

Proposition de corrigé

Concours : X-ENS

Année : 2013

Filière : PSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

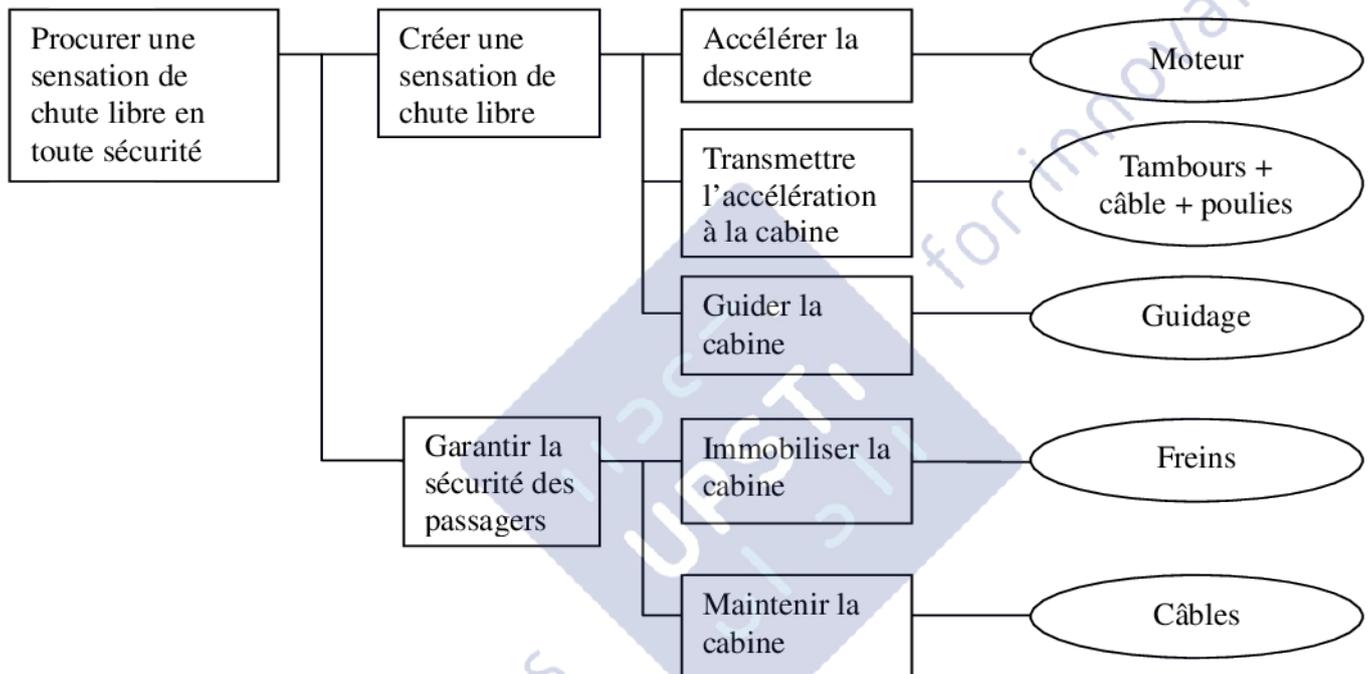
L'équipe UPSTI

La tour de la terreur

A - Analyse de la solution

Q1) A l'aide du descripteur de votre choix, schématiser la fonction de service principale attendue.

Nous choisissons d'utiliser un diagramme FAST pour décrire la fonction principale :



Q2) Quelle est la fonction du câble secondaire (figure 1) ?

Le câble secondaire permet de maîtriser les décélérations de la cabine vers le haut ainsi que les accélérations vers le bas. En effet, sans lui, les câbles porteurs pourraient se détendre.

Q3) En modélisant le contact entre un galet et un rail par une liaison ponctuelle et en faisant l'hypothèse de solides indéformables, déterminer la liaison équivalente entre la cabine et les deux rails.

Le guidage de la cabine est composé de 4 sous ensembles de 3 galets modélisés chacun par une liaison ponctuelle. Chaque sous ensemble de 3 galets sera modélisé par 2 liaisons ponctuelles de normale \vec{x} , et d'une troisième liaison ponctuelle de normale \vec{y} .

Approche statique :

$$\{T_{eq(rail \rightarrow cab)}\} = \sum_{i=1}^{12} \{T_{Li(rail \rightarrow cab)}\}$$

Ecrivons ces torseurs au point A :

$$\{T_{eq(rail \rightarrow cab)}\} = \left\{ \begin{array}{l} (Y_A - Y_B + Y_C - Y_D) \vec{y} \\ AC.(Y_C - Y_D) \vec{x} \end{array} \right\}_A + \left\{ \begin{array}{l} (X_{A1} + X_{B1} + X_{C1} + X_{D1}) \vec{x} \\ -AB.(X_{B1} + X_{D1}) \vec{z} - AC.(X_{C1} + X_{D1}) \vec{y} \end{array} \right\}_A + \left\{ \begin{array}{l} -(X_{A2} + X_{B2} + X_{C2} + X_{D2}) \vec{x} \\ AB.(X_{B2} + X_{D2}) \vec{z} + AC.(X_{C2} + X_{D2}) \vec{y} \end{array} \right\}_A$$

Le torseur de la liaison équivalente est du type :

$$\{T_{eq(rail \rightarrow cab)}\} = \left\{ \begin{array}{ll} X_{eq} & L_{eq} \\ Y_{eq} & M_{eq} \\ 0 & N_{eq} \end{array} \right\}_{A,x,y,z} \quad \text{Torseur d'une liaison glissière de direction } \vec{z}$$

- Q4)** Calculer le degré d'hyperstaticité de ce modèle et expliciter toutes les contraintes géométriques de montage. Justifier l'intérêt de ce choix de guidage dont le modèle est hyperstatique.

