teaching sciences for innovation

Proposition de corrigé

Concours : e3a - Polytech

Année : 2012

Filière : MP

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'UPSTI (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les Sciences de l'Ingénieur, l'orientation, les Grandes Ecoles ainsi que sur les Olympiades de Sciences de l'Ingénieur et sur les Sciences de l'Ingénieur au Féminin sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

ROBOT MIR : Machine d'inspection des réacteurs rapides

PREMIERE PARTIE - Etude de la fonction Ft212 : Adhérer aux parois

Question 1

En supposant que les actions tangentielles en I_A et I_B sont égales, calculer T et T_{CD}

Q1 :

On applique le PFS à l'ensemble robot. Théorème de la résultante statique

Sur $\vec{x}_0$ 2N-2N=0

Sur $\vec{y}_0$: $2T+T_{CD}-P=0$

Théorème du moment moment en I_A : $\overrightarrow{I_AG} \wedge \vec{P} + \overrightarrow{I_AI_{CD}} \wedge \overrightarrow{R_{CD}} + \overrightarrow{I_AI_B} \wedge \overrightarrow{R_B} = \vec{0}$

$$(a\vec{x}_0 - b\vec{y}_0) \wedge (-P\vec{y}_0) + \big((a+c)\vec{x}_0 - b\vec{y}_0\big) \wedge (-2N\vec{x}_0 + T_{CD}\vec{y}_0) + (-2b\vec{y}_0 \wedge N\vec{x}_0) = \vec{0}$$

Sur $\vec{z}_0$: $-aP + (a+c)T_{CD} - 2bN + 2bN = 0$

$$T_{CD} = \frac{aP}{a+c}$$

$$2T = P - T_{CD} = P - \frac{a}{a+c}P$$

$$T = \frac{c}{2(a+c)}P$$

Question 2

Calcul numérique, avec :
N=1000N, P=1800N, a=385mm, c=315mm, b=380mm

Q2 $T_{CD} = \frac{385\times1800}{385+315} = \frac{385\times180}{70} = 5{,}5 \times 180 = 990N$

$$T = \frac{315\times1800}{2\times700} = \frac{315\times9}{7} = 45 \times 9 = 405N$$

Question 3

Le constructeur donne pour le coefficient de frottement entre les roues et la paroi f_0=0,5.
Est-ce suffisant ?

Q3

Pour que le robot tienne, il faut que les efforts tangentiels soient inférieurs à la limite transmissible par frottement en fonction de l'effort normal :

$$\frac{T}{N} = \frac{405}{1000} = 0{,}405 < 0{,}5$$

$$\frac{T_{CD}}{2N} = \frac{990}{2000} = 0{,}495 < 0{,}5$$

Les conditions sont satisfaites mais de justesse, si on ne tient pas compte du mini-bac.

Question 4

En formulant l'hypothèse d'une chaîne de transmission de puissance sans perte et en sachant que le rayon de la roue est r= 90mm, quel couple C_{roueA} doit exercer le motoréducteur sur la roue A pour maintenir le robot.

Q4

C_{roueA}=T*r

C_{roueA}=405*0,09=36,45Nm

FT213 : couple moteur maxi 0.35

C_{roueA}/160=36.45/160=0.227Nm comme couple moteur<0.35 Condition satisfaite

Deuxième partie - Etude de la fonction Ft22 : Avancer entre les cuves à vitesse déterminée.

Question 5

Déterminer la vitesse angulaire du corps du robot **1** par rapport au repère fixe R_0 lié aux cuves?$\omega_{1/R0}$=$(\vec{\Omega}_1/R_0).\vec{z_0}$
Calcul littéral puis application numérique.(résultat à exprimer en rad/s).

