

Proposition de corrigé

Concours : Concours Centrale-Supélec

Année : 2013

Filière : PSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI



Chargement et déchargement des cargos porte-conteneurs

I Performances et architecture des grues

IA - Le rôle des ports dans le transport mondial des marchandises

IB - Architecture d'une grue et performances souhaitées des nouvelles motorisations

Q1. Estimer à 10% près le nombre de jours nécessaires au déchargement par les 13 grues d'un cargo post-panamax de 10 000 conteneurs. Pour cette estimation, le modèle retenu est celui de la figure 3, où D vaut 40 m et h_c 26 m. Une hauteur moyenne des conteneurs sur le navire $h_c/2 = 13$ m et une distance moyenne au quai $D/2 = 20$ m pourront être adoptées. Les transitoires d'accélération et de décélération sont négligés.

Hypothèses retenues :

- Les transitoires d'accélération et de décélération sont négligés. Les différents mouvements s'effectuent à vitesse maxi dans ce cas.
- Les trajectoires sont des segments de droites horizontaux et verticaux
- les hauteurs et distances moyennes sont retenues

Un cycle de déchargement se décompose selon les étapes suivantes en supposant que le spreader est prêt à être verrouillé :

1. Verrouillage du spreader : $t_{verr} = 5s$
2. Levage en charge : $t_{tmp1} = \frac{h/2}{0.75} = 17.3s$
3. Direction: $t_{tm} = \frac{D+D/2}{2.5} = 24s$
4. Descente en charge : $t_{tmp2} = \frac{h}{0.75} = 34.7s$
5. Déverrouillage : $t_{dév} = 5s$
6. Levage à vide: $t_{tmv1} = \frac{h}{1.65} = 15.8s$
7. Direction : $t_{tm} = \frac{D+D/2}{2.5} = 24s$
8. Descente à vide : $t_{tmv2} = \frac{h/2}{1.65} = 7.9s$

Ainsi on en déduit $t_{cycle} = 133.7s$ pour décharger un conteneur avec une grue.

On en déduit le temps total pour décharger 10000 conteneurs avec 13 grue : $t_{tot} = \frac{t_{cycle} \cdot 10000}{13} \approx 102846s = 28.56h$

Comme la grue fonctionne 23h/24h on en déduit que le bateau restera 1.24 jour à quai avec les hypothèses retenues.

II Validation des nouvelles motorisations de la grue

Objectif

Vérifier l'adéquation entre les motorisations proposées par un fournisseur et les performances attendues de la grue.

II.A - Description des chaînes de transmission de puissance de la grue

II.A.1) Mouvement de translation

II.A.2) Mouvement de direction

II.A.3) Mouvement de levage et positionnement du spreader

II.B - Validation des performances des nouvelles motorisations

Q2. Vérifier pour chaque moteur (levage, direction et translation) si les performances du cahier des charges défini par les services techniques de la société portuaire (partie I.B) sont satisfaites et compléter le tableau A du document réponse. La masse de la charge suspendue (conteneur et spreader) ne sera pas prise en compte pour le mouvement de direction. Noter que le moufle conduit à une vitesse du conteneur égale à la moitié de la vitesse du câble.

Afin de vérifier la conformité des performances de chaque moteur il faut vérifier pour chaque moteur les 2 critères suivants :

- La puissance développée
- La vitesse maxi atteinte

Pour cela, on adopte les hypothèses simplificatrices suivantes :

- les rendements sont unitaires ;
- les accélérations et décélérations sont constantes ;
- les inerties des pièces en rotation (rotors, tambours, galets, réducteurs, etc) sont négligées.

1. Vérification du moteur de translation :

- a. En appliquant le théorème de l'énergie-puissance au système $S=\{\text{portique} + \text{pieds} + \text{galets}\}$, on obtient :

$$\Delta E(S/Rg) = 0 = \sum P(\bar{S} \rightarrow S/Rg) + \sum P_{int}(S_i \rightarrow S_j)$$

En supposant les roulements des galets sur le sol sans glissement et en supposant les liaisons parfaites et sans jeu les puissances intérieures sont nulles.

Les actions mécaniques extérieures s'exerçant sur le système S sont :

- Moteur : \vec{C}_{mot}
- Sol : $\vec{T}_t + \vec{N}_t$
- Vent : \vec{F}_v
- Poids : $M_p \vec{g}$

Ainsi on trouve rapidement que la puissance développée par le moteur doit compenser la puissance dissipée par le vent ainsi que la puissance nécessaire au mouvement de l'ensemble (effets dynamiques) d'où la relation suivante :

$$P_{mot} = F_v * V_{tm} + M_p * \gamma_{tm} * V_{tm} = 400.10^3 * 0.75 + 1080 * 0.75 * 0.1 = 381 kW > 16 * 22 = 352 kW$$

La puissance du moteur de translation est alors insuffisante (Malgré les hypothèses simplificatrices réalisées).

- b. Vérification en vitesse :

$$N_{mot} = \frac{2}{d_g} * \frac{1}{r_t} * V_{tm} = \frac{2}{0.8} * 80 * 0.75 = 150 \text{ rad/s} = 1432 \text{ tr/min} < 1500 \text{ tr/min (Cdc)}$$

Vitesse OK

2. Vérification du moteur de direction :

- a. De façon similaire lors de la phase de direction on trouve que le chariot est soumis à :

- Poids : $M_{ch} \vec{g}$
- Effort du câble \vec{T}
- Portique : Liaison glissière supposée parfaite.

En appliquant le PFD au chariot (th de la résultante) on trouve : $T = M_{ch} * \gamma_{dm} = 27.10^3 * 0.6 = 16200 N$

Ainsi on en déduit $P_{mot} = T * V_{dm} = 16200 * 2.5 = 40.5 kW < 56 kW (Cdc)$

Puissance OK

- b. Pour la vitesse on effectue un calcul similaire au précédent :

$$N_{mot} = \frac{2}{d_{ch}} * \frac{1}{r_{ch}} * V_{dm} = \frac{2}{0.54} * 20 * 2.5 = 185.2 \text{ rad/s} = 1769 \text{ tr/min} < 1800 \text{ tr/min (Cdc)}$$

Vitesse OK

3. Vérification du moteur de levage :

- a. Le {conteneur + spreader} est soumis à :

- Poids : $(M_c + M_s) \vec{g}$
- Effort du câble \vec{T}_2

En appliquant le PFD (Th résultante), on trouve :

- en phase de montée : $(M_c + M_s) \cdot (g + \gamma_{lm}) = T_2$
Ainsi on en déduit $P_{mot} = T_2 \cdot V_{dm} = 50 \cdot 10^3 \cdot 10.31 \cdot 0.75 = 386 \text{ kW} < 2 \cdot 210 = 420 \text{ kW}$ (Cdc)
- en phase de descente : $(M_c + M_s) \cdot (g - \gamma_{lm}) = T_2$
Ainsi on en déduit $P_{mot} = T_2 \cdot V_{dm} = 50 \cdot 10^3 \cdot 9.31 \cdot 0.75 = 349 \text{ kW} < 2 \cdot 210 = 420 \text{ kW}$ (Cdc)

Puissance OK

b. Pour la vitesse on effectue un calcul similaire au précédent en considérant que la vitesse sera plus rapide lors de la montée à vide et que la cinématique du moufle implique que la valeur de la vitesse du câble est 2 fois plus grande que celle du conteneur :

- A vide : $N_{mot} = 2 \cdot \frac{2}{d_1} \cdot \frac{1}{r_l} \cdot V_{lm} = 2 \cdot \frac{2}{1.22} \cdot 34 \cdot 1.65 = 183.9 \text{ rad/s} = 1756 \text{ tr/min} < 2000 \text{ tr/min}$ (Cdc)
- En charge : $N_{mot} = 2 \cdot \frac{2}{d_1} \cdot \frac{1}{r_l} \cdot V_{lm} = 2 \cdot \frac{2}{1.22} \cdot 34 \cdot 0.75 = 83.6 \text{ rad/s} = 798 \text{ tr/min} < 2000 \text{ tr/min}$ (Cdc)
- Pour la descente : calcul identique au levage

Vitesse OK

Ainsi pour synthétiser on trouve :

	Valeur de la vitesse moteur nécessaire (tr/min)	Performance du tableau 2 satisfaite (O/N)	Valeur de la puissance moteur nécessaire (kW)	Performance du tableau 2 satisfaite (O/N)
Moteur de translation	1432	O	381	N
Moteur de direction	1769	O	40.5	O
Moteur de levage en montée	1756 à vide	O	386	O
Moteur de levage en descente	1756	O	349	O

III Tenue mécanique du portique et commande du spreader

III.A - Stabilité du portique sur ses appuis

Objectif

Évaluer le risque de basculement lorsque le portique est soumis au vent et lors du levage d'un conteneur.