La liaison glissière trouvée à la question précédente comporte 12 inconnues de liaison pour seulement 5 équations utiles. Le degré d'hyperstatisme est donc **$h=12-5=7$**

Les 7 contraintes géométriques sont :

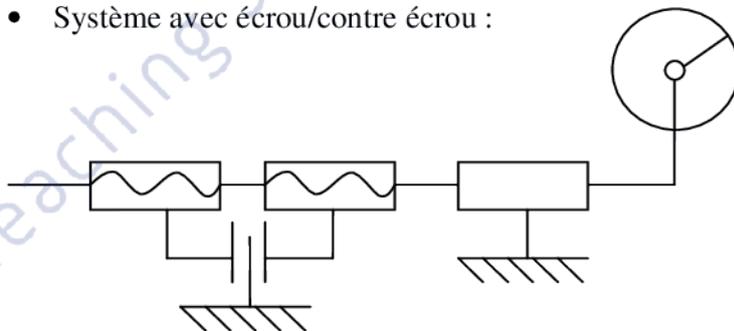
- Distance : $AB_{cabine} = AB_{rail}$
- Distance : $CD_{cabine} = CD_{rail}$
- Distance : les points A, B, C et D doivent être coplanaires
- Distances : les galets de chaque coté d'un rail dans la direction x doivent chacun toucher le rail.

Le concepteur a choisi d'utiliser un modèle hyperstatique pour pouvoir encaisser des actions mécaniques plus grandes qu'avec un modèle isostatique. Ceci est nécessaire à la vue des accélérations mises en jeu. D'autre part, cette solution permet de rigidifier la structure et d'éviter d'avoir des accélérations parasites dues aux déformations dans les guidages.

- Q5)** Proposer deux solutions technologiques qui permettent de répondre aux contraintes identifiées à la question précédente et qui soient applicables à ce contexte où les rails font plus de 50m de long.

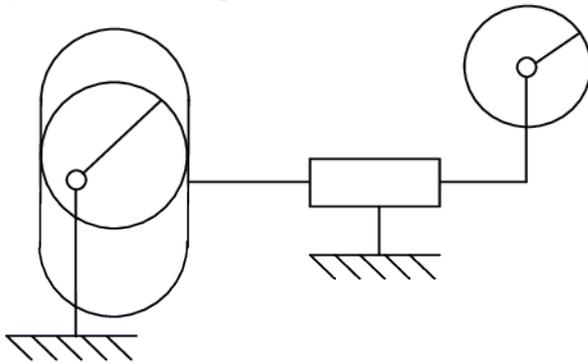
Dispositifs de réglage de la position de l'axe des galets :

- Système avec écrou/contre écrou :



(Possibilité d'utiliser un seul écrou mais réglage possible que dans un sens)

- Système excentrique :



- Fixation de chaque galet sur une bride comportant des trous oblongs pour le passage des vis.



B-Validation des critères de performance relatifs à la sécurité des passagers.

Q6) Dans cette phase de vie, exprimer le moment de freinage maximum M_f que peut exercer le système de freinage sur l'arbre moteur.

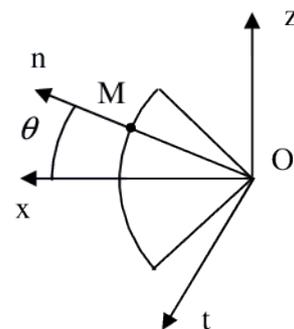
Nous supposons que la répartition de pression est constante et égale à p dans chaque frein à tambour.

Relation entre l'effort normal N appliqué par une mâchoire sur un tambour et la pression p :

$$\vec{N} = - \iint_S p \vec{n} dS = - \int_{\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha}^{\frac{\pi}{2} + \alpha} \int_{y=0}^e p (\cos \theta \vec{z} + \sin \theta \vec{x}) R_t dy d\alpha$$

Par symétrie, l'effort \vec{N} est suivant \vec{x} .

$$N = \|\vec{N}\| = 2p.R_t.e.\sin \alpha$$



Le moment de freinage M_f est suivant \vec{y} :

$$M_f = 8 \left[\iint_S \overrightarrow{OM} \wedge d\vec{T} \right] \cdot \vec{y} = 8 \left[\int_{\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha}^{\frac{\pi}{2} + \alpha} \int_{y=0}^e R_t \vec{n} \wedge f p t dS \right] \cdot \vec{y}$$

$$M_f = 8fpR_t^2 * 2e.\alpha \text{ et donc au final : } M_f = \frac{8f.R_t.\alpha.N}{\sin \alpha}$$

Application numérique :

$$M_f = 273697 \text{ N.m}$$

- Q7)** Donner la période de temps pendant laquelle le modèle proposé est représentatif de la réalité. Justifier la réponse.