Q5

$V_g = R_{ci} * \omega_{1/R0}$

$\omega_{r1/R0} = \frac{V_g}{R_{ci}} = \frac{0{,}006}{9} = 0{,}00067 rd/s$

Question 6

Quelle est la norme de la vitesse d'un point O_C de l'axe de la roue C notée. $\|\vec{V}_{O_C\in robot/R_0}\|$
Calcul littéral puis application numérique (à exprimer en **mm/s**).

Q6

$V_{OCD\in 1/R0}=(R_{ci}+r)*\omega_{1/R0}=(9+0.09)*0.00067=0.00609m/s=6,09mm/s$

Question 7

Combien de temps faut-il pour parcourir une demi-sphère dans la position de la figure 7 ?

Q7

Pour parcourir une demi-sphère, il faut que le robot tourne de180°

$t=\frac{\pi}{\omega_{1/R_0}}=\frac{\pi}{0.00067}$=4689s≈78.15mn≈1,3h ou 1h18min

Question 8

Quelle vitesse angulaire par rapport au corps du robot **1** doivent avoir les roues CD, si on suppose un roulement sans glissement en I_{CD} entre les roues CD et la cuve intérieure ? $\omega_{CD/1}=(\vec{\Omega}_{CD/1}).\vec{z_0}$. Calcul littéral puis application numérique (résultat à exprimer en **tr/min**).

Q8 $V_{OcD\in 1/R0}=r*\omega_{CD/R0}$

$\omega_{CD/R0}=\omega_{CD/1}+\omega_{1/R0}$

$\omega_{CD/R0}=V_{OcD\in CD/R0}/r=V_{OcD\in 1/R0}/r$

$\omega_{CD/1}=\omega_{CD/R0}-\omega_{1/R0}=(R_{ci}+r)*\omega_{1/R0}/r-\omega_{1/R0}=(R_{ci}/r)\frac{V_g}{R_{ci}}=$

$\omega_{CD/1}=V_g/r=0.006/0.09=0.0667rd/s=0.64t/mn$

Troisième partie - Etude de la fonction Ft221 : Exercer le couple nécessaire sur chaque roue.

Question 9

Calculer $\vec{V}_{G\in S/R_0}$ en fonction de $\dot{\theta}$

Q9

$\vec{V}_{G\in S/R_0} = \vec{V}_{O_A\in S/R_0} = \vec{V}_{O_A\in S_A/R_0} = \vec{V}_{A\in S_A/R_0} + \overrightarrow{O_A A} \wedge \vec{\Omega}_{S_A/R_0} = -r\vec{y} \wedge -\dot{\theta}\vec{z} = r\dot{\theta}\vec{x}$

Question 10

Calculer l'énergie cinétique de l'ensemble robot.{E}={(S),(S_A), (S_B), (S_C),(S_D) } en mouvement par rapport au repère R_0
(calcul littéral en fonction de **I**, M, r, $\dot{\theta}$)

Q10

$E_c = \frac{1}{2}(Mr^2\dot{\theta}^2 + 4I\dot{\theta}^2)$

Question 11

Calculer la puissance des efforts extérieurs sur l'ensemble robot, à exprimer en fonction entre autres de $\dot{\theta}$.

Q11

Suivant l'axe y il n'y a pas de mouvement donc pas de puissance.

En I_A, I_B, I_C et I_D la vitesse de glissement est nulle, les efforts T_A, T_B, T_C T_D ne développent pas de puissance

En I_{mb} la vitesse de glissement est égale à la vitesse du robot :

$$P(\bar{E} \to E)/R_0) = \overrightarrow{T_{mb}}.\overrightarrow{V_{mb\in\frac{S}{R_0}}} = -T_{mb}.r\dot{\theta}$$

Question 12

Calculer la puissance des efforts intérieurs de l'ensemble robot, à exprimer en fonction des couples moteurs.

