

## Proposition de corrigé

Concours : Banque PT

Année : 2012

Filière : PT

Épreuve : Sciences Industrielles A

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

### A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

### Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : [corrigesconcours@upsti.fr](mailto:corrigesconcours@upsti.fr).

### Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : [www.upsti.fr](http://www.upsti.fr)

L'équipe UPSTI

# Robot aspirateur autonome

## Banque PT SI A 2012

Question 1 : Calculer le courant moyen  $I_i$  consommé par le robot. En déduire la capacité en mAh nécessaire pour alimenter le robot pendant le temps d'utilisation  $T_U$  fourni par le constructeur.

$$I_i = 2 \times I_{r,avg} + I_{br,avg} + I_{ba,avg} + I_{eln,avg} = 2 \times 500 + 150 + 70 + 130 = 1350 \text{ mA} = 1,35 \text{ A}$$

La capacité en mAh nécessaire pour alimenter le robot pendant le temps d'utilisation est donc de :  
 $I_i \times T_U = 2700 \text{ mAh}$  ( $< 3300 \text{ mAh}$  disponibles)

Question 2 : Calculer la vitesse approximative de rotation des moteurs  $N_{mot}$  en tr/min pour un déplacement du robot  $V_{rbt,max} = 18 \text{ m / min}$  en ligne droite.

$$N_{mot} = k N_{roue} = k \frac{V_{rbt,max}}{\pi D} = 80 \frac{18}{\pi \times 0,06} = 7639 \text{ tr/min} (< 8000 \text{ tr/min})$$

Question 3 : Calculer la surface nettoyée pendant  $T_U$  à la vitesse moyenne du robot  $V_{rbt,avg} = 4 \text{ m / min}$ .

$$\text{Surface nettoyée} : V_{rbt,avg} \times T_U \times L_{voie} \times \eta_{sn,sp} = 4 \times 120 \times 0,3 \times 0,66 = 96 \text{ m}^2 (> 80 \text{ m}^2)$$

Question 4 : Calculer le temps de recharge complet si la charge résiduelle de la batterie d'accumulateurs est de 10%. On estime le rendement de la charge à 80%.

$$\text{Temps de recharge} : (1-0,1) \times \frac{3,3}{1,5 \times 0,8} = 2,475 \text{ h} = 2\text{h}28\text{min}30\text{s} (< 3\text{h})$$

Question 5 : A l'analyse des résultats obtenus aux questions précédentes, les caractéristiques de ce robot sont-elles respectées ?

Les critères du cahier des charges sont respectés.

Question 6 : En supposant que ni la roue folle ni les brosses n'ont d'action mécanique significative freinant le déplacement du robot, écrire le bilan des forces extérieures s'exerçant sur celui-ci lorsqu'il démarre sur une rampe de pente maximale.

Hypothèses complémentaires :

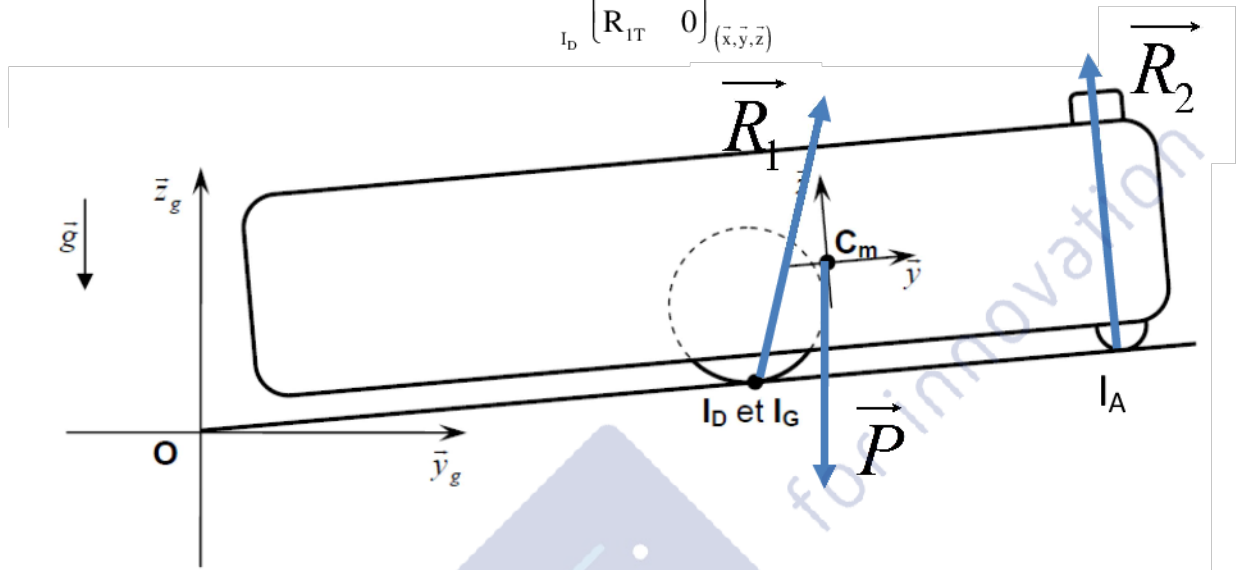
- On néglige l'inertie des parties tournantes du robot ;
- La liaison roue folle / sol est sans frottement ;
- Les liaisons autres que la liaison roues motrices / sol sont parfaites ;
- Le système est plan.

L'aspirateur est donc soumis :

$$- \text{ A son poids de torseur } \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -M_{rbt} \cdot g & 0 \end{pmatrix}_{C_m} (\bar{x}_g, \bar{y}_g, \bar{z}_g)$$

- A l'action du sol sur la roue folle de torseur 
$$I_A \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ R_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_g, \vec{y}, \vec{z})}$$

- A l'action du sol sur les roues motrices de torseur 
$$I_D \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ R_{IN} & 0 \\ R_{IT} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$



Question 7 : En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique sur le robot, déterminer la valeur du couple nécessaire sur chacune des roues pour lui permettre d'atteindre la vitesse maximale  $V_{rbt, \max} = 18 \text{ m/min}$  en ligne droite en 500 ms.

On isole l'ensemble constitué par le robot et on applique le Principe Fondamental de la Dynamique . L'équation de résultante suivant  $\vec{y}$  s'écrit  $R_{IN} - M_{rbt} \cdot g \cdot \sin\alpha = M_{rbt} \cdot a_{rbt/terre}$

L'accélération du robot vaut  $a_{rbt/terre} = \frac{18/60}{0,5} = 0,6 \text{ m/s}^2$ . On en déduit  $R_{IN} = M_{rbt} \cdot (g \cdot \sin\alpha + a_{rbt/terre})$

En isolant une des deux roues, et en lui appliquant le PFD, l'équation de moment autour de son axe de rotation s'écrit  $C_{mot} - \frac{1}{2} R_{IN} \cdot \frac{D}{2} = 0$  en négligeant l'inertie des parties tournantes, donc  $C_{mot} = \frac{1}{2} R_{IN} \cdot \frac{D}{2}$