La remontée de la cabine sera limitée sur le système réel par le câble secondaire. Le modèle choisi est donc représentatif de la réalité entre $t=0\text{s}$ et $t=0,7\text{s}$.

- Q8)** Justifier l'accélération constante à -9.81m/s^2 de la courbe d'accélération du contrepoids et expliquer en le justifiant l'influence du contrepoids dans cette phase de freinage. Expliquer quelles conséquences cela peut avoir sur les câbles.

Lorsque la cabine chute, le contre poids remonte. Lors du freinage d'urgence, l'inertie du contrepoids continue de l'entraîner vers le haut et détend le câble porteur. Le contrepoids n'est donc plus soumis qu'à son propre poids dans le champ de pesanteur g . Ceci justifie donc l'accélération de -9.81m/s^2 .

- Q9)** Justifier la pente et le caractère oscillant de la courbe de vitesse de la cabine.

La pente de la courbe de vitesse est globalement positive car le système de freinage accélère la cabine suivant $+\vec{z}$ pour l'arrêter.
Les oscillations de la courbe de vitesse correspondent à la déformation du câble porteur.

- Q10)** En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'expression de l'accélération finale de la cabine et justifier qu'elle soit non nulle.

La réponse à la Q8 incite à ne pas prendre le contrepoids en compte dans l'isolement. En effet, celui-ci n'a aucune incidence sur le comportement de la cabine dès lors que le câble est détendu. On applique donc le TEC à l'ensemble {cabine + câble porteurs + axe moteur} dans son mouvement par rapport au bâti (supposé Galiléen) :

$$\frac{d}{dt} E_c(\Sigma / 0) = P(\text{freinage} \rightarrow \text{axe} / 0) + P(\text{pesanteur} \rightarrow \text{cabine} / 0) + P_{\text{int}}(\text{axe} \leftrightarrow \text{cabine})$$

Après simplification par V_{cab} , on trouve :
$$\left(M_{\text{cab}} + \frac{J_{\text{eq}}}{R_t^2} \right) \dot{V}_{\text{cab}} = \frac{M_f}{R_t} - M_{\text{cab}} g - K_{\text{câble}} \Delta z_{\text{câble}}$$

Or $\Delta z_{\text{câble}} = 0$ à l'équilibre.

On trouve ainsi que l'accélération finale de la cabine est non nulle et vaut :

$$\Gamma_{\text{cab}} = \frac{\frac{M_f}{R_t} - M_{\text{cab}} \cdot g}{M_{\text{cab}} + \frac{J_{\text{eq}}}{R_t^2}} = 26,2 \text{ m.s}^{-2}$$

- Q11)** Justifier l'allure générale de la courbe d'accélération de la cabine et conclure quant aux conséquences pour les passagers.

La courbe d'accélération de la cabine oscille entre +6g et -2g à une fréquence d'environ 2Hz. Elle dépasse donc la limite donnée par le cahier des charges. De plus, son caractère oscillant va donner des mauvaises sensations aux passagers (successions trop rapide d'accélération et de décélération).

Q12) Justifier l'allure de la courbe d'accélération de la cabine lorsqu'elle est proche d'une vitesse nulle.

La courbe d'accélération de la cabine est proche de 0 lorsque la vitesse de la cabine est nulle. Les masses, ressorts et amortisseurs ont été dimensionnés pour faire ressentir une situation proche de l'apesanteur aux passagers pendant un laps de temps très court (environ 0,1s).

Remarque : on ne sait pas ici si l'auteur souhaite une justification technique ou fonctionnelle.

Q13) Justifier les différentes zones d'accélération de la courbe d'accélération du contrepoids. Expliquer quelles conséquences cela peut avoir sur les câbles.

L'accélération du contrepoids oscille autour de -9.81m/s^2 à une fréquence d'environ 1.5Hz. Les câbles vont donc être sollicités en fatigue et risquent de casser plus rapidement (qu'en subissant une sollicitation statique).

Q14) Valider les performances de l'ascenseur au regard des critères du cahier des charges.

L'accélération ressentie par les passagers est trop grande. L'accélération moyenne vaut environ 2g mais elle peut monter en valeur maximale à 6g, ce qui ne peut être supporté par le corps humain (cf figure p3/19 de l'énoncé). Le concepteur doit donc modifier le système pour ne pas faire subir une accélération supérieure à 5g aux passagers.

Q15) Exprimer la fonction technique satisfaite par le ressort amortisseur placé sur le support des poulies inférieures.

Le système ressort amortisseur du bas permet de limiter l'accélération maximale ressentie par les passagers.

Q16) Conclure quant au respect du cahier des charges.

D'après les courbes fournies, on remarque que l'accélération ressentie par les passagers ne dépasse pas 4,2g. On est donc bien en dessous de l'accélération maximale permise (5g).

