer en une phrase comment la présence de jeu dans le réducteur, se traduit vis-à-vis des sensations du pilote.

Le jeu du réducteur provoque des a-coups dans le mouvement du cockpit et donc des sensations de chocs anormaux ressentis par le pilote.

**Question 38 :** Donner une (des) condition (s) sur la valeur de  $C_{R2 \rightarrow R1}$  pour que le jeu du réducteur n'ait pas d'influence vis-à-vis des sensations du pilote.

Pour que les sensations du pilote restent bonnes il faut soit  $C_{R2 \rightarrow R1} > 0$ , soit  $C_{R2 \rightarrow R1} < 0$ .

Il ne faut pas que  $C_{R2 \rightarrow R1}$  change de signe.

**Question 39 :** Appliquer le principe fondamental de la dynamique à la manivelle (3) et déterminer l'expression du couple  $C_{R2 \rightarrow R1}$  en fonction de  $\ddot{y}$ ,  $Mc$ ,  $\beta$ ,  $K$ , et des grandeurs dimensionnelles.

En isolant le cockpit, l'équation de résultante en projection sur l'axe  $\vec{y}$  donne :

$$-Mcg + 3F_{3 \rightarrow bielle} = Mc\ddot{y} \text{ d'où } F_{3 \rightarrow bielle} = \frac{1}{3}Mc(\ddot{y} + g)$$

En isolant la manivelle (3), l'équation de moment en projection sur l'axe  $C, \vec{z}$  donne :

$$-F_{bielle \rightarrow 3} \cdot d + 2F_r \cdot a + C_{R2 \rightarrow R1} = Jm\ddot{\beta} \approx 0 \text{ en négligeant l'inertie de la manivelle.}$$

$$C_{R2 \rightarrow R1} = \frac{1}{3}Mc(\ddot{y} + g) \cdot d - 2K(x_0 - x) \cdot a ; \text{ or } x = a \sin \beta \approx a\beta$$

$$\text{d'où finalement } C_{R2 \rightarrow R1} = \frac{1}{3}Mc(\ddot{y} + g) \cdot d - 2K(x_0 - a\beta) \cdot a$$

**Valeurs numériques :**

$$\ddot{y} = \pm 3 \text{ m/s}^2 ; Mc = 450 \text{ kg} ; K = 10^4 \text{ N/m} ; \ell_0 = 0,7 \text{ m} ; x_0 = 0,1 \text{ m} ; a = 0,25 \text{ m} ; d = 0,5 \text{ m}$$

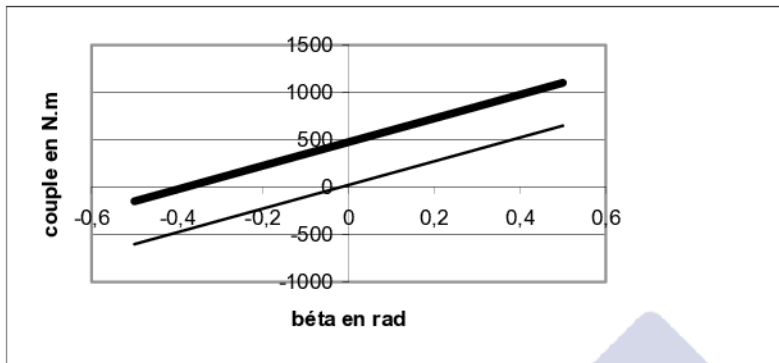
**Question 40 :** Tracer la courbe d'évolution du couple  $C_{R2 \rightarrow R1}$  en fonction de l'angle  $\theta$ , pour  $\ddot{y} = +3 \text{ m/s}^2$  et pour  $\ddot{y} = -3 \text{ m/s}^2$ .

$$C_{R2 \rightarrow R1} = 150.13.0,5 - 20000\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{4}\beta\right) \cdot \frac{1}{4} = \frac{300.13}{4} - 500 + 1250\beta = 975 - 500 + 1250\beta$$

pour  $\ddot{y} = +3 \text{ m/s}^2$  :  $C_{R2 \rightarrow R1} = 475 + 1250\beta$

$$C_{R2 \rightarrow R1} = 150.7.0,5 - 20000\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{4}\beta\right) \cdot \frac{1}{4} = \frac{300.7}{4} - 500 + 1250\beta = 525 - 500 + 1250\beta$$

pour  $\ddot{y} = -3 \text{ m/s}^2$  :  $C_{R2 \rightarrow R1} = 25 + 1250\beta$



pour  $\ddot{y} = +3 \text{ m/s}^2$  : en gras

pour  $\ddot{y} = -3 \text{ m/s}^2$  : trait fin

Dans les 2 cas, le couple change de signe ce qui provoquera la sensation désagréable de choc anormal.

**Question 41 :** Proposer une nouvelle valeur de  $x_0$  qui permet de supprimer l'influence néfaste du jeu du réducteur ; expliquer pourquoi le choix de cette solution est contraire aux principes qui ont guidé la conception du simulateur « FLY-HO ».

Pour supprimer l'influence néfaste du jeu du réducteur il faudrait conserver  $C_{R2 \rightarrow R1} > 0$  pour toutes valeurs de  $\ddot{y}$  et de  $\beta$ .

$$\text{Soit } C_{R2 \rightarrow R1} = \frac{1}{3}Mc(\ddot{y} + g) \cdot d - 2K(x_0 - a\beta) \cdot a > 0$$

$$\text{Donc } \frac{1}{6} \frac{Mc}{K} (\ddot{y} + g) \cdot \frac{d}{a} + a\beta > x_0 \quad \forall \beta \text{ et } \ddot{y}$$

$$\text{Donc } x_0 < \frac{1}{6} \frac{Mc}{K} (\ddot{y}_{\min} + g) \cdot \frac{d}{a} + a\beta_{\min}$$

$$\text{AN : } x_0 < \frac{1}{6} \frac{450}{10000} \cdot 7.2 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \text{ soit } x_0 < \frac{1}{6} \frac{450}{10000} \cdot 7.2 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \approx 0,1 - 0,125 \text{ soit } \boxed{x_0 < 0}$$

Il faudrait que les ressorts soient comprimés au repos, ce qui ne permettrait pas de compenser la pesanteur du cockpit. Les 2 efforts s'ajouteraient au lieu de se compenser.