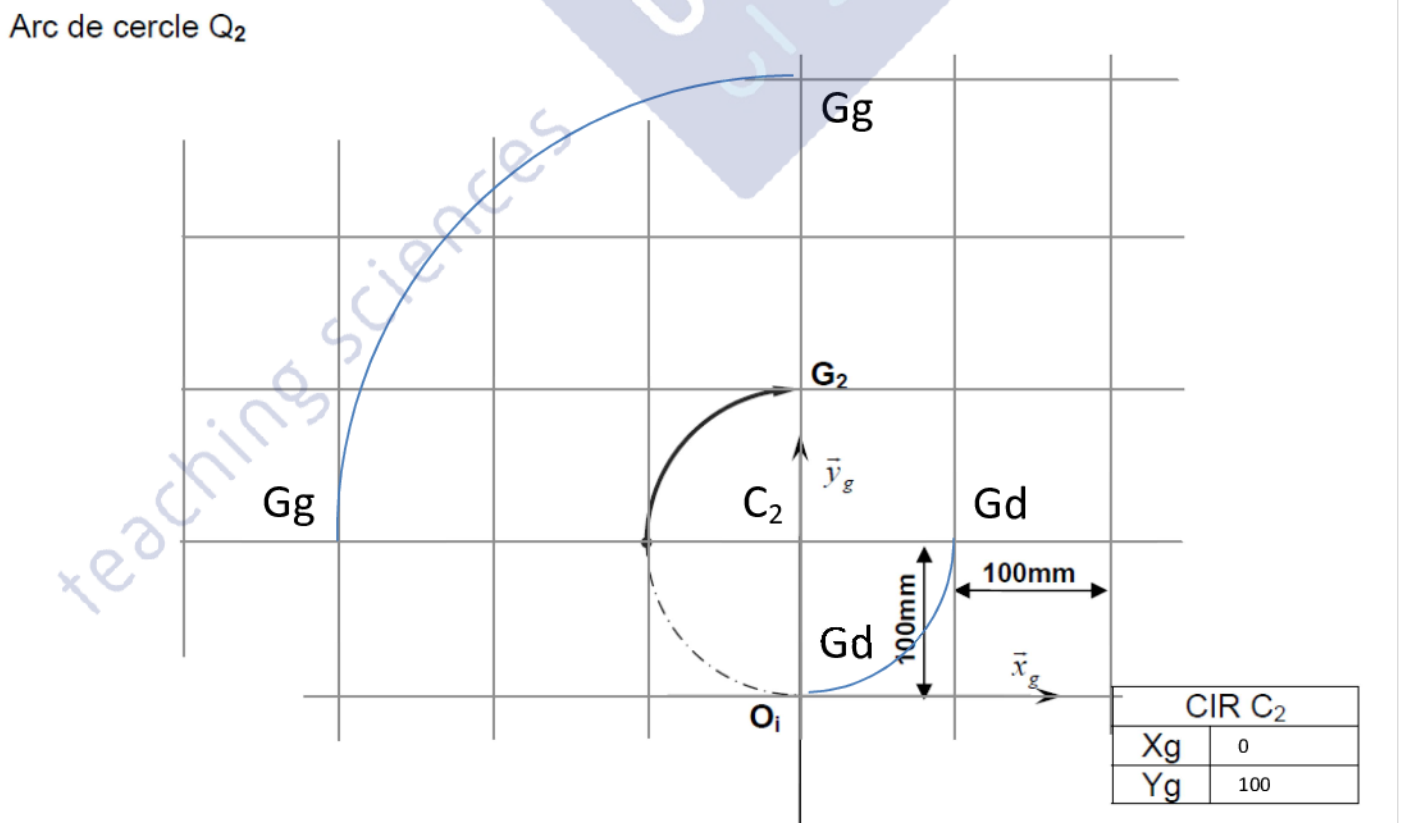
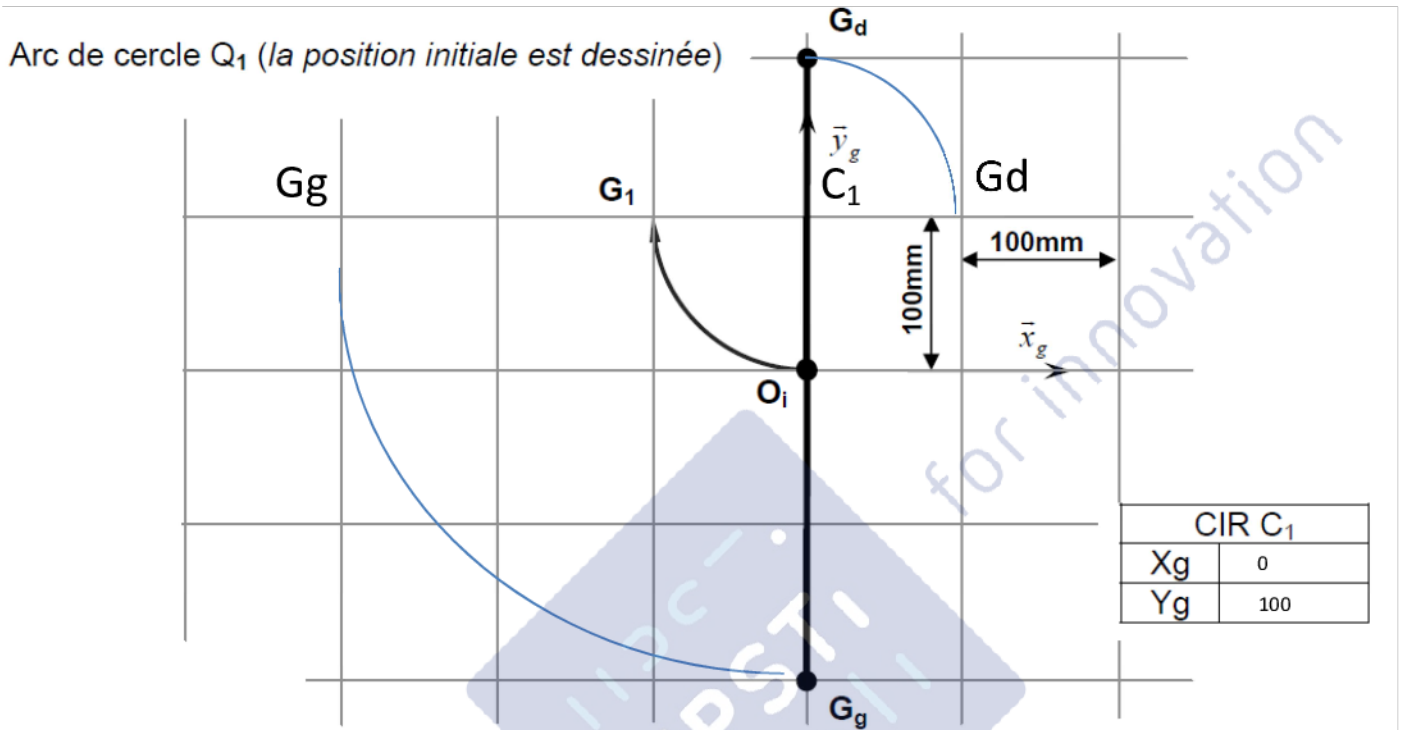
AN :  $C_{mot} = 0,0746 \text{ N.m}$

Question 8 : Déterminer le couple à la roue disponible et conclure sur les capacités de ce robot à remonter cette pente.

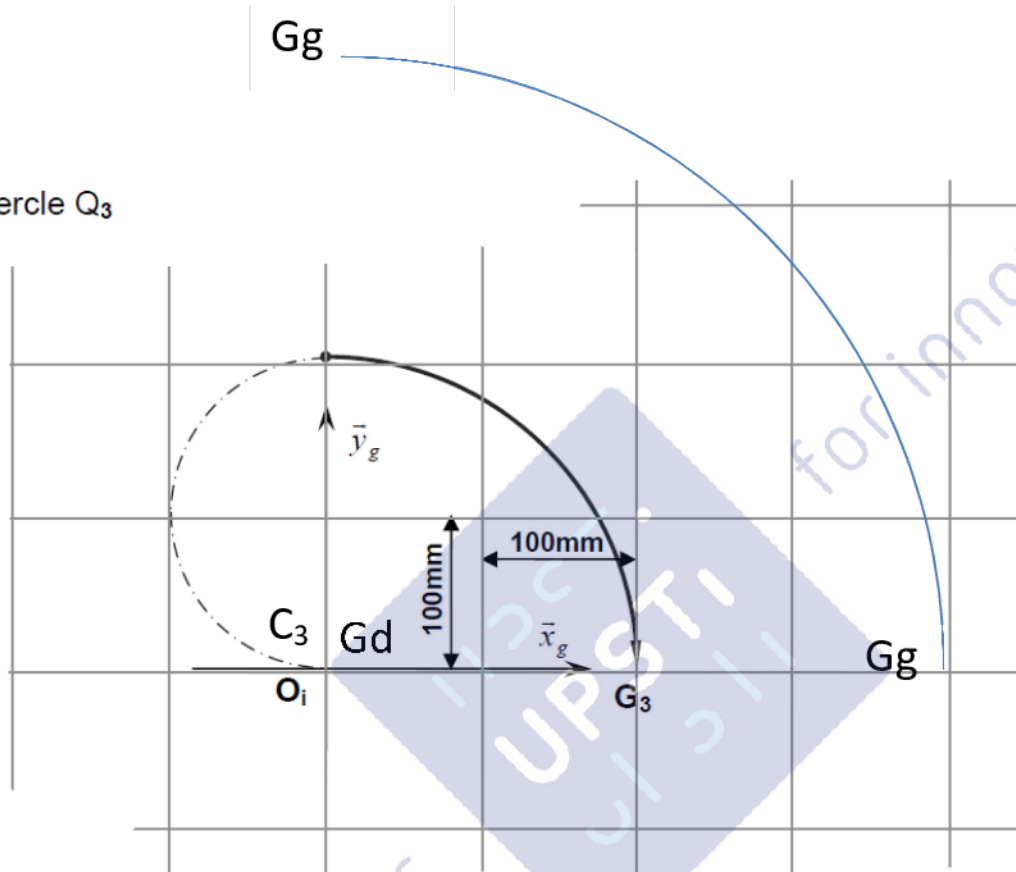
Le couple disponible vaut  $C_{disponible} = \frac{P_{roue}}{\omega_{roue}} = \frac{0,6 \times k \times P_{nom}}{\omega_{moteur}} = \frac{0,6 \times 80 \times 10}{8000 \times \frac{\pi}{30}} = 0,573 \text{ N.m} (> 0,0746 \text{ N.m})$

Le robot peut donc monter la pente.

Question 9 : Pour chaque arc de cercle  $Q_i$  intermédiaire de la demi-trajectoire, dessiner la position finale du robot (matérialisé par son centre  $G$  et les centres de ses roues motrices  $G_g$  et  $G_d$  comme dans la figure 8) et les coordonnées (en mm) du CIR ( $C_i$ ) du mouvement dans le repère  $R_g$  associé au sol de la pièce à nettoyer.