Q3. Lorsque le chariot est en bout de bec avant (voir figure 3, la distance D vaut 40 m) et que la charge maximale est levée à l'accélération maximale γ_{lm} , déterminer littéralement, dans le cadre d'un problème plan (dans le plan (y, z) de la figure 3), les efforts dans les contacts rails/portique, modélisés par des liaisons sphère-plan en A et B. Donner la condition de non basculement de la grue. Cette condition est-elle vérifiée ?

Soit $S_1 = \{\text{Portique} + \text{Chariot} + \text{Spreader} + \text{Conteneur}\}$ et $S = \{\text{Spreader} + \text{Conteneur}\}$

Bilan des Actions Mécaniques Extérieures :

- Poids ($M_c + M_s$ en G_3 , M_{ch} en G_{ch} et M_p en G_p)
- Action du rail en A ($Z_A \vec{z}$)
- Action du rail en B ($Z_B \vec{z}$)

S'il y a basculement, il aura lieu lors de la levée de la charge maxi (portique et chariot immobiles). On applique le Th du moment dyn. en A selon la direction \vec{x} .

- $\overrightarrow{\delta_A}(S/Rg). \vec{x} = (M_c + M_s) \overrightarrow{AG} \wedge \vec{\gamma}(G \in S_1/Rg). \vec{x}$
 $\overrightarrow{AG} = h_c \vec{z} - D \vec{y}$; $\vec{\gamma}(G \in S_1/Rg) = \gamma_{lm} \vec{z}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{\delta_A}(S/Rg). \vec{x} = -(M_c + M_s) \cdot D \cdot \gamma_{lm}$
- $\overrightarrow{M_A}(poids/Rg). \vec{x} = -[\overrightarrow{AG_3} \wedge (M_c + M_s) \cdot g \cdot \vec{z} + \overrightarrow{AG_{ch}} \wedge M_{ch} \cdot g \cdot \vec{z} + \overrightarrow{AG_p} \wedge M_p \cdot g \cdot \vec{z}] \cdot \vec{x}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{M_A}(poids/Rg). \vec{x} = \left[(M_c + M_s) \cdot D + M_{ch} \cdot D - M_p \cdot \frac{L_y}{2} \right] \cdot g$
- $\overrightarrow{M_A}(Z_A \vec{z}/Rg). \vec{x} = 0$
- $\overrightarrow{M_A}(Z_B \vec{z}/Rg). \vec{x} = \overrightarrow{AB} \wedge Z_B \vec{z}. \vec{x} = l_y \cdot Z_B$

Ainsi on obtient l'équation suivante :

$$-(M_c + M_s) \cdot D \cdot \gamma_{lm} = \left[(M_c + M_s) \cdot D + M_{ch} \cdot D - M_p \cdot \frac{L_y}{2} \right] \cdot g + l_y \cdot Z_B$$

Soit

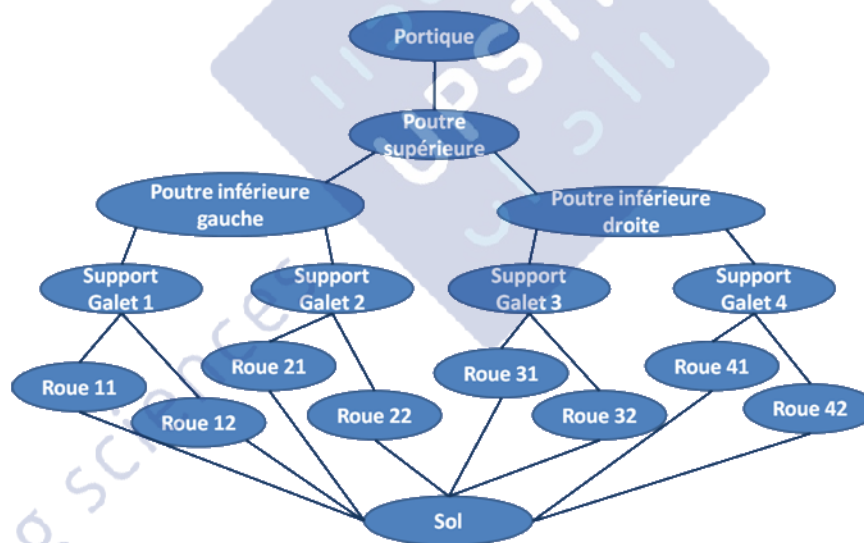
$$Z_B = \frac{M_p \cdot \frac{L_y}{2} \cdot g - (M_c + M_s) \cdot D \cdot (g + \gamma_{lm}) - M_{ch} \cdot D \cdot g}{l_y} = 3216 \text{ kN} > 0$$

Le non basculement de la grue consiste à considérer $Z_B \geq 0$

En se plaçant au cas limite on trouve :

$$\gamma_{lm} = g \left[\frac{-M_{ch} \cdot D + M_p \cdot \frac{L_y}{2}}{(M_c + M_s) \cdot D} - 1 \right] = 24.7 \text{ m/s}^2 \gg 0.5 \text{ m/s}^2$$

Q4. Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle plan d'un seul pied, de la liaison portique/sol donné sur la figure 4. En déduire la répartition de la charge entre les 8 galets.



D'après le graphe de liaisons ci-dessus, toutes les liaisons entre pièces sont des liaisons pivots de direction (Mi, \vec{y}) à part les liaisons entre le sol et les différentes roues qui sont assimilées à des liaisons ponctuelles sans frottement.

Ainsi il y a 15 liaisons pivots et 8 ponctuelles.

En appliquant la formule des mobilités (point de vue statique) dans le plan: $3(p-1) - N_s = m - h \Rightarrow h = 3(p-1) - N_s + m = 3 \cdot 16 - 15 \cdot 2 - 8 - (1 + 1 + 8)$

On note p le nombre de pièces total ; N_s : le nombre d'inconnues statiques (2 pour une pivot et 1 pour une ponctuelle).

Concernant les mobilités, on peut identifier :

- 2 mobilités utiles :
 - translation portique selon \vec{x}
 - rotation portique/poutre supérieure autour de (C, \vec{y})
- 8 mobilités internes : les rotations propres des roues / galet

Ainsi on trouve un système qui est isostatique.

De fait, les charges sont réparties de façon équilibrée.

Q5. À partir de l'étude des mobilités du pied décrit figure 4, proposer une liaison équivalente à la liaison assurée par un pied entre le portique et le rail, dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) de la figure 4, en précisant ses caractéristiques géométriques.

D'après la figure 4, la liaison entre le portique et le rail admet comme DDL les 2 mobilités utiles de la question précédente. Ainsi, dans le plan la liaison équivalente est une liaison ponctuelle de normale (A, \vec{z}) .

Q6. Déterminer littéralement, dans le cadre d'une modélisation dans le plan (\vec{x}, \vec{z}) de la figure 6, les efforts normaux du sol sur la grue transmis par les pieds « gauche » et « droit », lorsque la grue est soumise au vent. (Hypothèses : le mouvement suivant \vec{z} du conteneur ne sera pas considéré ; le chariot et le portique sont immobiles ; la masse des poutres supérieure, inférieure et des supports de galets est négligeable devant M_p .)

Par hypothèse :

- Tous les éléments sont immobiles
- Les masses des poutres supérieure, inférieure et des supports de galets est négligeable devant M_p .
- Le problème est supposé plan (\vec{x}, \vec{z}) .