Q12

$$P(S \to \{S_A + S_B + S_C + S_D\})/R_0) = \overrightarrow{C_A}.\overrightarrow{\Omega_{S_A/R_0}} + \overrightarrow{C_B}.\overrightarrow{\Omega_{S_B/R_0}} + \overrightarrow{C_C}.\overrightarrow{\Omega_{S_C/R_0}} + \overrightarrow{C_D}.\overrightarrow{\Omega_{\frac{S_D}{R_0}}}\overrightarrow{C_A}.$$

$= -C_A.(-\dot{\theta}) - C_B.(-\dot{\theta}) + C_C.\dot{\theta} + C_D.\dot{\theta}$

Question 13

En appliquant le principe fondamental de la dynamique, sous sa formulation énergétique, montrer que l'on obtient une équation de la forme: $C_A+C_B+C_C+C_D = I_{eq}\ddot{\theta}+C_k$

Q13

On applique le théorème de l'énergie cinétique :

$$\frac{dE_c}{dt} = P(extérieur \rightarrow E) + P(interieur)$$

$$\frac{1}{2}((Mr^2+4I)2\dot{\theta}\ddot{\theta} = -T_{mb}.r\dot{\theta} + C_A.\dot{\theta} + C_B.\dot{\theta} + C_C.\dot{\theta} + C_D.\dot{\theta}$$

$$+C_A + C_B + C_C + C_D. = (Mr^2+4I)\ddot{\theta} + T_{mb}.r$$

Identifier les termes **Ck** et **Ieq**(à exprimer en fonction de **I**, **M** et **r**) et en donner la valeur numérique.

$C_K = T_{mb}.r = f_{mb}N_{mb}r$

$I_{eq}=Mr^2+4I$

Application numérique

$C_k=f_{mc}N_E r=0.05.400.0.09=1,8$ Nm

$I_{eq}=180\text{x}0.09^2+4\text{x}5\ 10^{-3}=1,478$ kg.m²

Quatrième partie - Etude de la fonction FT 222: Synchroniser les vitesses des roues

Question 14

Calculer la fonction de transfert et la mettre sous forme canonique: $\dfrac{\Omega_A(p)}{U(p)}$

Q14

$$\frac{\Omega_A(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K_A}{RJp}}{1+\frac{K_A^2}{RJp}} = \frac{K_A}{RJp+K_A^2} = \frac{\frac{1}{K_A}}{1+\frac{RJ}{{K_A}^2}p}$$

Question 15

Calculer quelle serait la valeur finale de ω_A, ω_{Af0} si Cm_B=0, pour une entrée échelon de tension de u_0.

Q15

$$\omega_{Af0} = \frac{1}{K_A} u_0$$

Question 16

Calculer la fonction de transfert et la mettre sous forme canonique : $\dfrac{\Omega_A(p)}{Cm_B(p)}$

Q16

$$\frac{\Omega_A(p)}{Cm(p)} = \frac{\frac{1}{Jp}}{1 + \frac{K_A^2}{RJp}} = \frac{1}{Jp + \frac{K_A^2}{R}} = \frac{\frac{R}{K_A{}^2}}{1 + \frac{RJ}{K_A{}^2} p}$$

Question 17

Calculer la fonction de transfert globale sous forme canonique : $\dfrac{\Omega(p)}{U(p)}$

Q17

$$\Omega(p) = \frac{1}{Jp} \left(Cm_A(p) + Cm_A(p) \right)$$

$$\Omega(p) = \frac{1}{Jp} (\left(\frac{K_A}{R} (U(p) - E_A(p) \right) + \left(\frac{K_B}{R} (U(p) - E_B(p) \right))$$

$$\Omega(p) = \frac{1}{Jp} (\left(\frac{K_A}{R} (U(p) - K_A \Omega(p) \right) + \left(\frac{K_B}{R} (U(p) - K_B \Omega(p) \right))$$

$$\Omega(p) + \frac{1}{Jp} (\left(\frac{K_A}{R} K_A \Omega(p) \right) + \left(\frac{K_B}{R} K_B \Omega(p) \right)) = \frac{1}{Jp} (\left(\frac{K_A}{R} (U(p)) \right) + \left(\frac{K_B}{R} (U(p)) \right))$$

$$\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K_A + K_B}{RJp}}{1 + \frac{K_A^2 + K_B^2}{RJp}} = \frac{K_A + K_B}{RJp + K_A^2 + K_B^2} = \frac{\frac{K_A + K_B}{K_A^2 + K_B^2}}{1 + \frac{RJ}{K_A^2 + K_B^2} p}$$

Question 18

Si l'entrée est un échelon de tension de u_0, calculer la valeur finale de ω, notée ω_{finale}.