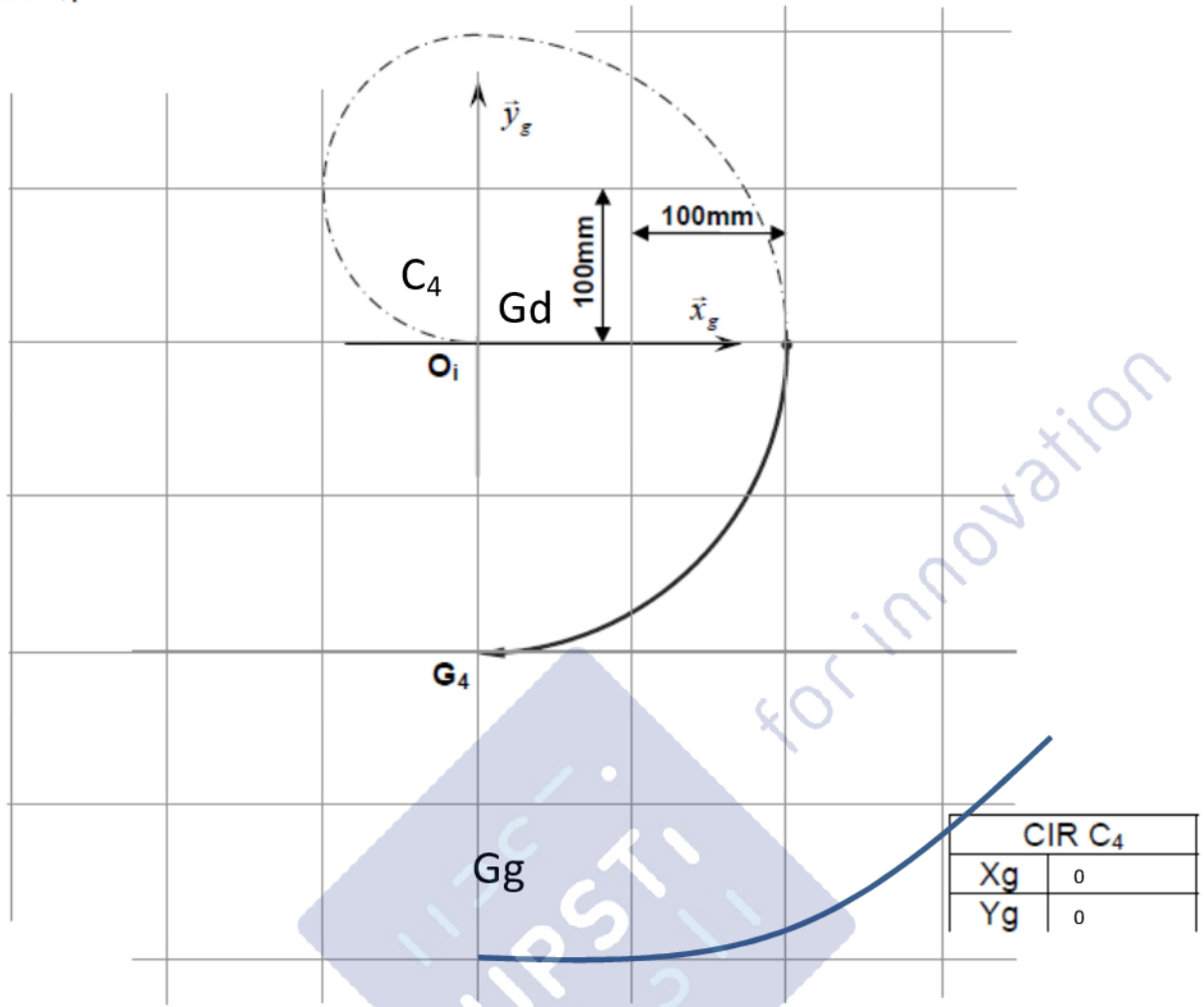


Arc de cercle  $Q_3$

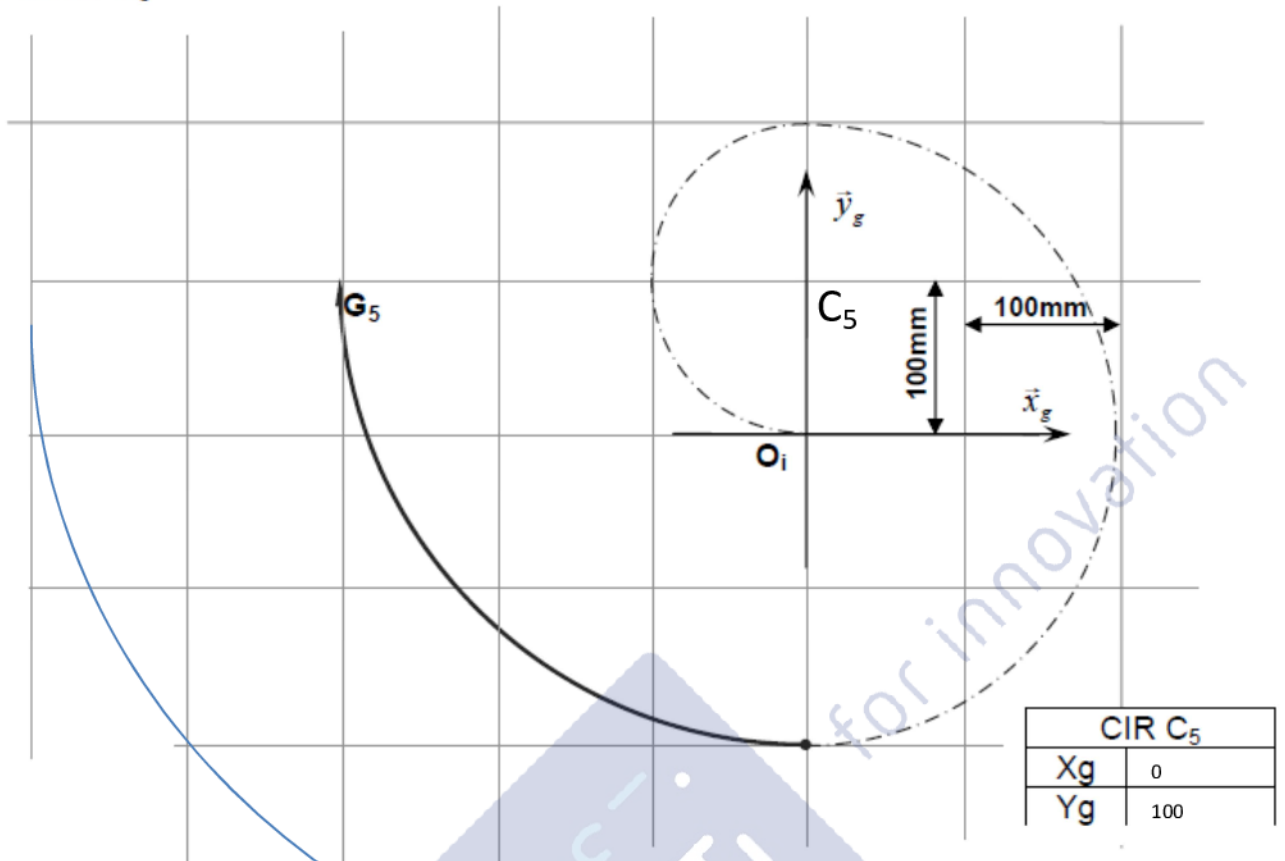


CIR $C_3$	
$X_g$	0
$Y_g$	0

# Arc de cercle Q<sub>4</sub>



## Arc de cercle Q<sub>5</sub>



Gg

Pour chaque arc de cercle Qi intermédiaire de la demi-trajectoire, calculer les modules des vitesses linéaires des centres de roues motrices Gg  $\|\overrightarrow{V_{Gg,robot,Rg}}\|$  et Gd  $\|\overrightarrow{V_{Gd,robot,Rg}}\|$  pour que la vitesse de centre G soit égale à  $\|\overrightarrow{V_{G,robot,Rg}}\| = 4 \text{ m/min}$ .

Arc de cercle Q1 :  $\|\overrightarrow{V_{Gg,robot,Rg}}\| = 12 \text{ m/min}$  et  $\|\overrightarrow{V_{Gd,robot,Rg}}\| = 4 \text{ m/min}$

Arc de cercle Q2 :  $\|\overrightarrow{V_{Gg,robot,Rg}}\| = 12 \text{ m/min}$  et  $\|\overrightarrow{V_{Gd,robot,Rg}}\| = 4 \text{ m/min}$

Arc de cercle Q3 :  $\|\overrightarrow{V_{Gg,robot,Rg}}\| = 8 \text{ m/min}$  et  $\|\overrightarrow{V_{Gd,robot,Rg}}\| = 0$

Arc de cercle Q4 :  $\|\overrightarrow{V_{Gg,robot,Rg}}\| = 8 \text{ m/min}$  et  $\|\overrightarrow{V_{Gd,robot,Rg}}\| = 0$