Ainsi on se place dans le cadre d'une étude de statique :

- **Système isolé :** {portique + poutres inf & sup + supports de galets + galets + chariot + spreader + conteneur}
- **Bilan des Actions Mécaniques Extérieures :**
 - Poids : $M_c + M_s$ en G_3 ; M_{ch} en G_{ch} et M_p en G_p
 - Action du rail en A : ponctuelle de normale (A, \vec{z}) avec frottement $(Z_{fA}\vec{z} - X_{fA}\vec{x})$
 - Action du rail en D : ponctuelle de normale (D, \vec{z}) avec frottement $(Z_{fD}\vec{z} - X_{fD}\vec{x})$
 - Force du vent en K : $\vec{F}_V = \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot V^2 \cdot \vec{x}$
- **Théorème du moment statique en A projeté sur \vec{y} permet de déterminer Z_{fD} :**
 - $-\overline{[AG_3 \wedge (M_c + M_s) \cdot g \cdot \vec{z} + AG_{ch} \wedge M_{ch} \cdot g \cdot \vec{z} + AG_p \wedge M_p \cdot g \cdot \vec{z}]} \cdot \vec{y} + \overline{AK} \wedge \overline{F}_V \cdot \vec{x} + \overline{AD} \wedge (Z_{fD}\vec{z} + X_{fD}\vec{x}) \cdot \vec{y}$
 - $\overline{AD} = -l_x \vec{x}$; $\overline{AG_3} = -\frac{l_x}{2} \vec{x} + ??? \vec{z}$; $\overline{AG_{ch}} = -\frac{l_x}{2} \vec{x} + ??? \vec{z}$; $\overline{AG_p} = -\frac{l_x}{2} \vec{x} + h \vec{z}$; $\overline{AK} = -\frac{l_x}{2} \vec{x} + H \vec{z}$
 - Toutes les dimensions selon \vec{z} n'intervenant pas dans le résultat final, il importe peu que certaines ne soient pas définies. Ainsi nous obtenons l'équation suivante :
 - $-(M_c + M_s + M_{ch} + M_p) \cdot g \cdot \frac{l_x}{2} + H \cdot F_V + l_x \cdot Z_{fD} = 0$
 - On en déduit alors $Z_{fD} = \frac{1}{2} \cdot (M_c + M_s + M_{ch} + M_p) \cdot g - H \cdot \frac{F_V}{l_x}$
- **Théorème de la résultante statique selon \vec{z} :**
 - $Z_{fA} + Z_{fD} - (M_c + M_s + M_{ch} + M_p) \cdot g = 0$
 - Soit : $Z_{fA} = \frac{1}{2} \cdot (M_c + M_s + M_{ch} + M_p) \cdot g + H \cdot \frac{F_V}{l_x}$

Q7. En déduire la valeur (en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$) de la vitesse de vent V_1 pour laquelle la grue bascule. En déduire la valeur (en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$) de la vitesse de vent V_2 pour laquelle la grue glisse, en considérant au contact roue/rail un modèle de frottement sec de coefficient $f = 0,2$. Vérifier si les deux derniers critères de la fonction FS₃ du cahier des charges sont validés, et proposer le cas échéant des solutions techniques.

- Il y a basculement ssi, $Z_{fD} = 0 = \frac{1}{2} \cdot (M_c + M_s + M_{ch} + M_p) \cdot g - H \cdot \frac{F_V}{l_x}$, car d'après le sens du vent le basculement s'effectuera autour de A.

Soit la vitesse du vent minimale causant le basculement :

$$V^2 = \frac{l_x \cdot (M_c + M_s + M_{ch} + M_p) \cdot g}{H \cdot \lambda} \Rightarrow V = 312 \text{ km/h } (> 300 \text{ km/h Cdcf})$$

NB : EN observant l'équation de Z_{fD} on peut remarquer que le cas le plus défavorable est celui sans conteneur. Dans ce cas la vitesse du vent vaudra :

$$V = 307 \text{ km/h } (> 300 \text{ km/h Cdcf})$$

- Pour étudier le glissement on se place à l'équilibre à la limite du glissement : $X_{fA} = f \cdot Z_{fA}$

D'après le Th. De la résultante selon \vec{x} on trouve :

$$-X_{fA} - X_{fD} + F_V = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot V_2^2 - f \cdot (M_c + M_s + M_{ch} + M_p) \cdot g = 0$$

Comme précédemment, on peut remarquer que le cas le plus défavorable est celui sans conteneur. Dans ce cas la vitesse du vent vaudra :

$$V_2^2 = \frac{2}{\lambda} \cdot f \cdot (M_c + M_s + M_{ch} + M_p) \cdot g \text{ soit } V_2 = 266 \text{ km/h } (> 120 \text{ km/h Cdcf})$$

Le cahier des charges n'est pas respecté. Il existe un risque de glissement en cas de vent violent mais pas de basculement. Il faudra donc prévoir un système de blocage des roues.

III.B - Rôle du spreader et fonctionnement des vérins hydrauliques

_____ Objectif _____

Vérifier les possibilités d'orientation du spreader dans les 3 directions et valider les 2 modes de fonctionnement d'un des vérins (libéré ou piloté).

Q8. Indiquer dans le tableau B du document réponse quel mouvement (o, + ou -) imposer à chaque vérin pour assurer les rotations de sens positif du spreader autour des directions \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} .

Par analyse cinématique de la figure 5 et en supposant les câbles inextensibles nous trouvons la configuration suivante de mouvements pour assurer les rotations demandées.

	Vérin 1	Vérin 2	Vérin 3
Rotation autour de \vec{x}	o	o	-
Rotation autour de \vec{y}	+	+	o
Rotation autour de \vec{z}	+	-	o

Q9. Indiquer à quels modes de fonctionnement correspondent les deux cas où la variable de commande V des distributeurs est validée ou pas. Quel est le rôle des composants du cadre a ? Quel est le rôle des composants du cadre b ?

- Si la variable de commande V est validée, alors les 2 chambres du vérin sont alimentées, donc le vérin est :
 - Soit bloqué : pressions identiques à droite et à gauche
 - Soit piloté
- Si la variable de commande V n'est pas validée, alors les 2 chambres du vérin sont reliées au réservoir et donc le vérin est libre.
- Le composant a est une pompe hydraulique double sens entraînée par un moteur qui permet la conversion d'énergie électrique en énergie hydraulique.
- Le composant b est limiteur de pression avec clapet anti-retour pour permettre la sécurité en cas de surpression.

IV Élaboration d'une commande automatisée de déchargement

Un extrait du cahier des charges du système de commande automatisé est décrit ci-dessous :

- **stabilité** : système stable, dépassements de moins de 10% (en réponse à un échelon), marge de gain supérieure à 10 dB et marge de phase supérieure à 50° ;
- **rapidité** : temps de réponse à 5% inférieur à 10 s (en réponse à un échelon) ;
- **précision du positionnement de la charge sur le camion** : 10 cm ;
- **sensibilité aux perturbations** : aucune en régime permanent pour une perturbation due à un vent constant.

IV.A - Asservissement de position du chariot

_____ Objectif _____

Modéliser le procédé et choisir la loi de commande en position du chariot pour assurer les performances nécessaires au positionnement du conteneur.

Q10. Compléter le schéma-bloc de la figure A du document réponse et exprimer littéralement la fonction de transfert $H_m(p) = \frac{Y_{ch}(p)}{U(p)}$ sous forme canonique.