D'autre part, les accélérations sur la cabine et le contrepoids oscillent beaucoup moins. Les câbles seront donc moins soumis à la fatigue.

C- Validation des critères de performance relatifs à la sensation de chute libre.

Q17) Justifier l'intérêt de placer deux tachymètres sur l'arbre moteur.

L'utilisation d'un tachymètre va permettre de réaliser un asservissement de vitesse en plus de l'asservissement de position.

Le concepteur choisi de mettre 2 tachymètres pour tenir compte aussi de la torsion de l'arbre. En effet, vu les masses et accélération mises en jeu, l'arbre moteur va être sollicité en torsion. Cette torsion risque d'être gênante pour l'asservissement car elle induit un retard entre les déplacements de la cabine et du contrepoids. Elle pourrait rendre le système instable.

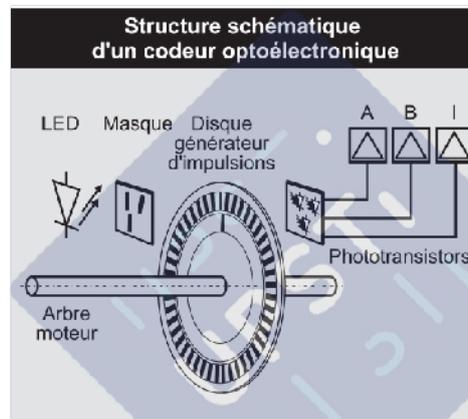
Q18) Expliquer le principe de fonctionnement d'un codeur optoélectronique. Proposer un moyen de connaître le sens de rotation de la poulie.

Un codeur optoélectronique est un capteur angulaire de position. La lumière émise par des diodes électroluminescentes arrive sur des photodiodes chaque fois qu'elle traverse les zones transparentes du disque.

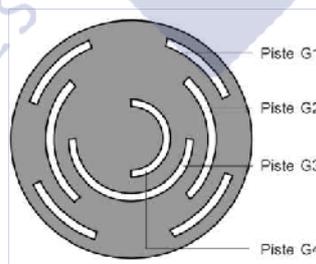
Les photodiodes génèrent alors un signal électrique qui est amplifié et converti en signal carré avant d'être transmis vers une unité de traitement.

Il en existe 2 types :

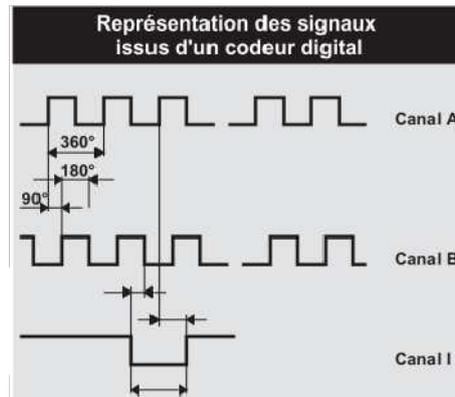
- Codeur incrémental



- Codeur absolu



Pour connaître le sens de rotation sur un codeur incrémental, on dispose 2 phototransistors A et B décalés d'une demi période. On regarde ensuite sur quel signal arrive le premier front montant.



Q19) Calculer l'erreur maximale de mesure de la position de la cabine.

Le codeur délivre 5000 impulsions par tour et la courroie s'enroule sur un diamètre $D_p=50\text{cm}$.

Une impulsion correspond donc à un déplacement de $d_{\min} = \frac{\pi D_p}{5000} = 0.3\text{mm}$

Q20) Calculer le nombre d'octets minimal nécessaire lors de la transmission de l'information par la liaison RS-422.

La cabine peut se déplacer sur 50m. La précision de mesure étant de 0.3mm, on doit pouvoir caractériser $\frac{50}{0.0003} = 166667$ positions différentes. Il faudra donc choisir un codage sur au moins 18 bits ($2^{18} = 262144$).

Q21) Justifier le choix de la bande perforée du TPPI par rapport à un câble ou une courroie classique.

Le choix de l'implantation d'une bande perforée évite d'utiliser une courroie ou un câble supplémentaire qui pourrait aussi se déformer et fausser les mesures.

Q22) Qualifier la fonction technique du capteur de présence.

Le capteur de position utilisé étant incrémental, le capteur de présence permet de déterminer une origine des mesures. Il est nécessaire en fonctionnement normal et durant la phase de montée/descente des passagers. La cabine devra rester exactement à hauteur du sol pour éviter que des passagers ne tombent en montant.

Q23) En écrivant les équations du théorème de la résultante dynamique appliquée à la cabine puis au contrepoids, exprimer la différence $T_A - T_B$ en fonction de g , M_{cab} , M_{cont} et Z_{cab} . Justifier les hypothèses réalisées.

On isole la cabine seule.

Equation de la résultante dynamique projetée sur l'axe \vec{z} :

$$T_A - T_D - M_{\text{cab}}g = M_{\text{cab}}\ddot{z}_{\text{cab}} \quad (1)$$

On isole le contrepoids seul.