Q18

$$\omega_f = \frac{K_A + K_B}{K_A^2 + K_B^2} u_0$$

Ainsi les couples se « répartissent » sur les toutes les roues, ceci permet d'obtenir le roulement sans glissement entre chacune des roues et la cuve en regard.

Sixième partie – Etude de la fonction Ft12 : Déplacer le transducteur à vitesse constante

Question 19

Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble $\sum$={11+12+13+14} à écrire en fonction de m_t, I, r_p et $v_r(t)$.

Q19

$$\omega_{11+12/0} = -\frac{v_r}{r_p}$$

$$Ec = \frac{1}{2}(m_t {v_r}^2 + 2I \ \frac{{v_r}^2}{r_p^2})$$

Question 20

Effectuer le bilan des puissances extérieures et des puissances intérieures qui s'exercent sur l'ensemble $\sum$.

Q20

Puissance des efforts extérieurs :

la pesanteur ne travaille que sur (13) dont le centre de gravité se déplace :

$$P_{pesanteur} = (-m_t g\vec{y}).(v_r(t)\overrightarrow{x_R}) = -m_t g v_r(t) sin\alpha$$

Puissance du couple moteur $c(t)\vec{z}.\omega_{1/0}\vec{z} = -c(t)\frac{v_r}{r_p}$

Puissance du frottement visqueux $-\mu v_r(t)\overrightarrow{x_R}.v_r(t)\overrightarrow{x_R} = -\mu v_r(t)^2$

Les liaisons pivots sont supposées parfaites. Puissance intérieure nulle.

Question 21

En appliquant le théorème de l'énergie puissance à l'ensemble $\sum$, montrer que l'équation qui régit le comportement dynamique s'écrit :

$M_{eq}.\frac{dv_r}{dt} = \delta.c(t) + \beta.v_r(t) + \gamma.g$

Expliciter les paramètres δ, β, γ et M_{eq} en fonction des données.

Q21

Théorème de l'énergie cinétique :$\sum P = \frac{dEc}{dt}$

$$-m_t g v_r sin\alpha - c(t)\frac{v_r}{r_p} - \mu {v_r}^2 = m_t v_r \frac{dv_r}{dt} + 2I \ \ \frac{v_r}{r_p^2}\frac{dv_r}{dt}$$

$$-m_t gsin\alpha - \frac{c(t)}{r_p} - \mu v_r = m_t \frac{dv_r}{dt} + \frac{2I}{r_p^2}\frac{dv_r}{dt}$$

$$-m_t gsin\alpha - \frac{c(t)}{r_p} - \mu v_r = (m_t + \frac{2I}{r_p^2})\frac{dv_r}{dt}$$

$$M_{equ} = m_t + \frac{2I}{r_p^2}$$

$\delta = -\frac{1}{r_p}; \ \beta = -\mu \ ; \gamma = -m_t sin\alpha$

Question 22

En supposant des conditions initiales nulles, exprimer la fonction de transfert A(p) et B(p) en fonction entre autres de λ, β et M_{eq}.

Le capteur est un gain pur de valeur K_{capt}.