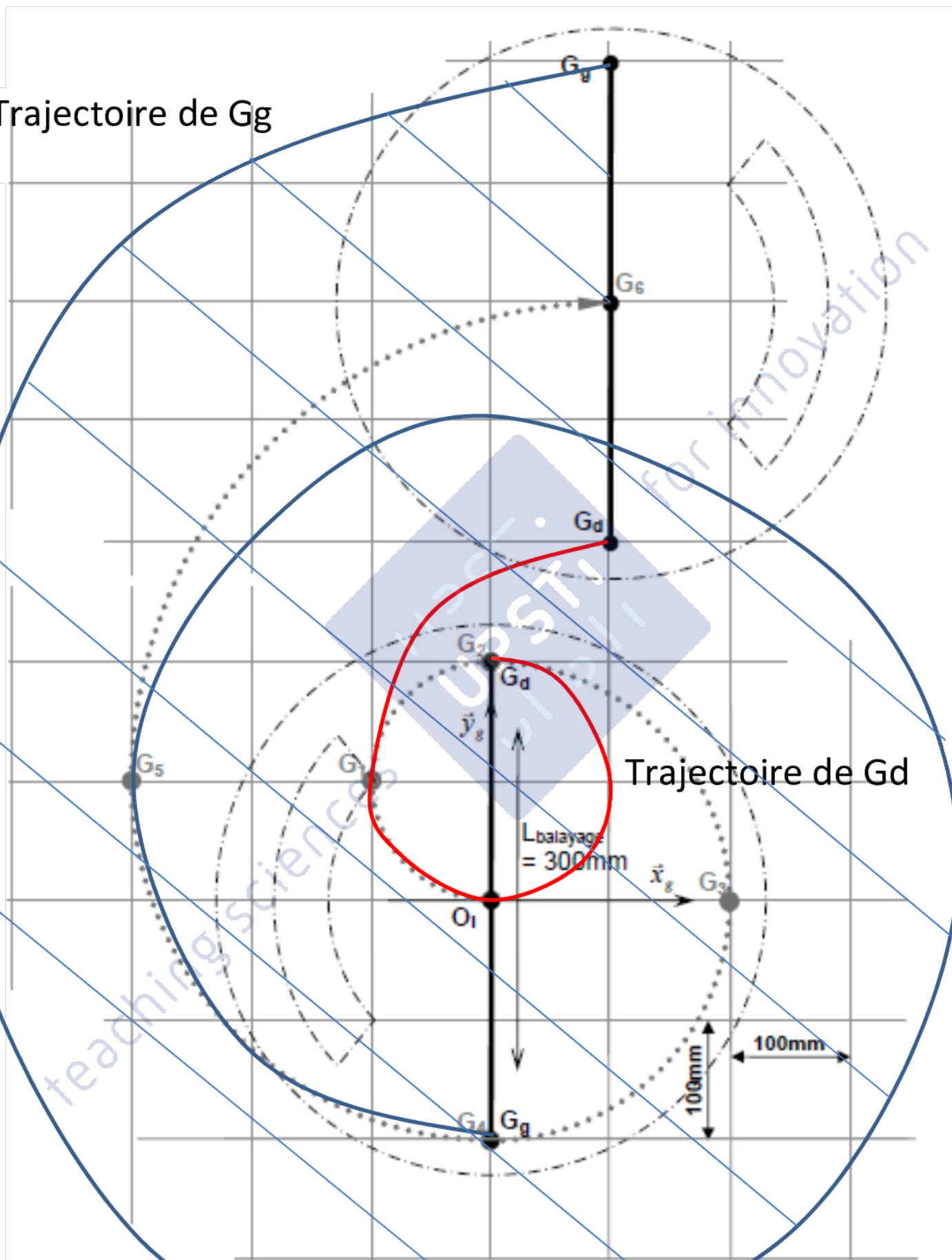
Arc de cercle Q5 :  $\|\overrightarrow{V_{Gg,robot,Rg}}\| = 20/3 \text{ m/min}$  et  $\|\overrightarrow{V_{Gd,robot,Rg}}\| = 4/3 \text{ m/min}$

Arc de cercle Q6 :  $\|\overrightarrow{V_{Gg,robot,Rg}}\| = 6 \text{ m/min}$  et  $\|\overrightarrow{V_{Gd,robot,Rg}}\| = 2 \text{ m/min}$

Question 11 : Dessiner et hachurer la zone nettoyée par le robot.

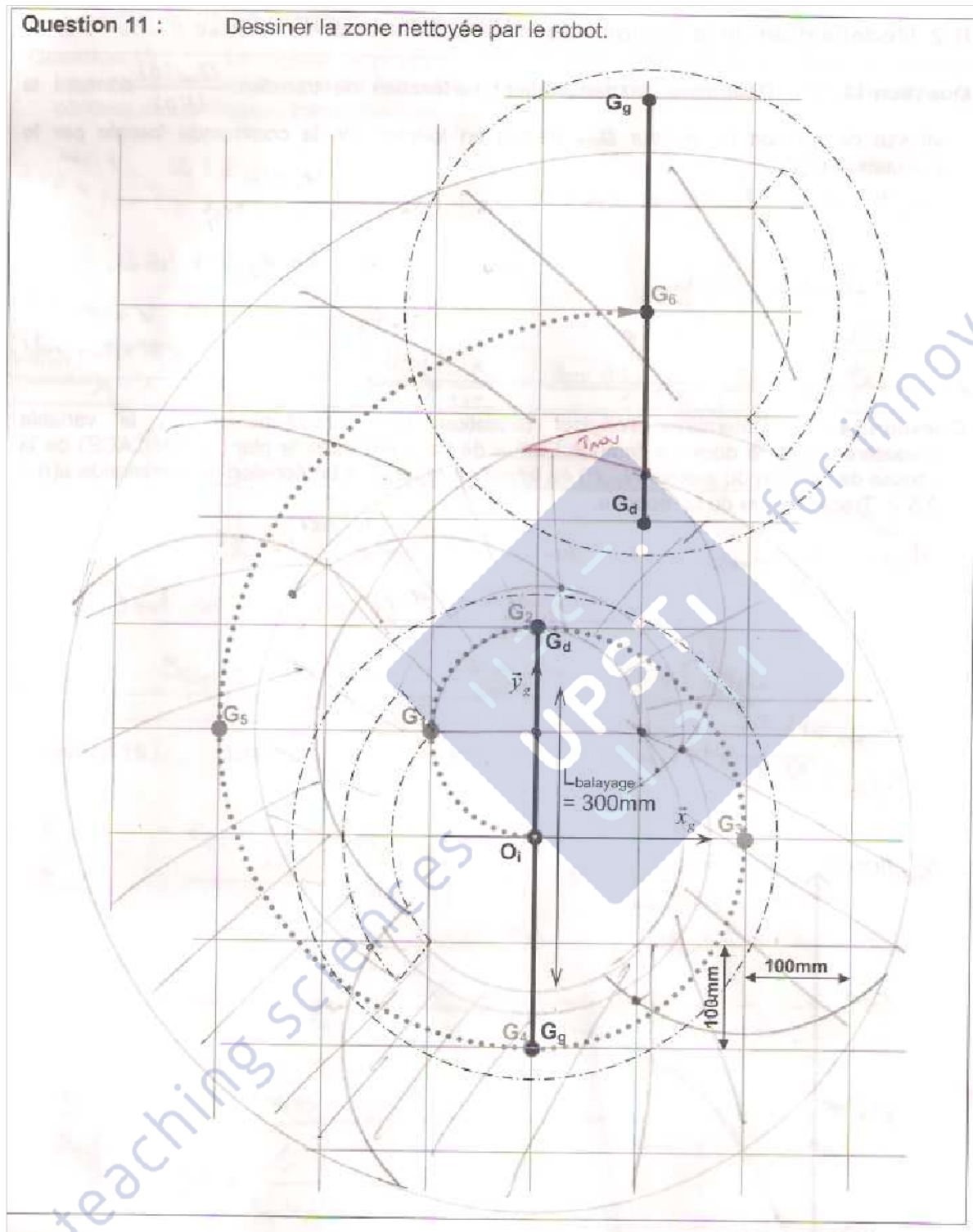
Trajectoire de  $G_g$

Trajectoire de  $G_d$





Remarque : Il y a une confusion entre Lvoie et Lbalayage page 4/18 et page 8/22 du document réponse. Si l'on considère que la largeur balayée est égale à 400 mm, on trouve la figure précédente, si l'on considère qu'elle vaut 300 mm, on obtient la figure suivante.



**Question 12 :** Déterminer si la zone nettoyée est sans trou.

La zone nettoyée est sans trou si la longueur balayée est de 400 mm, avec trou si la largeur balayée est de 300 mm.

**Question 13 :** Déterminer numériquement la fonction de transfert  $\frac{\Omega_{\text{mot}}(p)}{U(p)}$  donnant la vitesse de rotation du moteur

$\Omega_{\text{mot}}(p)$  en fonction de la tension de commande fournie par le calculateur  $U(p)$ .

L'asymptote au-delà de 10 rad/s présente une décroissance de 20 dB par décade. On en déduit une fonction de transfert du type  $\frac{\Omega_{\text{mot}}(p)}{U(p)} = \frac{K}{1+Tp}$ .

On lit K aux basses pulsations sous la forme  $20\log K = 46\text{dB}$  d'où  $K = 10^{46/20} = 10^{2,3} = 10^2 \times 10^{0,3} = 200\text{V.s/rad}$  (car  $\log 2 = 0,3$ )

On lit  $\frac{1}{T} = 10\text{rad/s}$  d'où  $T = 0,1\text{s}$ .