Equation de la résultante dynamique projetée sur l'axe \vec{z} :

$$T_B - T_C - M_{cont}g = M_{cont}\ddot{z}_{cont} \quad (2)$$

Les câbles étant inextensibles dans ce modèle, on a : $z_{cab} = -z_{cont} + cte$

Avec en plus l'hypothèse $T_D = T_C$, on obtient :

$$(1) - (2) : \quad T_A - T_B - M_{cab}g + M_{cont}g = (M_{cab} + M_{cont})\ddot{z}_{cab}$$

$$T_A - T_B = (M_{cab} - M_{cont})g + (M_{cab} + M_{cont})\ddot{z}_{cab}$$

L'hypothèse $T_D = T_C$ correspond à négliger les frottements dans les guidages des poulies, ainsi que leur inertie. Cette hypothèse est cohérente car les poulies ont une masse beaucoup plus faible que la cabine et le contrepoids.

L'hypothèse de câbles inextensibles est par contre plus discutable dans le cas d'un arrêt d'urgence (cf parties A et B). Cependant, dans cette partie on suppose que l'accélération ne dépasse pas $1g$. On peut donc supposer que les câbles ne vont pas trop se déformer.

Q24) En appliquant le théorème du moment dynamique à l'axe moteur, exprimer l'équation du mouvement en fonction de $J_{\acute{e}q}, R_t, \ddot{z}_{cab}, M_{cab}, M_{cont}, C_{mot}$ et g

On isole l'axe moteur.

Equation du moment dynamique autour de l'axe (O, \vec{y}) :

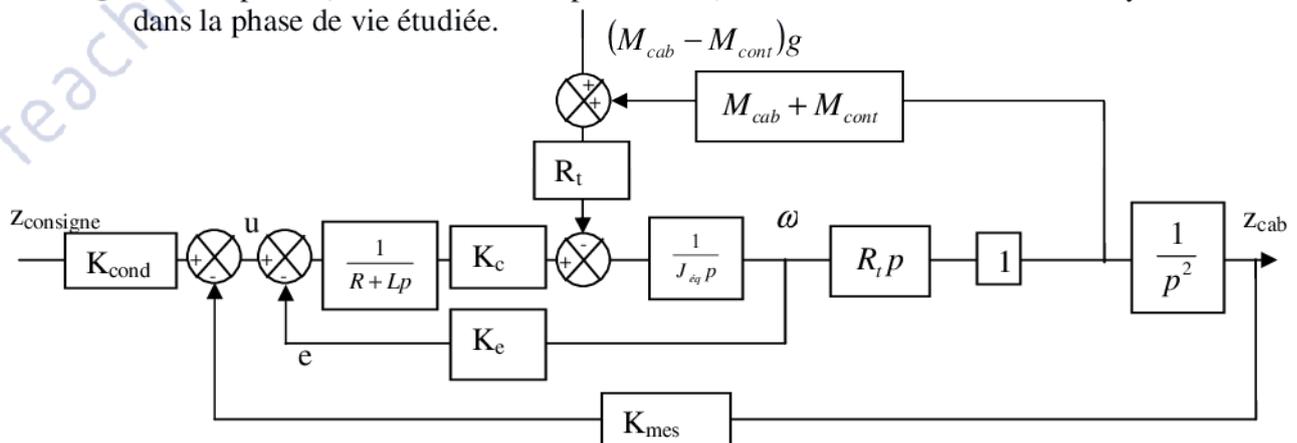
$$C_{mot} - T_A \cdot R_t + T_B \cdot R_t = J_{\acute{e}q} \frac{d\omega}{dt} \quad (3)$$

On utilise l'équation de la question précédente et : $\omega = R_t \dot{z}_{cab}$

$$C_{mot} - R_t((M_{cab} - M_{cont})g + (M_{cab} + M_{cont})\ddot{z}_{cab}) = \frac{J_{\acute{e}q}}{R_t} \ddot{z}_{cab}$$

$$C_{mot} - R_t g (M_{cab} - M_{cont}) = \frac{(J_{\acute{e}q} + (M_{cab} + M_{cont})R_t^2)}{R_t} \ddot{z}_{cab}$$

Q25) Compléter (sur le document réponse DR1) le schéma bloc modélisant le système dans la phase de vie étudiée.



K_{mes} est le gain du capteur incrémental. Le gain du conditionneur d'entrée K_{cond} doit être égal à K_{mes} .

Nota : Le bloc $R_t p$ n'est pas causal. Il aurait été possible de découper la fonction $\frac{1}{J_{\acute{e}q} p}$ en deux ($\frac{1}{J_{\acute{e}q} p}$ pour le retour et $\frac{R_t}{J_{\acute{e}q}}$ pour la chaîne directe) pour être plus proche du système réel.