Q22

Dans le domaine de Laplace :

$$M_{equ} p V_r(p) = \delta C(p) + \beta V_r(p) + \frac{\gamma g}{p}$$

$$V_r(p) = \frac{\delta C(p)}{-\beta + M_{equ}p} + \frac{1}{(-\beta + M_{equ}p)}\frac{\gamma g}{p} = \frac{-\frac{1}{r_p}C(p)}{\mu + M_{equ}p} + \frac{1}{\mu + M_{equ}p}\frac{-m_t sin\alpha g}{p}$$

$$A(p) = \delta = -\frac{1}{r_p}$$

$$B(p) = \frac{1}{-\beta + M_{equ}p} = \frac{1}{\mu + M_{equ}p}$$

Question 23

En supposant une perturbation nulle, quelle doit être la valeur du gain K_{conv} du convertisseur modélisé par un gain pur, afin que l'écart ε(t) soit nul quand la valeur de la vitesse réelle $v_r(t)$ est égale à la valeur de la consigne Vc(t).

Q23

$K_{conv}=K_{capt}$

Avec :

$$H_{mot}(p)=\frac{K_m}{1+\tau_m.p} \quad \text{et} \quad G(p)=\frac{K}{1+\tau.p}$$

Question 24

Déterminer les deux fonctions de transfert $H_1(p)=\left(\frac{V_r(p)}{V_c(p)}\right)_{Fpert(p)=0}$ et $H_2(p)=\left(\frac{V_r(p)}{F_{pert}(p)}\right)_{Vc(p)=0}$ en fonction des gains K_{conv}, K_{cor}, et K_{capt} ainsi que des fonctions de transfert $H_{mot}(p)$ et G(p).

Q24

$$H_1(p)=\frac{K_{conv}H(p)H_{mot}(p)G(p)}{1+K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$$

$$H_1(p)=\frac{K_{conv}K_{cor}K_mK}{(1+\tau_m p)(1+\tau p)+K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

$$H_2(p)=\frac{G(p)}{1+K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$$

$$H_2(p)=\frac{K(1+\tau p)}{(1+\tau_m p)(1+\tau p)+K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

Question 25

En supposant que K_{cor}=1, tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)}$en utilisant les valeurs numériques suivantes :