Sous hypothèse de conditions initiales nulles la transformée de Laplace des équations fournies donne :

$$u(t) = R_{ch} \cdot i(t) + L_{ch} \cdot \frac{di(t)}{dt} + e(t) \rightarrow U(p) = R_{ch} \cdot I(p) + L_{ch} \cdot p \cdot I(p) + E(p)$$

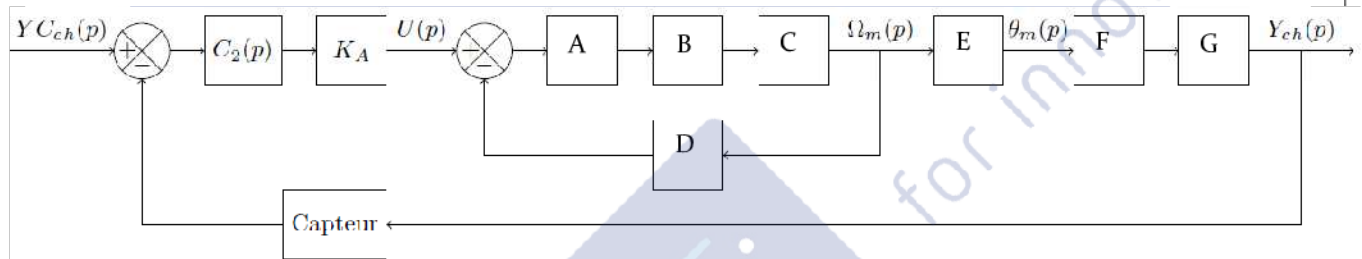
$$J_{eq} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \rightarrow J_{eq} \cdot p \cdot \Omega_m(p) = C_m(p)$$

$$e(t) = K_m \cdot \omega_m(t) \rightarrow E(p) = K_m \cdot \Omega_m(p)$$

$$C_m(t) = K_m \cdot i(t) \rightarrow C_m(p) = K_m \cdot I(p)$$

A cela s'ajoute la relation liée au réducteur : $\theta_r(p) = r_{ch} \cdot \theta_m(p)$ et en écrivant le roulement sans

glissement du câble sur le tambour on a : $Y_{ch}(p) = \frac{d_{ch}}{2} \theta_r(p)$. On obtient alors le schéma bloc suivant :



$$A = \frac{1}{R_{ch} + L_{ch} \cdot p}; B = K_m; C = \frac{1}{J_{eq} \cdot p}; D = K_m; E = \frac{1}{p}; F = r_{ch}; G = \frac{d_{ch}}{2};$$

$$H_m(p) = \frac{d_{ch} \cdot r_{ch}}{2 \cdot p} \cdot \frac{\frac{1}{R_{ch} + L_{ch} \cdot p} \cdot K_m \cdot \frac{1}{J_{eq} \cdot p}}{1 + \frac{1}{R_{ch} + L_{ch} \cdot p} \cdot K_m^2 \cdot \frac{1}{J_{eq} \cdot p}} = \frac{d_{ch} \cdot r_{ch}}{2 \cdot p} \cdot \frac{\frac{1}{K_m}}{1 + \frac{R_{ch} \cdot J_{eq}}{K_m^2} \cdot p + \frac{L_{ch} \cdot J_{eq}}{K_m^2} \cdot p^2}$$

Q11. Déterminer l'expression littérale du moment d'inertie équivalent J_{eq} des éléments mobiles (à l'exception des câbles, de la poulie, du spreader et du conteneur) rapporté à l'arbre moteur de l'ensemble en mouvement.

Un correcteur proportionnel $C_2(p) = K_p$ est adopté, où $K_p = 3$. Le capteur est modélisé par un gain unitaire.

Dans ces conditions, la fonction de transfert $H_{dir}(p) = \frac{Y_{ch}(p)}{Y_{Cch}(p)}$, d'ordre 3, possède les pôles suivants :

$$p_1 = -41 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}, p_2 = -3,4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \text{ et } p_3 = -1,5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \text{ et ne comporte pas de zéros.}$$

Ecriture de l'énergie cinétique de l'ensemble :

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot J_t \cdot \omega_t^2 + \frac{1}{2} \cdot J_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot M_{ch} \cdot V_{ch}^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(J_t \cdot r_{ch}^2 + J_m + M_{ch} \cdot \frac{d_{ch}^2 \cdot r_{ch}^2}{4} \right) \omega_m^2$$

J_{eq}

Q12. L'asservissement du chariot est-il stable ? Est-il précis pour une consigne en échelon ? Présentera-t-il des dépassements pour une entrée en échelon ? Déterminer une expression simplifiée de $H_{dir}(p)$ afin d'en déduire une valeur approximative du temps de réponse à 5% de l'asservissement en position du chariot. Conclure quant à l'objectif de cette partie.

- $H_{dir}(p)$ est la FTBF du chariot avec tous ses pôles à partie réelle négative, le système est alors stable.
- Il y a un intégrateur dans la chaîne directe et aucune perturbation, donc le système sera précis.

- Tous les pôles ont leur partie imaginaire nulle et la FT ne comporte pas de zéro, alors il n'y a pas de dépassements.
- Pour cette question on demandait également l'évaluation du temps de réponse à 5%. Comme la FT est d'ordre 3, nous pourrions être amenés à l'approximer par une FT du 2nd ordre, voire du 1er ordre. Cela nécessite donc de négliger 1 voire 2 pôles devant le 3ème.

Aussi différentes réponses sont possibles pour les candidats :

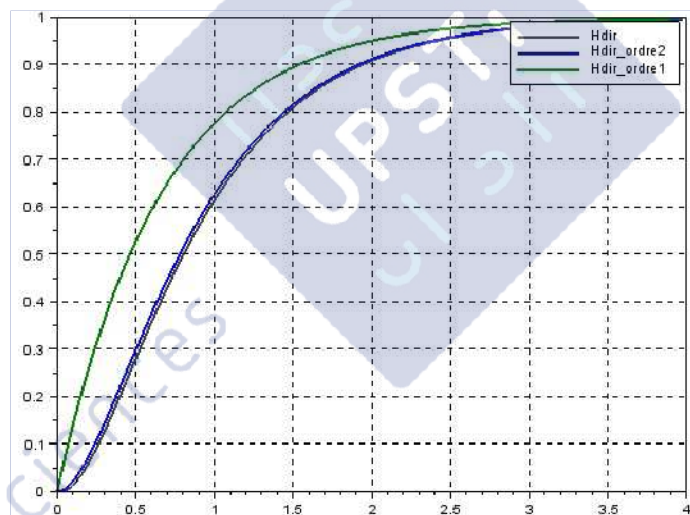
- la FT peut être approximée par un 1er ordre mais il faut remarquer que p_2 n'est pas négligeable devant p_1 . Ainsi p_3 est le pôle à partie réelle négative le plus proche de l'origine. On peut donc négliger l'influence des 2 autres pôles devant p_3 . On en déduit alors $H_{dir}(p) \approx \frac{K}{1-\frac{p}{p_3}} = \frac{K}{1+\frac{p}{1.5}}$. (Analogue à une FT du 1er ordre de constante de temps $1/1.5=0.66s$). On en déduit alors le temps de réponse à 5% pour un système du 1er ordre = $3/1.5 = 2s$ ($< 5s$ Cdcf).

Il s'agit de la solution la + éloignée de la réalité.

- Supposons qu'il s'agisse d'un second ordre avec les pôles p_2 et p_3 sans abaque de temps de réponse, les étudiants peuvent connaître 2 valeurs usuelles de $\omega_0.tr$ pour $z = 0.7$ ($\omega_0.tr=3$) et $z=1$ ($\omega_0.tr=5$). Alors $H_{dir}(p) \approx \frac{K}{(1-\frac{p}{p_3})(1-\frac{p}{p_2})} = \frac{K}{(1+\frac{p}{1.5})(1+\frac{p}{3.4})}$. Dans ce cas $z=1.09 \approx 1$

Si les étudiants connaissent les valeurs particulières alors on obtient un résultat + précis. $\omega_0=2.25$ rad/s $\rightarrow tr = 2.22s$

Ci-dessous voici les réponses indicielles entre le cas réel et les approximations réalisées :



D'après la simulation on remarque clairement que l'approximation à l'ordre 2 est tout à fait satisfaisante.

IV.B - Modélisation dynamique du comportement de la charge

Objectif

Déterminer les équations du mouvement du conteneur de façon à en obtenir un modèle simple pour la synthèse de la commande.

Q13. Déterminer le nombre de degrés de liberté et le nombre d'actionneurs du modèle proposé figure 9. En déduire le nombre de degrés de liberté non motorisés. Expliquer pourquoi il est difficile de poser le conteneur sur un camion avec précision ?

1 ddl pour la translation de 1/0 (motorisé)

1 ddl pour la rotation de 2/1 (non motorisé)

1 ddl pour la rotation de 3/2 (non motorisé)

Il va être difficile avec seulement la commande de la translation de pouvoir gérer les deux mouvements de rotation. Comment prendre en compte un mouvement de balancier ou une mauvaise répartition de la charge du conteneur entraînant des mouvements de rotation ?