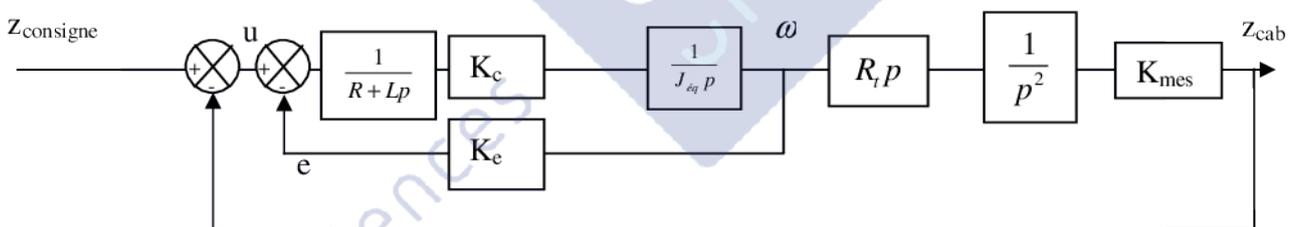
Q26) Donner le nom du composant modélisé par la fonction de transfert égale à 1 du schéma bloc.

La fonction de transfert égale à 1 correspond aux modèles indéformables de l'accouplement en sortie du moteur, de l'arbre et des câbles.

Q27) Justifier la validité de l'étude du système en considérant nulle la seconde entrée du schéma bloc et simplifier le schéma bloc avec seulement deux boucles imbriquées et un retour unitaire.

En annulant l'entrée $(M_{cab} - M_{cont})g$, on se retrouve avec un schéma bloc ayant 2 boucles imbriquées et un retour unitaire sur le retour de la grande boucle (si $K_{mes}=K_{cond}$). L'asservissement fera bien déplacer la cabine de la quantité voulue au final.

Schéma bloc sans l'entrée $(M_{cab} - M_{cont})g$:



Q28) Exprimer les constantes A_1 , B_1 et C_1 en fonction des caractéristiques du système.

Pour le système simplifié, la FTBF s'exprime par :

$$FTBF(p) = \frac{\frac{K_c}{J_{\acute{e}q} p(R+Lp) + K_e K_c} * \frac{R_t K_{mes}}{p}}{1 + \frac{K_c}{J_{\acute{e}q} p(R+Lp) + K_e K_c} * \frac{R_t K_{mes}}{p}} = \frac{K_c R_t K_{mes}}{J_{\acute{e}q} p^2 (R+Lp) + K_e K_c p + K_c R_t K_{mes}}$$

$$FTBF(p) = \frac{1}{\frac{LJ_{\acute{e}q}}{K_c R_t K_{mes}} p^3 + \frac{RJ_{\acute{e}q}}{K_c R_t K_{mes}} p^2 + \frac{K_e K_c}{K_c R_t K_{mes}} p + 1}$$

Par conséquent :

$$A_1 = \frac{K_e K_c}{K_c R_l K_{mes}}$$

$$B_1 = \frac{R J_{\acute{e}q}}{K_c R_l K_{mes}}$$

$$C_1 = \frac{L J_{\acute{e}q}}{K_c R_l K_{mes}}$$

Q29) Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte (notée FTBO(p)) en fonction de A_1 , B_1 et C_1 .

Avec un retour unitaire, on a : $FTBF(p) = \frac{FTBO(p)}{1 + FTBO(p)}$

Donc $FTBO(p) = \frac{FTBF(p)}{1 - FTBF(p)}$

$$FTBO(p) = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + A_1 p + B_1 p^2 + C_1 p^3}}$$

$$FTBO(p) = \frac{1}{A_1 p + B_1 p^2 + C_1 p^3}$$

Q30) En faisant l'hypothèse que $T_D = T_C$ et en appliquant le PFD à la cabine et au contrepoids, écrire l'équation différentielle du mouvement de la cabine en fonction de M_{cab} , M_{cont} , g , k_u , $\Delta z_{c\grave{a}ble}$, $\Delta z'_{c\grave{a}ble}$, h , z_{cab} , z_{cont} , et leurs dérivées.

Les équations (1) et (2) de la question 23 sont toujours valides :

$$T_A - T_D - M_{cab} g = M_{cab} \ddot{z}_{cab} \quad (1)$$

$$T_B - T_C - M_{cont} g = M_{cont} \ddot{z}_{cont} \quad (2)$$

Détermination des efforts dans les câbles :

$$T_A = K_{c\grave{a}ble} \Delta z_{c\grave{a}ble} = -\frac{k_u}{z_{cab}} \Delta z_{c\grave{a}ble} \quad (\text{le signe } - \text{ permet d'avoir } T_A > 0 \text{ quand } z_{cab} < 0)$$

$$T_B = K_{c\grave{a}ble} \Delta z'_{c\grave{a}ble} = -\frac{k_u}{z_{cont}} \Delta z'_{c\grave{a}ble}$$

$$(1) - (2) : \quad T_A - T_B - M_{cab} g + M_{cont} g = M_{cab} \ddot{z}_{cab} - M_{cont} \ddot{z}_{cont}$$

$$-\frac{k_u}{z_{cab}} \Delta z_{c\grave{a}ble} + \frac{k_u}{z_{cont}} \Delta z'_{c\grave{a}ble} - M_{cab} g + M_{cont} g = M_{cab} \ddot{z}_{cab} - M_{cont} \ddot{z}_{cont}$$

Remarque : Il n'y a pas de h dans cette expression... On ne sait pas bien à quoi correspond la longueur L dans le paramétrage. Les origines pour z_{cab} et z_{cont} ne sont pas définies...