Question 14 : Déterminer l'original (équation décrivant l'évolution de la variable considérée dans le domaine temporel issue de l'analyse dans le plan de Laplace) de la vitesse de rotation du moteur  $N_{\text{mot}}(t)$  en tr/min en réponse à un échelon de commande  $u(t) = 2,5\text{V}$ .

$$N_{\text{mot}} = \Omega_{\text{mot}} \frac{60}{2\pi} = K(1 - e^{-t/T}) U_0 \frac{60}{2\pi}.$$

Question 15 : Le capteur de position intégré en bout d'arbre du moteur fournit 3 tops/tour. Le réducteur reliant la roue à un rapport de réduction de  $k=80$ . Déterminer le contenu des différentes transmittances sous forme littérale et numérique (pour la forme numérique, on ne réalisera pas les calculs).

$$\frac{\theta_{\text{mot}}(p)}{\Omega_{\text{mot}}(p)} = \frac{1}{p} \text{ et } \frac{\theta_r(p)}{\theta_{\text{mot}}(p)} = \frac{1}{k} \text{ et } K_{\text{pos}} = \frac{3}{2\pi}.$$

Question 16 : Pour  $C(p) = Kp$ , déterminer sous forme littérale canonique la transmittance  $\frac{\theta_r(p)}{\theta_{\text{ref}}(p)}$ .

$$\frac{\theta_r(p)}{\theta_{\text{ref}}(p)} = \frac{1}{k} \frac{K_p \cdot \frac{K_\Omega}{1+\tau_\Omega p} \cdot \frac{1}{p}}{1 + K_p \cdot \frac{K_\Omega}{1+\tau_\Omega p} \cdot \frac{1}{p} \cdot K_{\text{pos}}} = \frac{1}{k} \frac{K_p \cdot K_\Omega}{\tau_\Omega p^2 + p + K_p \cdot K_\Omega \cdot K_{\text{pos}}} = \frac{1}{k \cdot K_{\text{pos}}} \frac{1}{\frac{\tau_\Omega}{K_p \cdot K_\Omega \cdot K_{\text{pos}}} p^2 + \frac{p}{K_p \cdot K_\Omega \cdot K_{\text{pos}}} + 1}$$

Question 17 : Pour un coefficient d'amortissement strictement inférieur à 1, déterminer sous forme littérale les pôles  $p_{s1}$  et  $p_{s2}$  de la transmittance  $\frac{\theta_{\text{mot}}(p)}{\theta_{\text{ref}}(p)}$  en fonction de  $m$  et  $\omega_n$ .

On calcule les pôles de la fonction de transfert

Le discriminant vaut  $\Delta = \frac{4}{\omega_n^2} (m^2 - 1)$  qui est strictement négatif car  $m < 1$ .

Les pôles sont donc imaginaires et valent :  $p_{s1} = -m \cdot \omega_n + i \cdot \omega_n \sqrt{1 - m^2}$  et  $p_{s2} = -m \cdot \omega_n - i \cdot \omega_n \sqrt{1 - m^2}$ .

Question 18 : Déterminer la valeur du coefficient d'amortissement  $m$  permettant d'obtenir des pôles  $p_{s1}$  et  $p_{s2}$  avec des parties réelles et imaginaires identiques en valeurs absolues.

On souhaite que les parties réelles et imaginaires des pôles soient égales. On en déduit  $m = \sqrt{1 - m^2}$  et donc  $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Question 19 : Pour cette valeur du coefficient d'amortissement  $m$ , déterminer sous forme littérale puis numérique  $K_p$ .

On obtient  $\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{\tau_\Omega}{K_p \cdot K_\Omega \cdot K_{pos}}$  d'une part et  $\frac{2m}{\omega_n} = \frac{1}{K_p \cdot K_\Omega \cdot K_{pos}}$  d'autre part.

On en déduit  $\frac{2m}{\omega_n} = \frac{1}{\omega_n^2 \cdot \tau_\Omega}$ . En remplaçant  $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , on obtient  $\sqrt{2} = \frac{1}{\omega_n \cdot \tau_\Omega}$  et donc  $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \tau_\Omega}$

On a donc  $K_p = \frac{1}{K_\Omega \cdot K_{pos} \cdot 2\tau_\Omega}$ . AN :  $K_p = \frac{1}{200 \times 0,5 \times 2 \times 0,1} = 0,05 \text{ V/rad}$

Question 20 : Pour ces valeurs du coefficient d'amortissement  $m$  et de  $K_p$ , déterminer le temps de réponse à 5%  $Tr_{5\%}$ .

On lit sur le diagramme lorsque  $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , on a  $Tr \cdot \omega_0 = 3$ .

On en déduit  $Tr = 3\sqrt{2} \cdot \tau_\Omega$ . AN :  $Tr = 0,4 \text{ s}$ .

Question 21 : Conclure quant au respect du cahier des charges.

Le cahier des charges impose  $Tr = 0,2 \text{ s}$ . Le cahier des charges n'est donc pas respecté.

Question 22 : Déterminer sous forme littérale et canonique la transmittance  $\frac{\theta_r(p)}{\theta_{ref}(p)}$

On souhaite compenser le zéro de la FTBO. On en déduit  $\tau_1 = \tau_\Omega$ .

$$\frac{\theta_r(p)}{\theta_{ref}(p)} = \frac{1}{k} \frac{K_p \cdot \frac{1+\tau_1 \cdot p}{1+\tau_2 \cdot p} \cdot \frac{K_\Omega}{1+\tau_\Omega p} \cdot \frac{1}{p}}{1+K_p \cdot \frac{1+\tau_1 \cdot p}{1+\tau_2 \cdot p} \cdot \frac{K_\Omega}{1+\tau_\Omega p} \cdot \frac{1}{p} \cdot K_{pos}}$$

$$= \frac{1}{k} \frac{K_p \cdot \frac{K_\Omega}{1+\tau_2 p} \cdot \frac{1}{p}}{1+K_p \cdot \frac{K_\Omega}{1+\tau_2 p} \cdot \frac{1}{p} \cdot K_{pos}}$$

$$\frac{\theta_r(p)}{\theta_{ref}(p)} = \frac{1}{k \cdot K_{pos}} \frac{1}{\frac{\tau_2}{K_p \cdot K_\Omega \cdot K_{pos}} p^2 + \frac{p}{K_p \cdot K_\Omega \cdot K_{pos}} + 1}$$

Question 23 : Pour le même coefficient d'amortissement que celui obtenu à la question 18 et opur le  $tr_{5\%}$  du cahier des charges, déterminer la pulsation naturelle  $\omega_n$  nécessaire pour la transmittance  $\frac{\theta_r(p)}{\theta_{ref}(p)}$ .

$$m = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Tr} \cdot \omega_n = 3. \text{ Donc } \omega_n = \frac{3}{0,2} = 15 \text{ rad/s.}$$

Question 24 : En déduire sous forme littérale puis numérique  $K_p$  (on se limitera à un chiffre après la virgule).

$$\text{On a } \frac{2m}{\omega_n} = \frac{1}{K_p \cdot K_\Omega \cdot K_{\text{pos}}}. \text{ Donc } K_p = \frac{\omega_n}{2m \cdot K_\Omega \cdot K_{\text{pos}}} = \frac{15}{2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 200 \times 0,5} = 0,106 \text{ V.s/rad}$$

Question 25 : En déduire sous forme littérale puis numérique  $\tau_2$ .

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{\tau_2}{K_p \cdot K_\Omega \cdot K_{\text{pos}}}$$

$$\text{Donc } \tau_2 = \frac{K_p \cdot K_\Omega \cdot K_{\text{pos}}}{\omega_n^2}. \text{ AN : } \tau_2 = \frac{0,1 \times 200 \times 0,5}{15^2} = 0,0444 \text{ s}$$

Question 26 : Conclure quant au critère du cahier des charges ASSURER UN SUIVI DE TRAJECTOIRE.

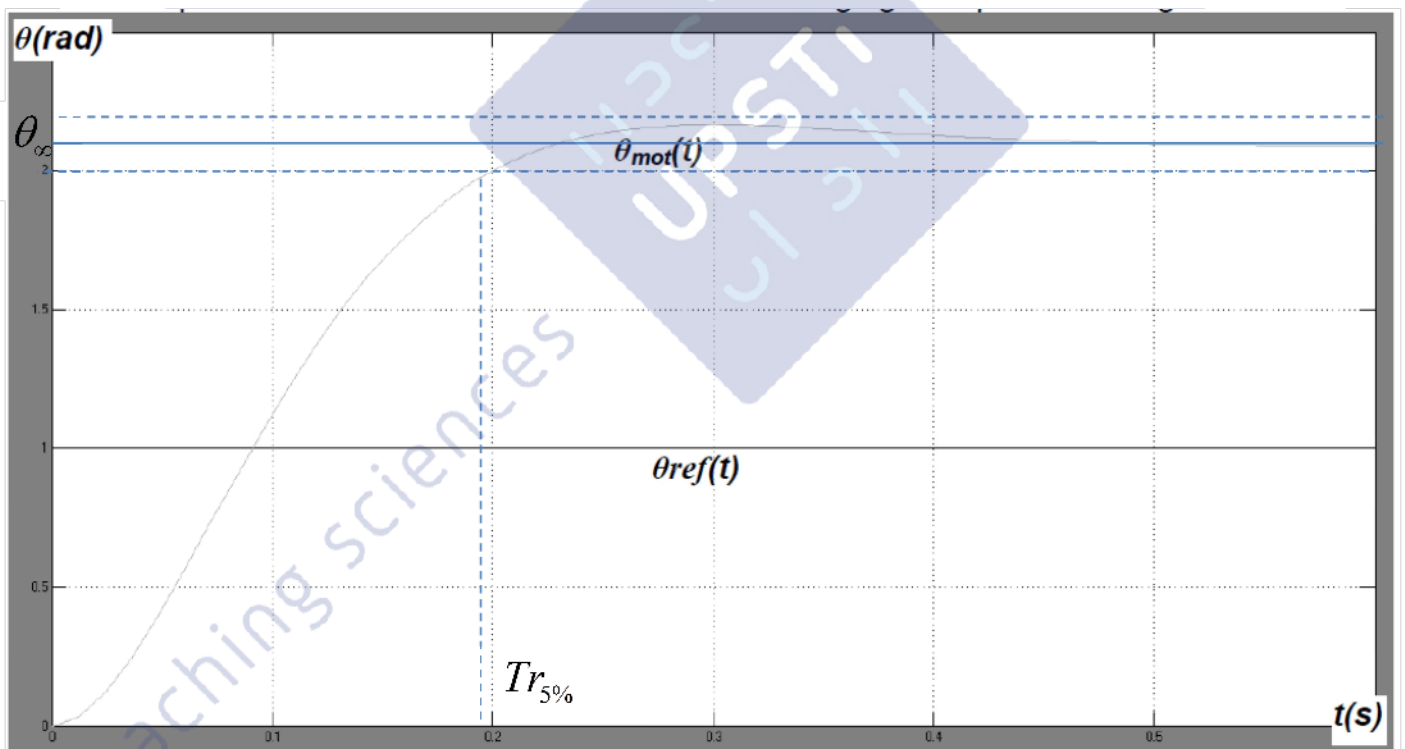


Figure 11 : Réponse indicielle de la boucle fermée de position

On trouve  $\text{Tr}$  inférieur à 0,2 s, le cahier des charges est donc respecté.