Q14. Déterminer littéralement, dans la base B_2 et au point G_3 , la vitesse $\overline{V_{G_3 \in 3/0}}$ puis le torseur dynamique $\{D_{3/0}\}$ de l'ensemble {conteneur + spreader} (3) dans son mouvement par rapport au repère galiléen R_0 .

$$\begin{aligned}\overline{V_{G_3,3/0}} &= \overline{V_{G_3,3/2}} + \overline{V_{G_3,2/0}} \\ \overline{V_{G_3,3/2}} &= \overline{V_{F,3/2}} + \overline{G_3 F} \wedge \overline{\Omega_{3/2}} = \vec{0} + h_3 \cdot \overline{z_3} \wedge \dot{\beta} \cdot \overline{x_0} = h_3 \cdot \dot{\beta} \cdot \overline{y_3} \\ \overline{V_{G_3,2/0}} &= \overline{V_{E,2/0}} + \overline{G_3 E} \wedge \overline{\Omega_{2/0}} = \overline{V_{E,1/0}} + \overline{G_3 E} \wedge \overline{\Omega_{2/0}} = \dot{y}_{ch} \cdot \overline{y_0} + (h_3 \cdot \overline{z_3} + l_2 \cdot \overline{z_2}) \wedge \dot{\theta} \cdot \overline{x_0} = \dot{y}_{ch} \cdot \overline{y_0} + h_3 \cdot \dot{\theta} \cdot \overline{y_3} + l_2 \cdot \dot{\theta} \cdot \overline{y_2} \\ \overline{V_{G_3,3/0}} &= h_3 \cdot (\dot{\theta} + \dot{\beta}) \cdot \overline{y_3} + \dot{y}_{ch} \cdot \overline{y_0} + l_2 \cdot \dot{\theta} \cdot \overline{y_2}\end{aligned}$$

En projection dans la base B_2 :

$$\overline{V_{G_3,3/0}} = (h_3 \cdot (\dot{\theta} + \dot{\beta}) \cdot \cos(\beta) + \dot{y}_{ch} \cdot \cos(\theta) + l_2 \cdot \dot{\theta}) \cdot \overline{y_2} + (h_3 \cdot (\dot{\theta} + \dot{\beta}) \cdot \sin(\beta) - \dot{y}_{ch} \cdot \sin(\theta)) \cdot \overline{z_2}$$

Soit :

$$\overline{\Gamma_{G_3,3/0}} = (h_3 \cdot (\ddot{\theta} + \ddot{\beta}) \cdot \cos(\beta) - h_3 \cdot (\dot{\theta} + \dot{\beta}) \cdot \dot{\beta} \cdot \sin(\beta) + \ddot{y}_{ch} \cdot \cos(\theta) - \dot{y}_{ch} \cdot \sin(\theta) \cdot \dot{\theta} + l_2 \cdot \ddot{\theta}) \cdot \overline{y_2}$$

$$+ (h_3 \cdot (\ddot{\theta} + \ddot{\beta}) \cdot \sin(\beta) + h_3 \cdot (\dot{\theta} + \dot{\beta}) \cdot \dot{\beta} \cdot \cos(\beta) - \ddot{y}_{ch} \cdot \sin(\theta) - \dot{y}_{ch} \cdot \cos(\theta) \cdot \dot{\theta}) \cdot \overline{z_2}$$

$$(h_3 \cdot (\dot{\theta} + \dot{\beta}) \cdot \cos(\beta) + \dot{y}_{ch} \cdot \cos(\theta) + l_2 \cdot \dot{\theta}) \cdot \dot{\theta} \cdot \overline{z_2} - (h_3 \cdot (\dot{\theta} + \dot{\beta}) \cdot \sin(\beta) - \dot{y}_{ch} \cdot \sin(\theta)) \cdot \dot{\theta} \cdot \overline{y_2}$$

$$\overline{\Gamma_{G_3,3/0}} = (h_3 \cdot (\ddot{\theta} + \ddot{\beta}) \cdot \cos(\beta) - h_3 \cdot (\dot{\theta} + \dot{\beta})^2 \cdot \sin(\beta) + \ddot{y}_{ch} \cdot \cos(\theta) + l_2 \cdot \ddot{\theta}) \cdot \overline{y_2}$$

$$+ (h_3 \cdot (\dot{\theta} + \dot{\beta})^2 \cdot \cos(\beta) + l_2 \cdot \dot{\theta}^2 + h_3 \cdot (\ddot{\theta} + \ddot{\beta}) \cdot \sin(\beta) - \ddot{y}_{ch} \cdot \sin(\theta)) \cdot \overline{z_2}$$

$$\overline{\delta_{G_3,3/0}} = \frac{d}{dt} [I_{G_3,3} \cdot \overline{\Omega_{3/0}}]_0 = \frac{d}{dt} [A_3 \cdot (\dot{\theta} + \dot{\beta}) \cdot \overline{x_0}]_0 = A_3 \cdot (\ddot{\theta} + \ddot{\beta}) \cdot \overline{x_0}$$

$$\{D_{3/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} m_3 \cdot \overline{\Gamma_{G_3,3/0}} \\ A_3 \cdot (\ddot{\theta} + \ddot{\beta}) \cdot \overline{x_0} \end{array} \right\}_{G_3}$$

Q15. En précisant l'isolement et le bilan des actions mécaniques extérieures, déterminer l'équation différentielle de résultante en projection sur $\overline{y_2}$, reliant les paramètres $\theta(t)$, $\beta(t)$ et $y_{ch}(t)$, et sans inconnue de liaison.

On isole {3} :

BAME :

$$\{T_{p \rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_3 \cdot \overline{g} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{G_3}$$

-pesanteur :

$$\{T_{cable \rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{array}{l} F_{23} \cdot \overline{z_2} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{G_3}$$

-câble :

Théorème de la résultante dynamique appliqué à {3} en projection sur $\overline{y_2}$:

$$m_3 \cdot (h_3 \cdot (\ddot{\theta} + \ddot{\beta}) \cdot \cos(\beta) - h_3 \cdot (\dot{\theta} + \dot{\beta})^2 \cdot \sin(\beta) + \ddot{y}_{ch} \cdot \cos(\theta) + l_2 \cdot \ddot{\theta}) = -m_3 \cdot g \cdot \sin(\theta)$$

Q16. En supposant que $\theta, \beta, \dot{\theta}$ et $\dot{\beta}$ sont petits, linéariser les équations précédentes.

On linéarise les trois équations précédentes en se limitant à l'ordre 1 :

$$\begin{cases} m_3 \cdot (h_3 \cdot (\ddot{\theta} + \ddot{\beta}) + \ddot{y}_{ch} + l_2 \cdot \ddot{\theta}) = -m_3 \cdot g \cdot \theta \\ 0 = -m_3 \cdot g + F_{23} \\ A_3 (\ddot{\theta} + \ddot{\beta}) = -h_3 \cdot F_{23} \cdot \beta \end{cases}$$

IV.C - Élaboration d'une commande en boucle fermée avec correcteur

———— Objectif ————
 Piloter le mouvement du conteneur à travers une boucle fermée et ajuster le correcteur pour satisfaire les performances du cahier des charges.

Q17. Compléter le bloc vide du schéma-bloc du document réponse figure B. Déterminer l'expression linéarisée de $Y_{mes}(p)$ en fonction de $\theta_{mes}(p)$ et de $Y_{ch-mes}(p)$, puis compléter le schéma-bloc du document réponse figure B pour réaliser la seconde boucle d'asservissement en $Y(p)$.