Q31) Proposer une méthode permettant d'utiliser cette équation dans un schéma-bloc.

Les efforts de pesanteur doivent être vus comme des perturbations. Ensuite, on calcule les allongements de chaque câble en fonction des positions de la cabine, du contrepoids, et de la position angulaire de l'axe moteur.

De plus, le comportement indéformable des câbles C et D implique la relation : $z_{cab} + z_{cont} = -h$. Il n'y a donc qu'une variable en sortie de ce mécanisme : z_{cab}

Q32) Calculer la raideur globale $K_{câble}$ du câble porteur et justifier l'intérêt d'avoir deux câbles.

2 câbles en parallèle :

$$K_{câble} = 2k_1$$

On utilise 2 câbles en parallèle pour des raisons de sécurité. Si l'un des 2 casse, l'autre peut encore tenir la cabine le temps de la réparation.

Q33) Montrer que l'équation différentielle liant la vitesse d'allongement du câble aux dérivées de la position de la cabine peut s'écrire :

$$\frac{d}{dt} \Delta z_{câble} = \frac{M_{cab}}{K_{câble}} \cdot \frac{d}{dt} \ddot{z}_{cab}$$

L'équation (1) s'écrit maintenant :

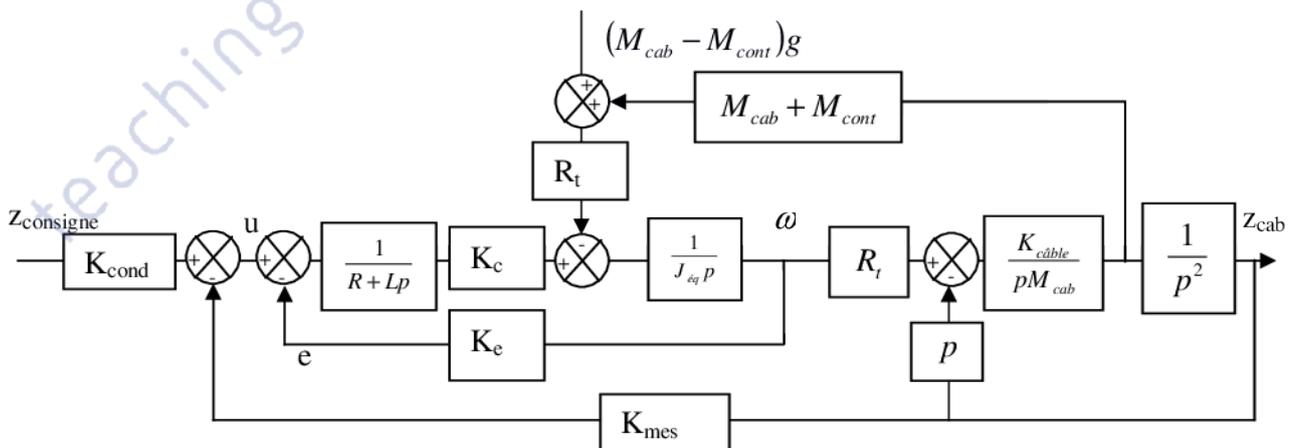
$$M_{cab}g + K_{câble} \Delta z_{câble} - T_D - M_{cab}g = M_{cab} \ddot{z}_{cab}$$

La tension T_D est négligée donc :

$$\Delta z_{câble} = \frac{M_{cab}}{K_{câble}} \ddot{z}_{cab}$$

$$\frac{d}{dt} \Delta z_{câble} = \frac{M_{cab}}{K_{câble}} \frac{d}{dt} \ddot{z}_{cab}$$

Q34) Sur le document réponse DR2, proposer une modification du schéma-bloc pour prendre en compte ce modèle de comportement élastique du câble.



Q35) Déterminer l'ordre et la classe de la fonction de transfert en boucle ouverte de la modélisation du document réponse DR2.

L'équation rajoutée ne modifie pas l'ordre de la FTBO mais rajoute un bouclage. Ainsi, la classe du système passe à 0.

Remarque : Pas de conclusion sur cette partie...

Q36) Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble {poulies, support} et en déduire la tension dans le câble T_C .

On isole l'ensemble {poulies, support}.

Equation de la résultante dynamique projetée sur l'axe \vec{z} :

$$2T_C - K_{amorti} z - f_v \dot{z} - M_{poulies+sup port} g = M_{amorti} \ddot{z} \text{ avec } z \text{ le déplacement du support.}$$

Le câble secondaire étant inextensible, on a :

$$z = \frac{z_{cab} + z_{cont}}{2}$$

En négligeant la masse des poulies et du support, on obtient :

$$2T_C - K_{amorti} \frac{z_{cab} + z_{cont}}{2} - f_v \frac{\dot{z}_{cab} + \dot{z}_{cont}}{2} = M_{amorti} \frac{\ddot{z}_{cab} + \ddot{z}_{cont}}{2}$$

L'hypothèse de l'énoncé « $\Delta z_{c\grave{a}ble}$: allongement élastique du câble porteur » est mal formulée ici. Le système comporte 2 câbles porteurs. On supposera que $\Delta z_{c\grave{a}ble} = -z$ car si les 2 câbles s'allongent de $\Delta z_{c\grave{a}ble}$, le support se déplace de $-z$ (on aurait pu aussi choisir $\Delta z_{c\grave{a}ble} = -2z$ en supposant que seul le câble de gauche s'allonge...)

$$2T_C + K_{amorti} \Delta z_{c\grave{a}ble} + f_v \Delta \dot{z}_{c\grave{a}ble} = M_{amorti} \Delta \ddot{z}_{c\grave{a}ble}$$

Remarque : Le paramétrage est peu clair ici. Les élèves ont la possibilité de l'interpréter de différentes manières ! On ne sait pas où est l'origine de chaque paramètre z_i , on définit un paramètre d'allongement pour 2 câbles...