Question 27 : Déterminer le contenu littéral de l'équation donnant  $p \cdot \theta_{\text{mot}}(p)$  en fonction de  $\theta_{\text{mot}}(p)$ ,  $\Omega_{\text{mot}}(p)$  et  $U(p)$  sous la forme  $p \cdot \theta_{\text{mot}}(p) = A_1 \cdot \theta_{\text{mot}}(p) + A_2 \cdot \Omega_{\text{mot}}(p) + B_1 \cdot U(p)$  dans laquelle  $A_1$ ,  $A_2$  et  $B_1$  ne dépendent que des paramètres du processus ou sont nuls et ne dépendent pas de l'opérateur de Laplace  $p$ .

On a  $p \cdot \theta_{\text{mot}}(p) = \Omega_{\text{mot}}(p)$  (dérivée de la position angulaire)

On en déduit que  $A_1 = 0$ ,  $A_2 = 1$  et  $B_1 = 0$ .

Question 28 : Déterminer le contenu littéral de l'équation donnant  $p.\Omega_{\text{mot}}(p)$  en fonction de  $\theta_{\text{mot}}(p)$ ,  $\Omega_{\text{mot}}(p)$  et  $U(p)$  sous la forme  $p.\theta_{\text{mot}}(p) = A_3.\theta_{\text{mot}}(p) + A_4.\Omega_{\text{mot}}(p) + B_2.U(p)$  dans laquelle  $A_1$ ,  $A_2$  et  $B_1$  ne dépendent que des paramètres du processus ou sont nuls et ne dépendent pas de l'opérateur de Laplace  $p$ .

$$\Omega_{\text{mot}}(p) = \frac{K_{\Omega}}{1 + \tau_{\Omega} \cdot p} \text{ donc } p.\Omega_{\text{mot}}(p) = -\frac{1}{\tau_{\Omega}} \Omega_{\text{mot}}(p) + \frac{K_{\Omega}}{\tau_{\Omega}} U(p)$$

On en déduit que  $A_3 = 0$ ,  $A_4 = -\frac{1}{\tau_{\Omega}}$  et  $B_2 = \frac{K_{\Omega}}{\tau_{\Omega}}$ .

Question 29 : Déterminer le contenu sous forme littérale des matrices  $A_s$  (de dimension  $2 \times 2$ ),  $B_s$  (de dimension  $2 \times 1$ ) et de  $C_s$  (de dimension  $1 \times 2$ ) tel que  $p.\underline{X}_s(p) = A_s.\underline{X}_s(p) + B_s.U(p)$  et  $\theta_{\text{cap}}(p) = C_s.\underline{X}_s(p)$

$$\begin{cases} p.\theta_{\text{mot}}(p) = \Omega_{\text{mot}}(p) \\ p.\Omega_{\text{mot}}(p) = -\frac{1}{\tau_{\Omega}} \Omega_{\text{mot}}(p) + \frac{K_{\Omega}}{\tau_{\Omega}} U(p) \end{cases}$$

On en déduit :

$$p \cdot \begin{bmatrix} \theta_{\text{mot}}(p) \\ \Omega_{\text{mot}}(p) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_{\Omega}} \end{bmatrix}}_{A_s} \cdot \begin{bmatrix} \theta_{\text{mot}}(p) \\ \Omega_{\text{mot}}(p) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_{\Omega}}{\tau_{\Omega}} \end{bmatrix}}_{B_s} \cdot U(p)$$

D'autre part, on a  $\theta_{\text{cap}}(p) = K_{\text{pos}}.\theta_{\text{mot}}(p)$ , donc  $C_s = [K_{\text{pos}} \quad 0]$ .

Question 30 : Déterminer les valeurs propres de la matrice  $A_s$ . Comparer avec les pôles du processus. Conclure.

$$A_s = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_{\Omega}} \end{bmatrix}$$

Ses valeurs propres sont solutions du polynôme caractéristique :  $-x \left( -x - \frac{1}{\tau_{\Omega}} \right) = 0$  dont les racines sont 0 et  $-\frac{1}{\tau_{\Omega}}$

qui sont bien les pôles du processus.

Question 31 : Expliquer le rôle du bouclage de l'observateur.

Le rôle du bouclage est d'introduire un estimateur de l'erreur faite par l'observateur. Cette erreur est réinjectée dans le calcul de  $\hat{\theta}_{\text{cap}}(p)$ .

Question 32 : Déterminer l'équation d'état donnant  $p.\hat{X}_s(p)$  en fonction de  $A_s$ ,  $B_s$ ,  $C_s$ ,  $L_o$ ,  $\hat{X}_s(p)$ ,  $X_s(p)$  et  $U(p)$ .

$$p.\hat{X}_s(p) = B_s.U(p) + A_s.\hat{X}_s(p) + L_o \cdot \left[ \theta_{\text{capt}}(p) - \hat{\theta}_{\text{capt}}(p) \right] \text{ d'après le schéma bloc.}$$

De plus, on a  $\theta_{\text{cap}}(p) = C_s.X_s(p)$  et  $\hat{\theta}_{\text{cap}}(p) = C_s.\hat{X}_s(p)$ .

$$\text{On a donc : } p.\hat{X}_s(p) = B_s.U(p) + A_s.\hat{X}_s(p) + L_o.C_s \left[ X_s(p) - \hat{X}_s(p) \right].$$

**Question 33 :** Déterminer la dérivée de l'erreur d'observation

$p.\varepsilon(p) = p.X_s(p) - p.\hat{X}_s(p)$  en fonction des matrices  $A_s$ ,  $C_s$ ,  $L_o$  et de l'erreur d'observation  $\varepsilon(p) = X_s(p) - \hat{X}_s(p)$ .

$$p.\varepsilon(p) = p.\left[\underline{X}_s(p) - \hat{\underline{X}}_s(p)\right] = A_s.\underline{X}_s(p) + B_s.U(p) - \left\{ B_s.U(p) + A_s.\hat{\underline{X}}_s(p) + L_o.C_s\left[\underline{X}_s(p) - \hat{\underline{X}}_s(p)\right] \right\}$$

$$p.\varepsilon(p) = A_s.\varepsilon(p) - L_o.C_s\varepsilon(p)$$

$$p.\varepsilon(p) = A_s.\left[\underline{X}_s(p) - \hat{\underline{X}}_s(p)\right] - L_o.C_s\left[\underline{X}_s(p) - \hat{\underline{X}}_s(p)\right]$$

**Question 34 :** Déterminer sous forme littérale les coefficients de la matrice  $A_o$  reliant  $p.\varepsilon(p)$  à  $\varepsilon(p)$ .

On veut mettre le système sous la forme  $p.\varepsilon(p) = A_o.\varepsilon(p)$ , on en déduit  $A_o = A_s - L_o.C_s$  et

$$A_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_\Omega} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_o1 \\ L_o2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K_{pos} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_o1.K_{pos} & 1 \\ -L_o2.K_{pos} & -\frac{1}{\tau_\Omega} \end{bmatrix}$$

**Question 35 :** Déterminer l'équation caractéristique de cette matrice.

Le polynôme caractéristique de  $A_o$  s'écrit :  $(-x - L_o1.K_{pos})\left(-x - \frac{1}{\tau_\Omega}\right) + L_o2.K_{pos}$

**Question 36 :** Déterminer  $L_o1$  et  $L_o2$  sous forme littérale si on désire que l'observateur converge plus vite que le mode dominant du processus. Pour cela on désire que l'équation caractéristique obtenue à la question 35 ait 2 racines réelles  $p_{o1} = p_{o2} = -\frac{1}{\tau_o}$  avec  $\tau_o$  la constante de temps de l'observateur 5 fois plus faible que celle du processus.

$$\text{On résout } x^2 + x\left(L_o1.K_{pos} + \frac{1}{\tau_\Omega}\right) + \left(\frac{L_o1}{\tau_\Omega} + L_o2\right).K_{pos} = 0.$$