K_m=0.1 $\tau_m=10^{-2}$ s

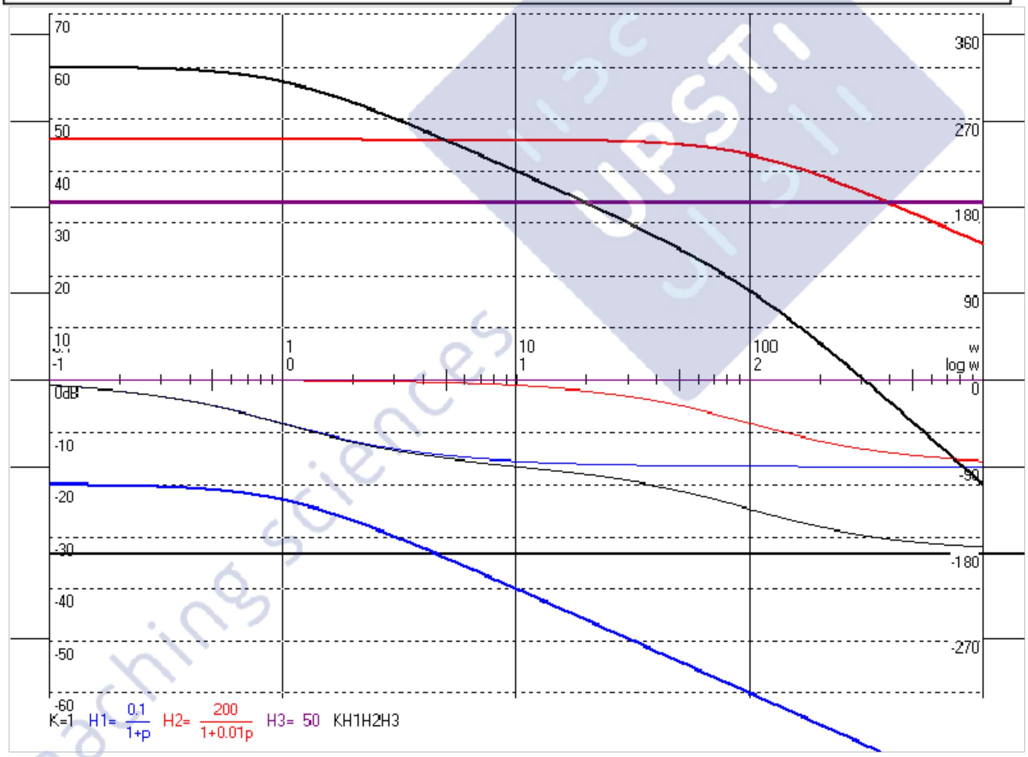
K_{capt}=50 K=200 τ=1 s

Q25

H(p)= K_{cor}

$\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K_{cor}K_mKK_{capt}}{(1+\tau_m.p)(1+\tau.p)}$ produit de 2 FT du premier ordre : pentes 0dB/decade, -20dB/decade à partir de 1 rd/s, -40dB/decade à partir de 100 rd/s

$$\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1000}{(1+p)(1+0.01p)}$$



Question 26

Déterminer le gain en décibel de la fonction de transfert en boucle ouverte pour la pulsation de 100rd.s^{-1}.

Q26

100rd/s est la 2ème cassure.

Chute de 40db par rapport au gain statique : $gain_{10}$=60-40=20db

La valeur de la courbe réelle pour cette pulsation est 3dB en dessous de l'asymptote d'où un gain =+17dB

φ_{100}=-135°

Question 27

On souhaite une marge de gain 12 dB et un marge de phase de 45°, en utilisant le résultat de la question précédente, déterminer la valeur numérique correspondante de K_{cor}.
Que peut-on dire de la valeur de la marge de gain obtenue?

Q27

La marge de phase de 45° correspond à ω= 100rd/s ($1/\tau_m$)

Le gain vaut +17db. Il faut donc le baisser de 17 db pour avoir un gain nul pour cette pulsation.

Ce qui fait Kcor=$10^{-17/20}$=0.1414

La marge de gain est infinie car la phase n'atteint jamais les -180°.

Question 28

On impose une vitesse constante en entrée de valeur v0 (vc(t)=v0.u(t)) (u(t) ici est la fonction échelon unitaire de Heaviside); déterminer l'expression littérale de l'écart statique en régime permanent (à exprimer en fonction de l'angle α, de la valeur de Kcor et des données).

Q28

$$H_1(0) = \frac{K_{conv}K_{cor}K_mK}{1 + K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

$$H_2(0) = \frac{K}{1 + K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

$$v_r = \frac{K_{conv}K_{cor}K_mK}{1 + K_{capt}K_{cor}K_mK}v_0 - \frac{Km_t sin\alpha g}{1 + K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

écart statique : $K_{conv}.v_0 - K_{capt}.v_r$

On souhaite obtenir une vitesse de translation indépendante de l'inclinaison. On installe un correcteur du type K_c/p

Question 29 :

On impose de nouveau une vitesse constante en entrée de valeur v0 (vc(t)=v0.u(t)) (u(t) ici est la fonction échelon unitaire de Heaviside); déterminer l'expression littérale de l'écart statique en régime permanent (à exprimer en fonction de α et des données). Ce résultat était il prévisible ?

Q29

$$H_1(p) = \frac{K_{conv} H(p) H_{mot}(p) G(p)}{1 + K_{capt} H(p) H_{mot}(p) G(p)}$$

$$H_1(p) = \frac{K_{conv} H(p) K_m K}{(1+\tau_m p)(1+\tau p) + K_{capt} H(p) K_m K}$$

$$H_1(p) = \frac{K_{conv} K_c K_m K}{p(1+\tau_m p)(1+\tau p) + K_{capt} K_c K_m K}$$

$H_1(p)=1$

$$H_2(p) = \frac{G(p)}{1 + K_{capt} H(p) H_{mot}(p) G(p)}$$

$$H_2(p) = \frac{pK(1+\tau p)}{p(1+\tau_m p)(1+\tau p) + K_{capt} K_c K_m K}$$

$H_2(0)=0$

Le gain statique vaut 1, l'erreur statique est nulle.
C'était prévisible grâce à l'intégrateur dans la chaîne directe, placé en amont du point d'entrée de la perturbation.