En faisant l'hypothèse de conditions initiales nulles la transformée de Laplace donne:

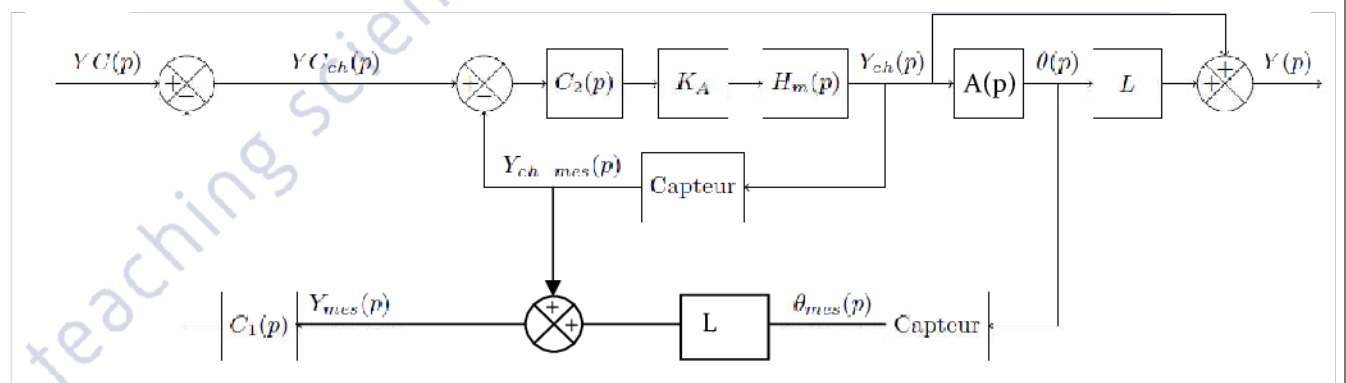
$$\theta(p) \left(p^2 + \frac{g}{L} \right) = -\frac{Y_{ch}(p)}{L} p^2$$

Le bloc vide correspondant à la fonction de transfert $\frac{\theta(p)}{Y_{ch}(p)}$ peut être complété par :

$$A(p) = \frac{\theta(p)}{Y_{ch}(p)} = \frac{-\frac{p^2}{L}}{\left(p^2 + \frac{g}{L} \right)} = \frac{-\frac{p^2}{g}}{p^2 + 1}$$

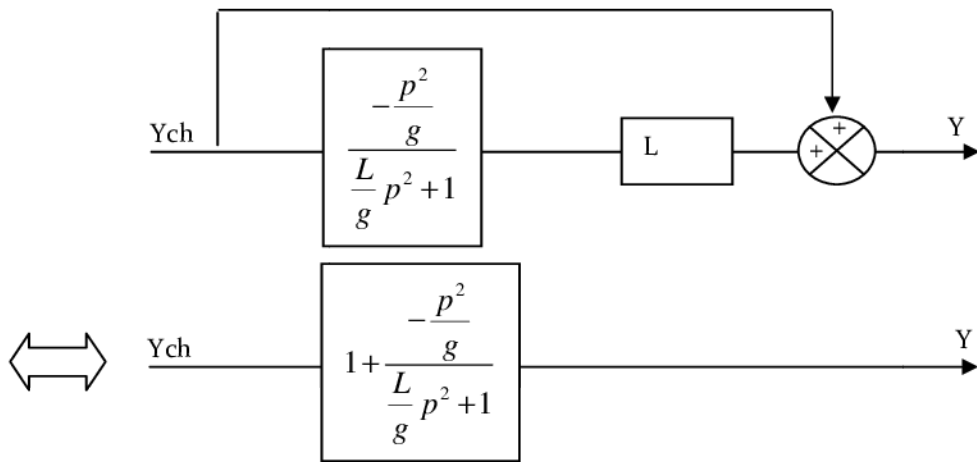
Ymes correspond à la somme de la distance ych (translation) avec la distance liée à la rotation :

$$Y_{mes}(p) = \theta_{mes}(p) \cdot EG_3 + Y_{ch-mes}(p) = \theta_{mes}(p) \cdot L + Y_{ch-mes}(p)$$



Q18. Déterminer la fonction de transfert $H_{processus}(p)$ et en déduire l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée FTBOnc(p) du schéma-bloc de la figure 13. Tracer les diagrammes de Bode (asymptotiques et allure des diagrammes réels) de cette fonction de transfert en précisant les éléments caractéristiques (pentes, pulsations de cassure, gain statique). Le système en boucle fermée, pour $C_1(p) = 1$, est-il stable ? Est-il précis ?

Le schéma comporte deux branches en parallèle, on peut donc déterminer le schéma équivalent ainsi:



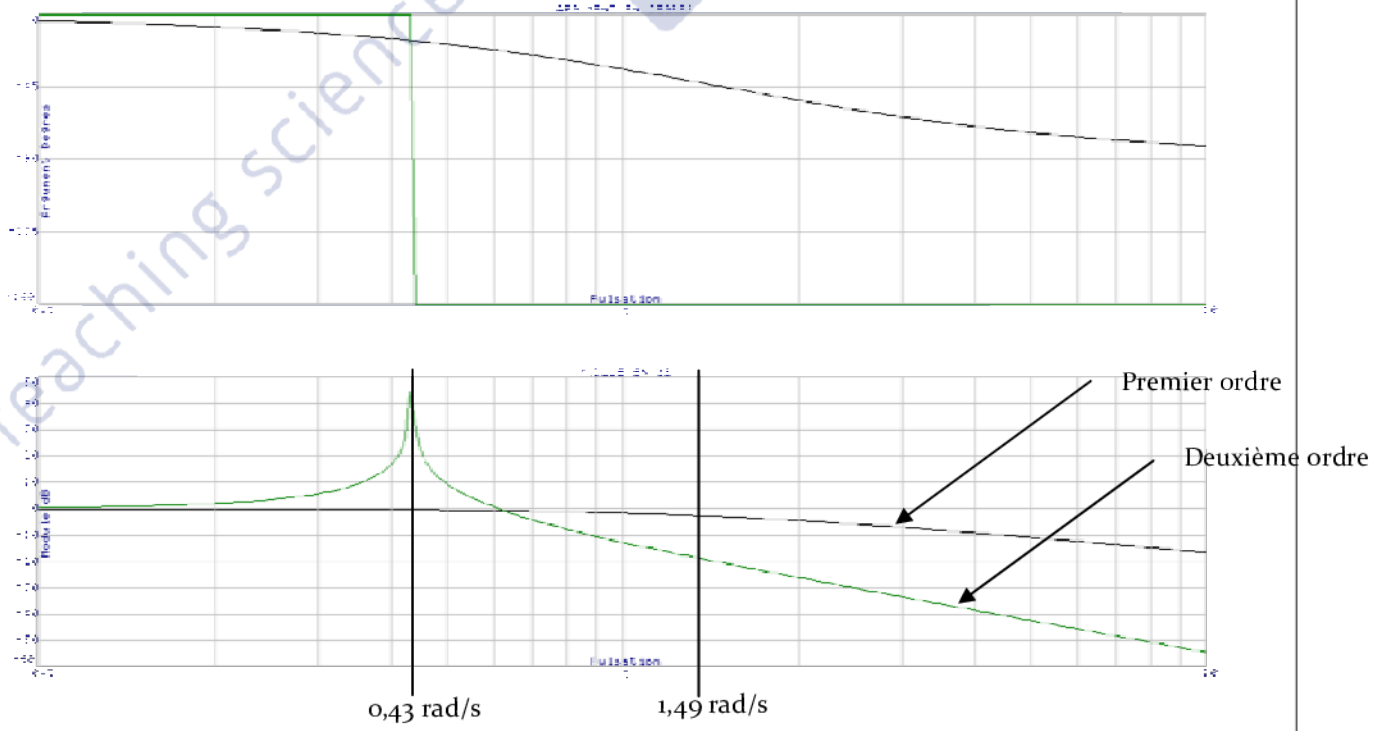
$$H_{processus} = 1 + \frac{-\frac{p^2}{g}}{\frac{L}{g}p^2 + 1} = \frac{1}{\frac{L}{g}p^2 + 1}$$

On peut alors déterminer FTBOnc(p) :