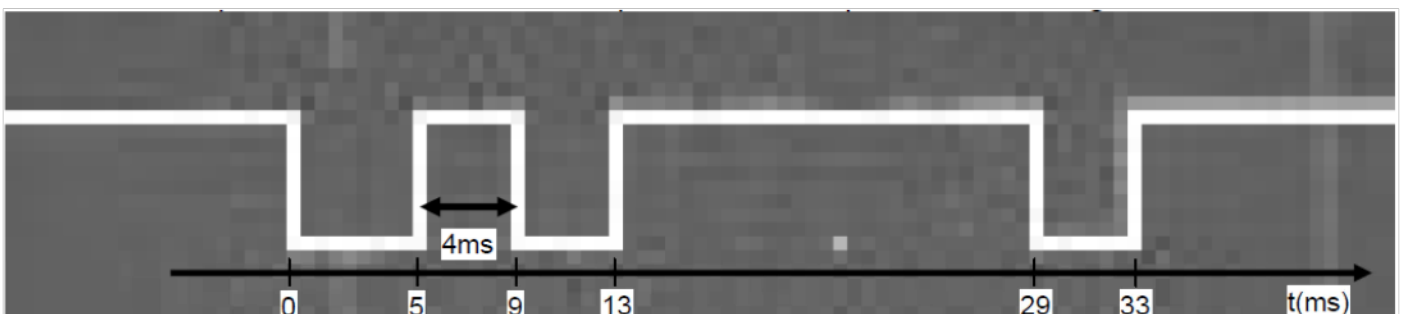
Le discriminant vaut  $\left(L_o1.K_{pos} + \frac{1}{\tau_\Omega}\right)^2 - 4\left(\frac{L_o1}{\tau_\Omega} + L_o2\right).K_{pos}$  qui doit être nul car le polynôme caractéristique doit admettre une racine réelle double.

$$\text{On en déduit } -\frac{1}{\tau_o} = -\frac{1}{2}\left(L_o1.K_{pos} + \frac{1}{\tau_\Omega}\right) \text{ donc } \frac{10}{\tau_\Omega} = L_o1.K_{pos} + \frac{1}{\tau_\Omega}. \text{ On obtient } L_o1 = \frac{9}{\tau_\Omega.K_{pos}} \text{ et } L_o2 = \frac{16}{\tau_\Omega^2.K_{pos}}.$$

**Question 37 :** Par analyse de la réponse avec observateur, celle-ci répond-elle aux critères du cahier des charges (tr5% et nombre de capteurs). Relativiser votre réponse face aux contraintes du marché.

Le critère de rapidité de  $t_{5\%} = 0,2s$  n'est pas respecté. Le temps de réponse à 5% vaut en réalité 0,22 s, ce qui ne constitue pas une augmentation démesurée, vis-à-vis des contraintes économiques du marché.

**Question 38 :** Dans le cas du chronogramme de la Figure 19, déterminer quel est le code reçu par le robot. Le signal décodé par le robot est-il en logique négative (un état vrai est représenté par « 0 » et un état faux par « 1 ») ou positive (un état vrai est représenté par « 1 » et un état faux par « 0 ») ?



Le code reçu par le robot est  $1010\ 0001_2$ , ce qui constitue le code led tourelle. La logique utilisée est une logique négative.

Question 39 : Déterminer le code  $1010\ 0100_2$  délivré par la led droite en hexadécimal.

En hexadécimal,  $1010\ 0100_2$  s'écrit  $A4_{16}$ .

Question 40 : Déterminer le code  $1010\ 1000_2$  délivré par la led gauche en décimal.

En décimal,  $1010\ 1000_2$  s'écrit  $2^3 + 2^5 + 2^7 = 8 + 32 + 128 = 168$ .

Question 41 : Déterminer le résultat en binaire du recouvrement de ces 2 lobes. En déduire le résultat en décimal.

1010 0100

On fait la somme :  $\begin{array}{r} +1010\ 1000 \\ \hline \end{array}$

10100 1100

Le premier bit est inutile car il vaut toujours 1 quel que soit la somme des signaux se recouvrant. Après élimination de ce premier bit,  $0100\ 1100_2$  s'écrit en décimal  $2^2 + 2^3 + 2^6 = 4 + 8 + 64 = 76$ .

Question 42 : Déterminer les codes binaires reçus pour chacun des cas.

Lobe led tourelle : 1010 0001

Lobe recouvrement led tourelle et led gauche : 0100 1001

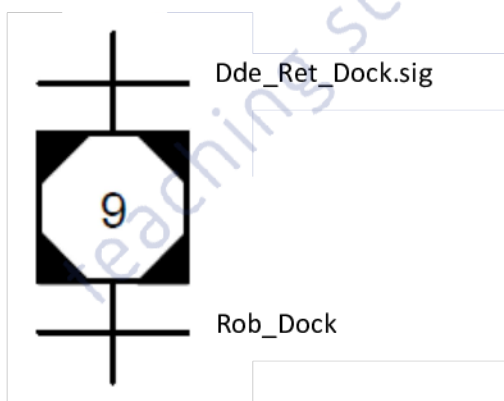
Lobe led gauche : 1010 1000

Lobe recouvrement led gauche et led droite : 0100 1100

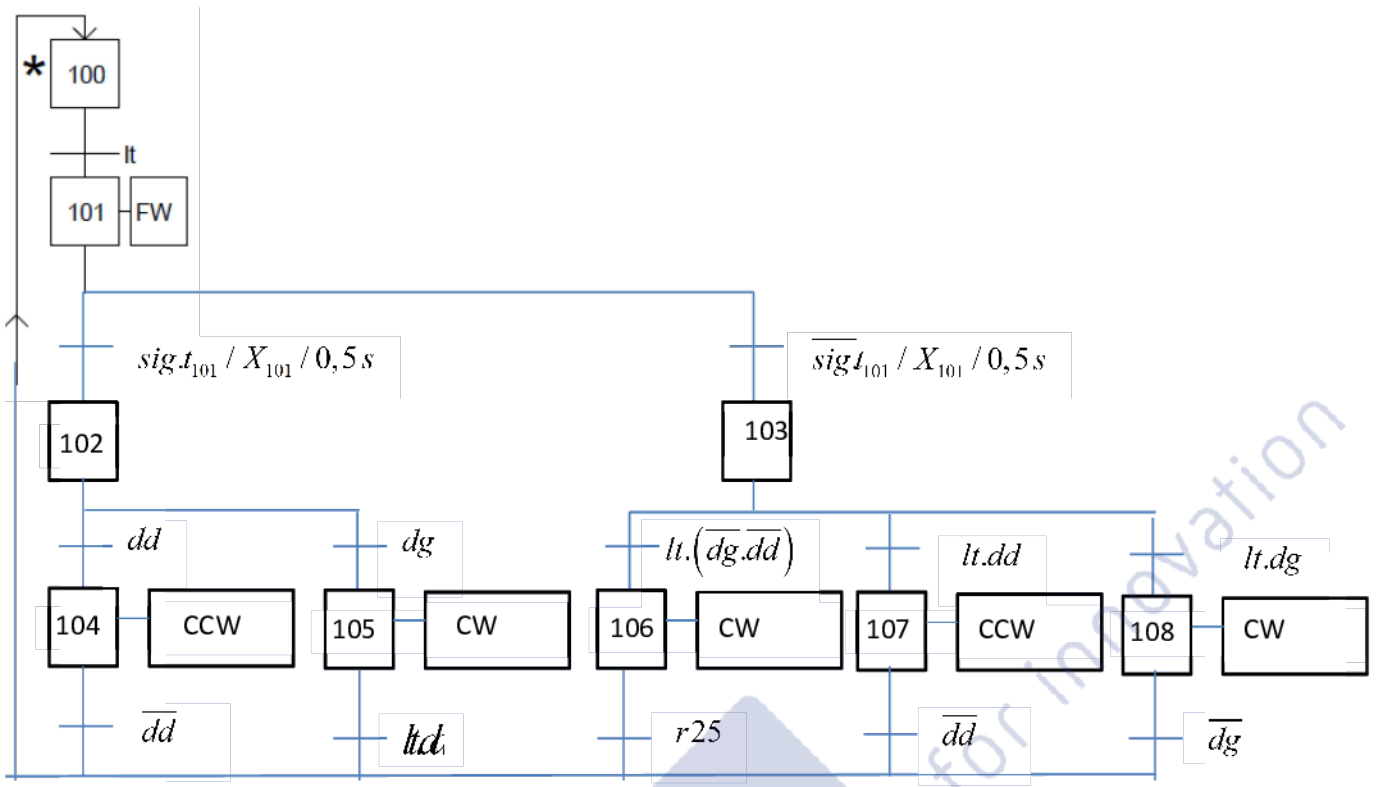
Lobe led droite : 1010 0100

Lobe recouvrement led droite et led tourelle : 0100 0101

Question 43 : Déterminer les réceptivités amont et aval de l'étape encapsulante.