Q37) En négligeant M_{amorti} , déterminer la fonction $H(p) = \frac{\Delta z_{c\grave{a}ble}}{z_{cab}}$

$$H(p) = \frac{\Delta z_{c\grave{a}ble}}{z_{cab}} = \frac{z}{z_{cab}} = \frac{z_{cab} + z_{cont}}{2z_{cab}}$$

On isole la cabine. Equation de la résultante dynamique suivant l'axe \vec{z} :

$$-T_C + T_A - M_{cab} g = M_{cab} \ddot{z}_{cab}$$

On simplifie en utilisant l'expression donnée pour T_A .

$$-T_C + K_{\text{câble}} \Delta z_{\text{câble}} = M_{\text{cab}} \ddot{z}_{\text{cab}}$$

On élimine T_C :

$$\frac{K_{\text{amort}}}{2} \Delta z_{\text{câble}} + \frac{f_v}{2} \Delta \dot{z}_{\text{câble}} + K_{\text{câble}} \Delta z_{\text{câble}} = M_{\text{cab}} \ddot{z}_{\text{cab}}$$

Au final :

$$H(p) = \frac{\Delta z_{\text{câble}}}{z_{\text{cab}}} = \frac{M_{\text{cab}}}{K_{\text{câble}} + \frac{K_{\text{amort}}}{2} + \frac{f_v}{2} p}$$

Remarque : Toujours pas de conclusion sur cette partie...

Q38) Au regard des 4 figures précédentes, déterminer le type de correcteur utilisé et estimer sa (ses) grandeur(s) caractéristique(s).

Le correcteur utilisé déplace la courbe de la FTBO verticalement sur le diagramme de Black, sans la déformer. C'est un correcteur proportionnel de gain $K \approx 10^{60/20} = 1000$.

Q39) Conclure quant à la satisfaction du cahier des charges par le système corrigé.

Validation du cahier des charges :

Critère	Attendu	Réalisé
Marge de gain	$M_G > 10dB$	$M_G \approx 15dB$
Marge de phase	$M_\varphi > 45^\circ$	$M_\varphi \approx 75^\circ$
Rapidité	$T_{r5\%} < 1s$	$T_{r5\%} \approx 0.6s$

Le cahier des charges est bien respecté.

Q40) Donner trois hypothèses qui limitent fortement le domaine de validité du modèle retenu. Les hiérarchiser de la moins réaliste à la plus représentative du comportement réel du système.

Les hypothèses qui limitent le plus le domaine de validité du modèle sont (dans l'ordre demandé) :

- Câble secondaire inextensible,
- Jeu dans les guidages,
- Arbre moteur rigide (ni torsion, ni flexion).

D-Dimensionnement du câble porteur de la cabine

Q41) Déterminer l'inégalité que doit satisfaire le diamètre D du câble pour respecter le critère de résistance mécanique.

$$\sigma < \sigma_{max} \Rightarrow \frac{4F}{\pi D^2} < \sigma_{max} \Rightarrow D > \sqrt{\frac{4F}{\pi \sigma_{max}}}$$

Q42) Déterminer l'inégalité que doit satisfaire le diamètre D du câble pour respecter le critère de décélération maximum.

$$k < k_{max} \Rightarrow \frac{F}{\Delta z_{cab}} < k_{max} \Rightarrow \frac{\sigma \cdot S}{h \cdot \mathcal{E}} < k_{max} \Rightarrow D < \sqrt{\frac{4 \cdot h \cdot \mathcal{E}}{\pi \cdot E \cdot \mathcal{E}} k_{max}} \Rightarrow D < \sqrt{\frac{4 \cdot h \cdot k_{max}}{\pi \cdot E}}$$

Q43) Proposer une solution technologique qui permette de respecter ces deux critères.

Pour vérifier ces 2 critères, il faut dimensionner 2 variables. On pourrait réaliser le câble en 2 matériaux de modules d'Young différents (le premier d'un diamètre d et le second compris entre les diamètres d et D).

Q44) Critiquer le modèle retenu en remettant en cause l'hypothèse la moins réaliste.

Dans le modèle retenu, on suppose que l'axe moteur se bloque instantanément. Ceci est impossible à cause de l'inertie $J_{\text{éq}}$. Cependant cette hypothèse induit une contrainte plus grande que dans la réalité dans le câble. Nous aurons donc une marge de sécurité vis-à-vis du système réel.