Question 30 :

En appliquant le critère de Routh, déterminer la valeur limite de K_c, notée K_{lim} qui conduit à se placer à la limite de la stabilité.

Q30

Equation caractéristique :

$$p(1+\tau_m p)(1+\tau p)+K_{capt}K_{lim}K_mK = 0$$

$\tau_m\tau p^3 + (\tau_m + \tau)p^2 + p + (K_{capt}K_{lim}K_mK) = 0$

Critère de Routh :

Condition nécessaire : tous les coefficients du polynôme sont présents et strictement positifs.

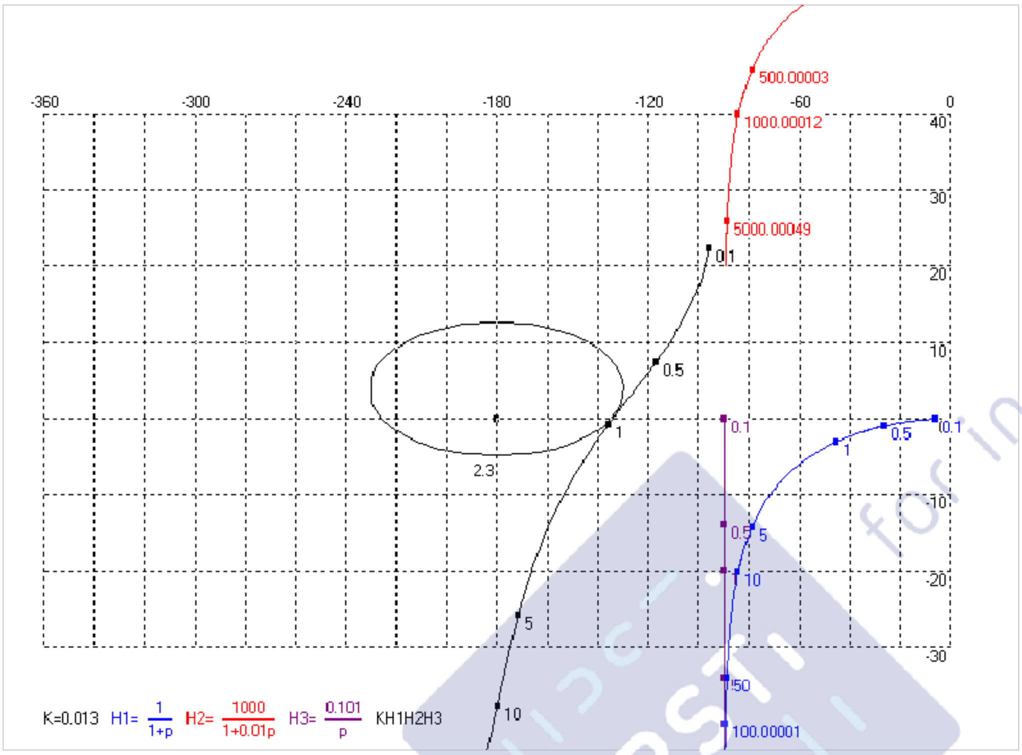
$(\tau_m+\tau)-\tau_m\tau K_{capt}K_{lim}K_mK>0$

$$K_{lim} = \frac{\tau_m+\tau}{\tau_m\tau K_{capt}K_mK}$$

$$K_{lim} = \frac{1.01}{0.01\times 50\times 0.1\times 200} = \frac{1.01}{10} = 0.101$$

Question 31 :