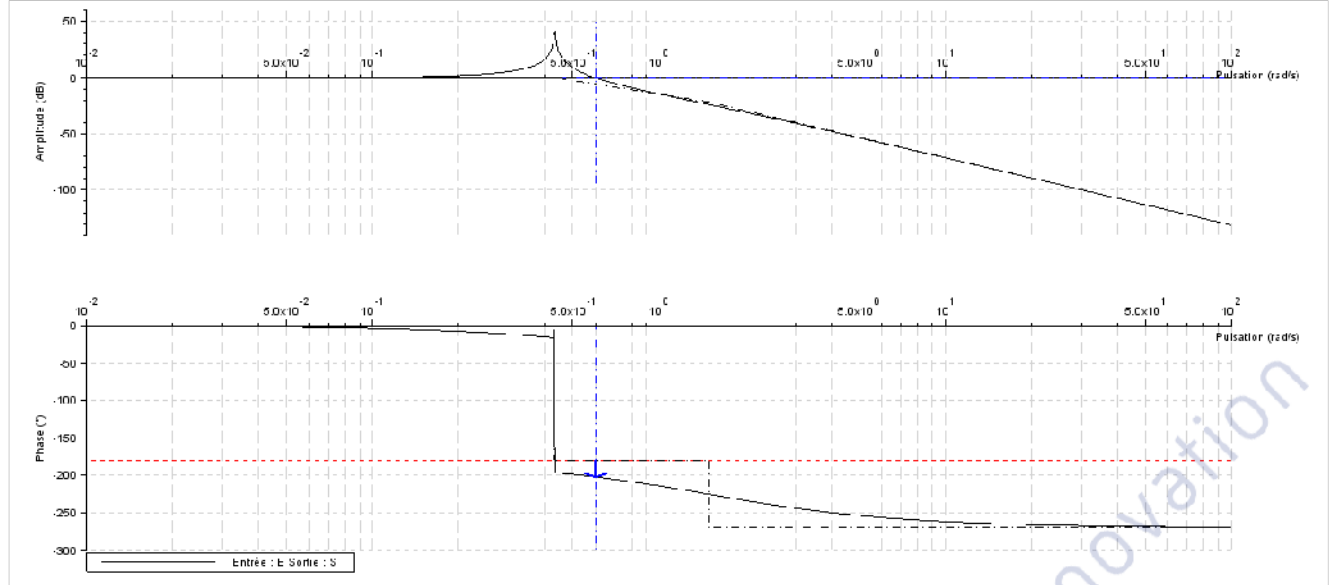
$$FTBOnc = H_{dir} H_{processus} C_1 = \frac{1}{1+Tp} \cdot \left(\frac{1}{\frac{L}{g}p^2 + 1} \right) \cdot 1 = \frac{1}{1+0,67 \cdot p} \cdot \left(\frac{1}{5,35 \cdot p^2 + 1} \right) \cdot 1$$

- Premier ordre avec brisure à $\omega_1 = \frac{1}{0,67} = 1,49 \text{ rad/s}$
- Deuxième ordre avec brisure à $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{5,35}} = 0,43 \text{ rad/s}$. avec z=0, donc avec résonance infinie ET avec saut de phase de -180°

Le tracé de ces deux fonctions séparément donne :



En les sommant :



**Les marges de gain et de phase sont négatives donc le système est instable.
Le système n'étant pas stable, il n'est pas possible de conclure quand à la précision.**

Pour rappel, l'erreur s'écrit $\mu(t) = yc(t) - y(t)$.

Q19. Déterminer la condition que doit vérifier $C_1(p)$ pour que l'erreur en réponse à un échelon en régime permanent soit nulle.

$$\begin{aligned} \mu(p) &= Yc(p) - Y(p) = Yc(p)(1 - FTBF(p)) = Yc(p) \left(1 - \frac{CD(p)}{1 + FTBO(p)} \right) \\ &= Yc(p) \left(1 - \frac{H_{dir}(p) \cdot H_{processus}(p)}{1 + H_{dir}(p) \cdot H_{processus}(p) \cdot C_1(p)} \right) \\ &= Yc(p) \left(1 - \frac{\frac{1}{1+Tp} \cdot \left(\frac{1}{\frac{L}{g} p^2 + 1} \right)}{1 + \frac{1}{1+Tp} \cdot \left(\frac{1}{\frac{L}{g} p^2 + 1} \right) \cdot C_1(p)} \right) \end{aligned}$$

On veut $\lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t) = 0$, et le théorème de la valeur finale donne $\lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \mu(p)$ soit :

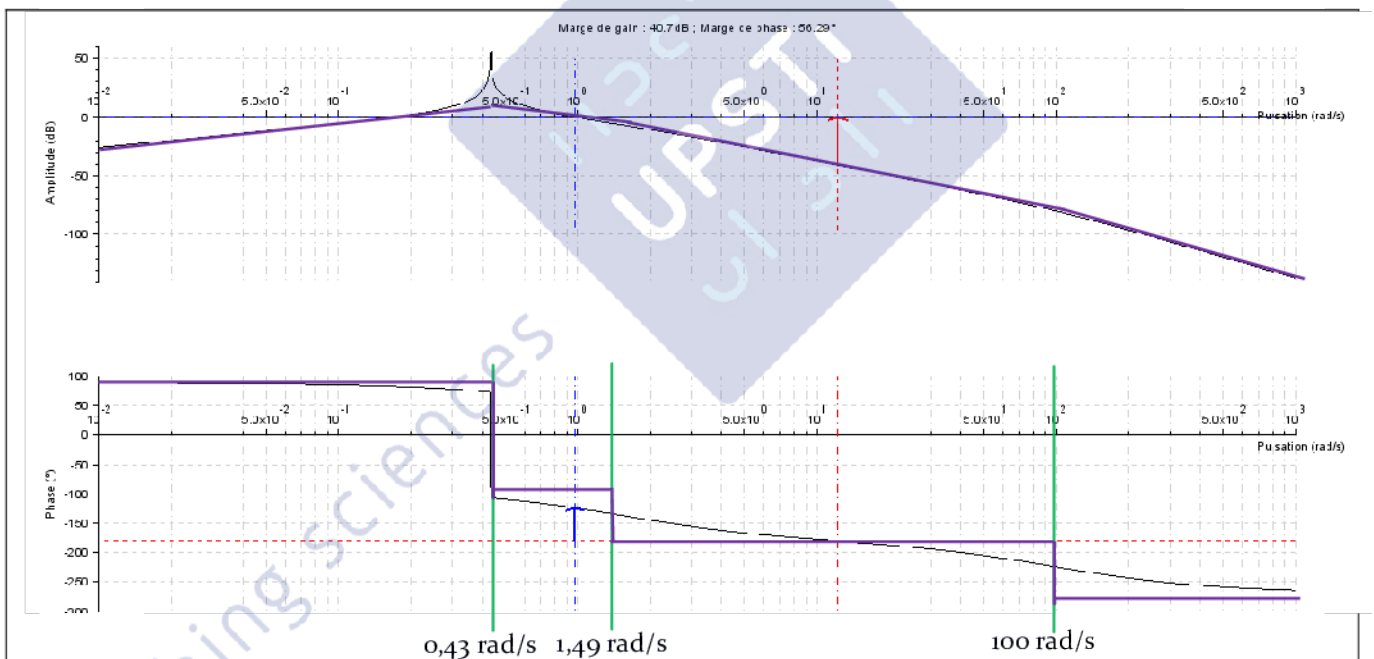
$$\lim_{p \rightarrow 0} p \cdot Yc(p) \left(1 - \frac{\frac{1}{1+Tp} \cdot \left(\frac{1}{\frac{L}{g} p^2 + 1} \right)}{1 + \frac{1}{1+Tp} \cdot \left(\frac{1}{\frac{L}{g} p^2 + 1} \right) \cdot C_1(p)} \right) = 0$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{Y_{c0}}{p} \left(1 - \frac{\frac{1}{1+Tp} \cdot \left(\frac{1}{\frac{L}{g} p^2 + 1} \right)}{1 + \frac{1}{1+Tp} \cdot \left(\frac{1}{\frac{L}{g} p^2 + 1} \right) \cdot C_1(p)} \right) = \lim_{p \rightarrow 0} \left(1 - \frac{1}{1 + C_1(p)} \right) = 0$$

Soit $\lim_{p \rightarrow 0} C_1(p) = 0$

Par la suite, le correcteur $C_1(p) = \frac{5p}{1+p/100}$ est adopté.

Q20. En déduire les diagrammes de Bode asymptotiques et l'allure des diagrammes de Bode réels de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée ($FTBO_c(p)$), ainsi que les marges de phase et de gain. Pour le calcul des marges, la courbe réelle **des gains** pourra être approchée par le tracé asymptotique. Pour ce tracé, une attention particulière devra être apportée à l'emplacement de la courbe par rapport à l'axe 0 dB, en précisant la (ou les) pulsation(s) de coupure à 0 dB.



La pulsation de coupure à 0 dB est de 1 rad/s.

Les marges obtenues sont de 40,7dB et 56,3°.

Le cahier des charges qui impose une marge de gain supérieure à 10 dB et marge de phase supérieure à 50° est donc validé.