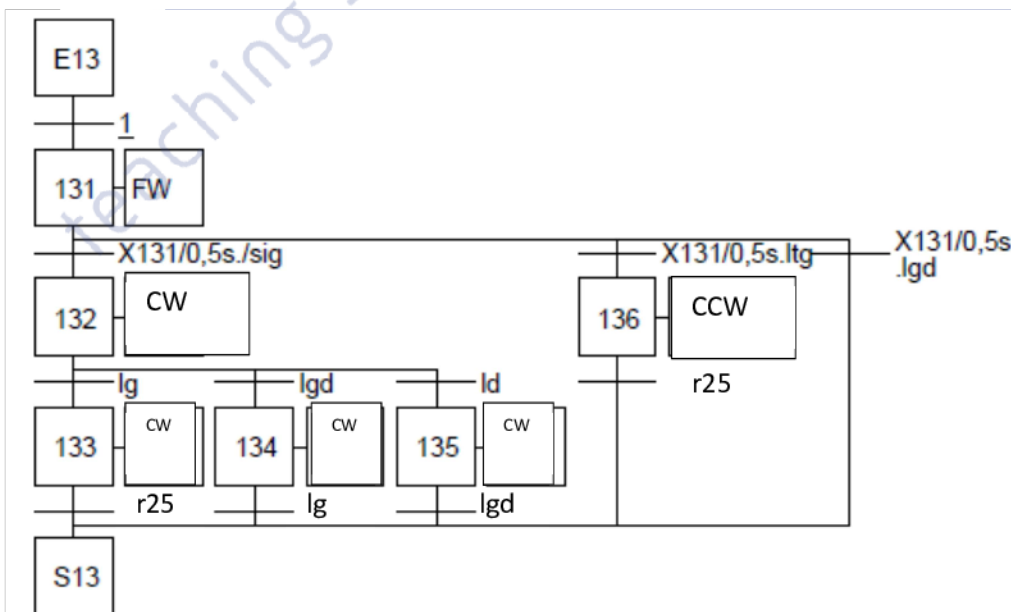
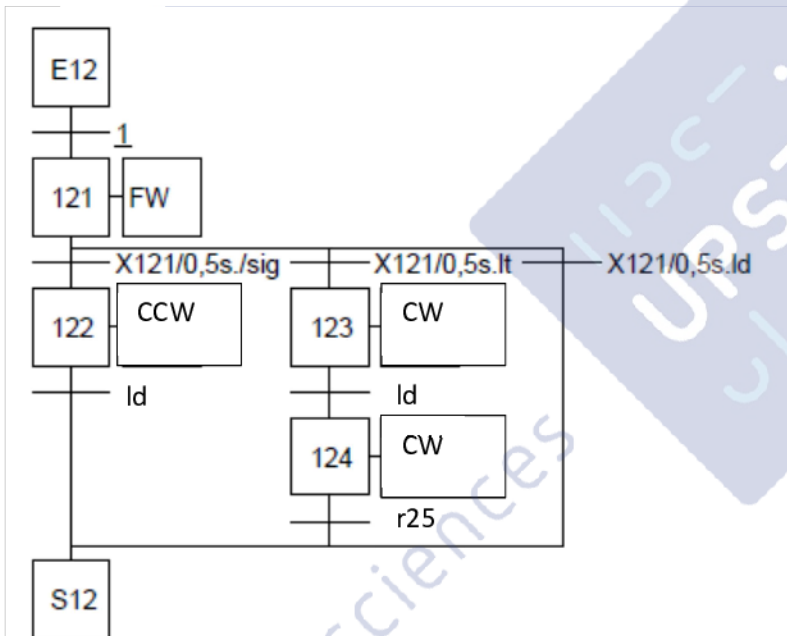
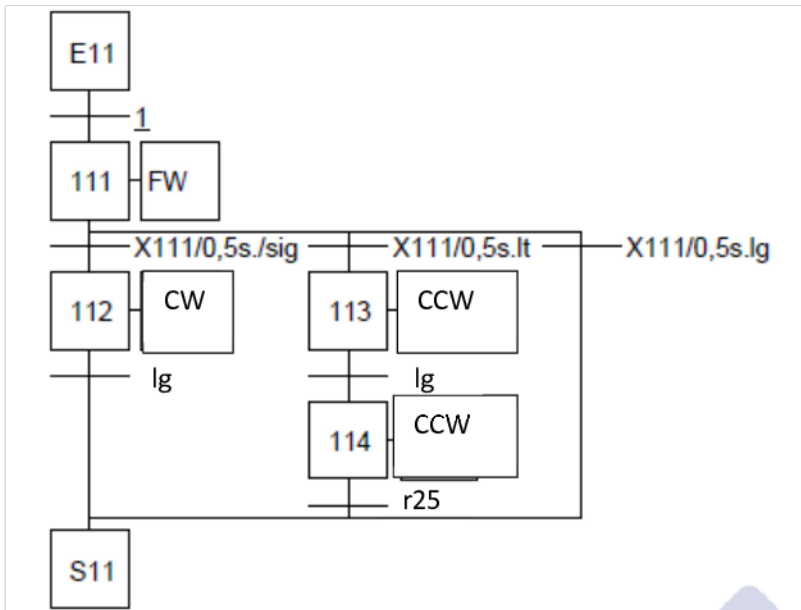


Question 44 : Compléter la partie du grafcet encapsulé correspondant à l'apparition de l'acquisition du signal du lobe led tourelle.

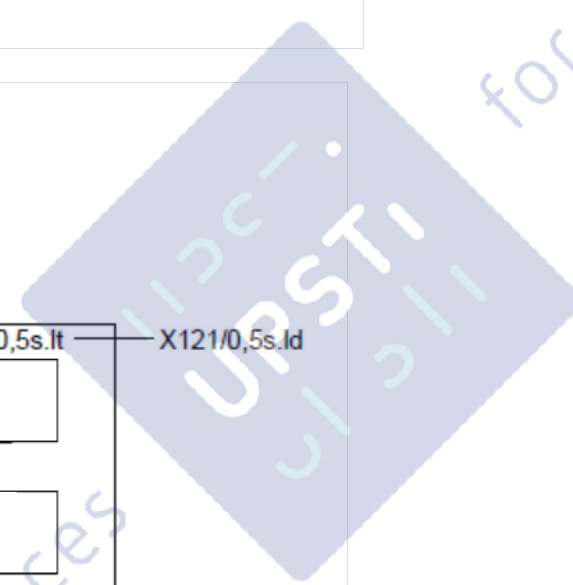


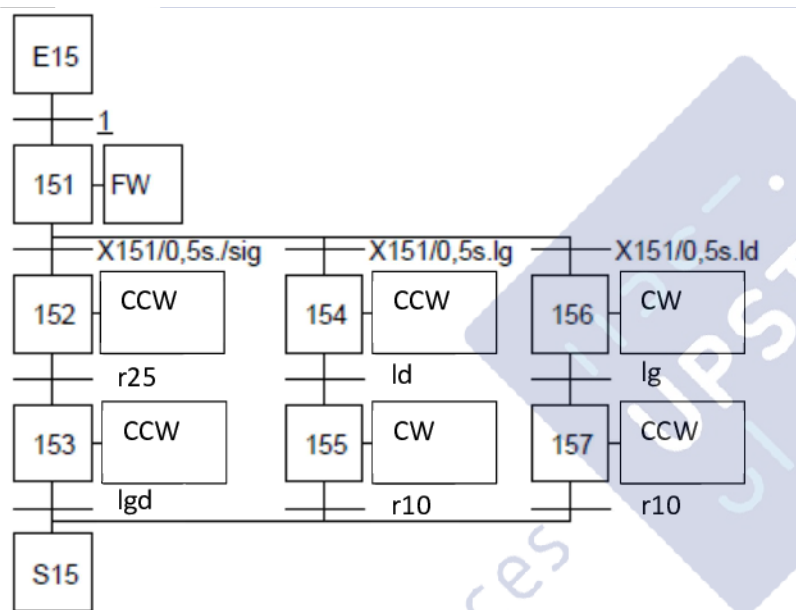
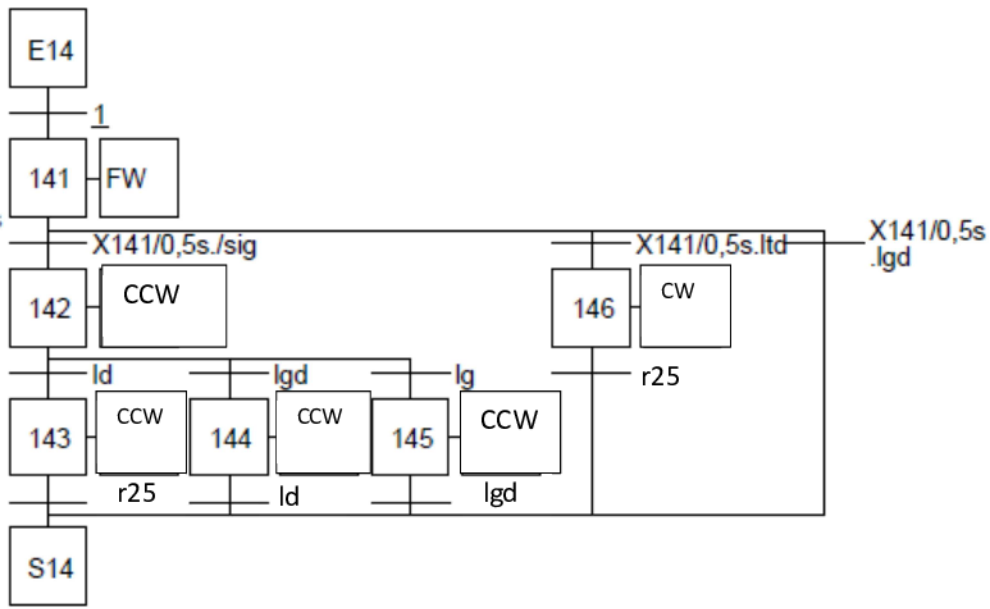


Question 45 : Compléter le grafctet encapsulé Retour\_Dock. Pour augmenter la lisibilité par rapport à la partie de grafctet de la question 44, le grafctet encapsulé fait apparaître des macro-étapes.



for innovation





for innovation