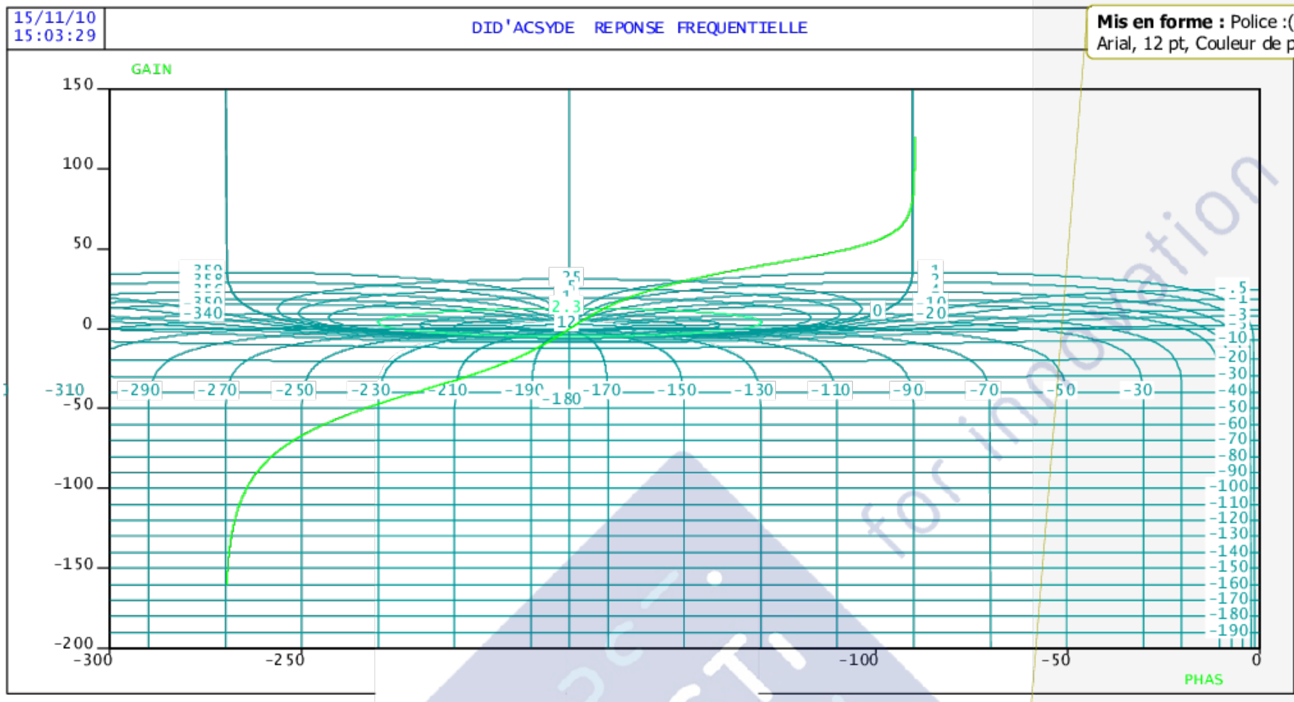
On fournit en annexe le diagramme de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte pour $K_c=K_{lim}$. On souhaite une marge de gain de 12dB et une marge de phase de 45°, déterminer la valeur du coefficient multiplicateur de K_{lim} et les marges correspondantes.
Pour avoir la marge de gain il faut baisser la courbe 12db.
Pour avoir la marge de phase de 45°, il faut baisser la courbe de 37db
Il faut multiplier K_{lim} par 0.014=$10^{-37/20}$. la marge de phase vaut 45°, et la marge de gain 37 dB



Question 32 :

Les niveaux des critères énoncés dans le cahier des charges fonctionnel sont ils respectés ?

On assure à l'aide du correcteur PI un écart statique nul et ceci pour toutes valeurs de l'angle α.


15/11/10
15:03:29
DID'ACSYDE REPONSE FREQUENTIELLE
GAIN
PHAS