NB : les marges peuvent être calculées à partir de la courbe réelle approchée par le tracé asymptotique (négliger la brisure du correcteur et simplifier le 2° ordre non amorti qui est « raide ».....).

Q21. Les courbes de réponses indicielles figure 14 sont obtenues après réglage du correcteur $C_1(p)$, en boucle fermée et en réponse à un échelon de consigne d'amplitude 10 mètres. Conclure vis-à-vis du cahier des charges du système de commande décrit page 6.

- stabilité : système stable, dépassements de moins de 10% (en réponse à un échelon), marge de gain supérieure à 10 dB et marge de phase supérieure à 50° ;	OK
- rapidité : temps de réponse à 5% inférieur à 10 s (en réponse à un échelon) ;	NON environ 15s
- précision du positionnement de la charge sur le camion : 10 cm ;	OK
- sensibilité aux perturbations : aucune en régime permanent pour une perturbation due à un vent constant.	A vérifier mais pas d'intégrateur en amont de perturbations éventuelles.

IV.D - Élaboration d'une commande avec mise en forme de la consigne

_____ Objectif _____
Mettre en forme la consigne de mouvement du chariot pour améliorer la réponse dynamique du conteneur.

$$H_{processus}(p) = \frac{Y(p)}{Y_{ch}(p)} = \frac{g/L}{p^2 + g/L}$$

Q22. Sans shaper, donner l'expression et dessiner en couleur (en précisant la légende) l'allure de la réponse temporelle $y(t)$ à un déplacement y_{ch} du chariot en échelon de 5 m, en précisant les points caractéristiques de la courbe. Le tableau 4 en page 12 propose quelques transformées de Laplace usuelles si nécessaire. À quel instant faut-il déplacer à nouveau le chariot pour stabiliser le conteneur à 10 m ? Tracer en couleur (en précisant la légende) l'allure de la réponse temporelle obtenue.

Tracé de $H_{processus}$ fonction du deuxième ordre non amorti :

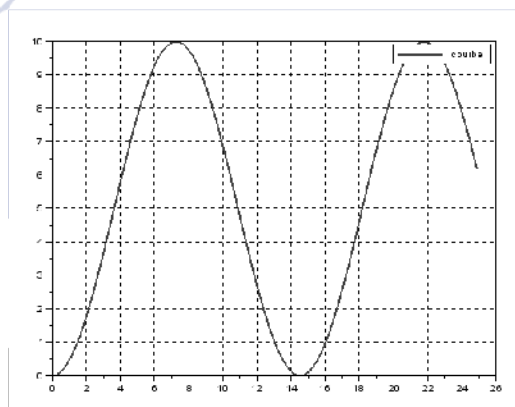
Avec la décomposition en éléments simples en posant K le gain et E_0 la valeur de l'échelon d'entrée on obtient

$$S(p) = \frac{E_0 \cdot K \cdot \omega_0^2}{p(p^2 + \omega_0^2)} = E_0 \cdot K \cdot \left[\frac{1}{p} - \frac{p}{p^2 + \omega_0^2} \right]$$

Soit en utilisant le tableau donné :

$$S(t) = E_0 \cdot K \cdot [1 - \cos(\omega_0 t)] u(t)$$

Avec $K=1$, $E_0=5$ et $\omega_0 = \sqrt{g/L}$, on obtient le tracé suivant :



Pour que le conteneur se stabilise à 10m il faut déplacer le chariot à la fin d'une demi période soit

$$t = \frac{2\pi}{2 \cdot \omega_0} = 7,3s$$

Le shaper retarde la moitié du signal de consigne d'un temps τ (figure 16) : $y_{ch}(t) = \frac{1}{2} (y_c(t) + y_c(t - \tau))$.

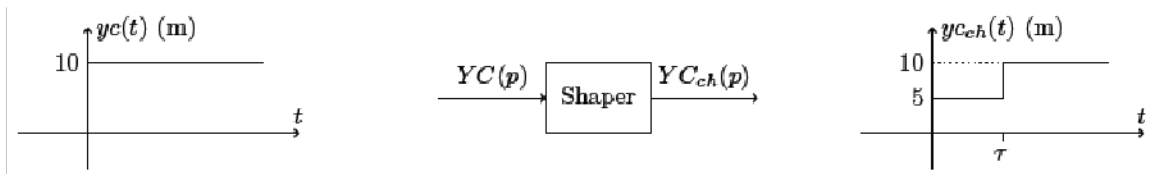
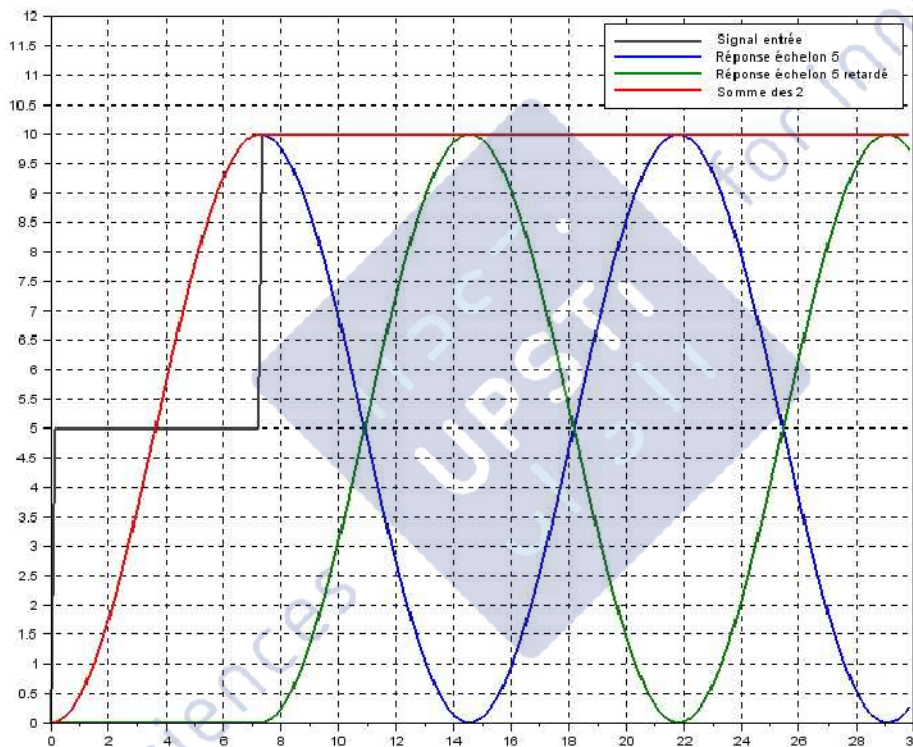


Figure 16 Mise en forme du signal de consigne par le shaper

Q23. Quelle valeur doit prendre τ pour annuler les oscillations de la charge en fin de mouvement ? Dessiner sur le même graphe les allures de $y_C(t)$, $y_{Cch}(t)$, $y_{ch}(t)$ et $y(t)$ en indiquant les éléments caractéristiques.

$$H_{dir} = 1 \text{ donc } y_{Cch}(t) = y_{ch}(t)$$

En prenant $\tau = 7,3s$ on vient superposer les réponses pour un échelon de 5 puis pour un échelon de 5 retardé de 7,3s :



$Y(t)$ en rouge, $y_{Cch}(t) = y_{ch}(t)$ en noir.

Q24. Déterminer la fonction de transfert du shaper $SH(p) = \frac{Y_{Cch}(p)}{Y_c(p)}$. Montrer que le module de cette fonction s'annule pour certaines valeurs de la pulsation ω à déterminer et justifier le tracé de la figure 17.

$$y_{cch}(t) = \frac{1}{2} \cdot (y_c(t) + y_c(t - \tau))$$

En passant dans le domaine de Laplace et en supposant les CI de Heaviside, on applique le th du retard on trouve alors :

$$Y_{Cch}(p) = \frac{1}{2} \cdot (Y_c(p) + e^{-\tau p} \cdot Y_c(p))$$

$$\text{Ainsi on en déduit : } \frac{Y_{Cch}(p)}{Y_c(p)} = \frac{1}{2} \cdot (1 + e^{-\tau p})$$

Par définition du gain on en déduit $G_{dB} = 20 \log \left(\frac{1}{2} \cdot |1 + e^{-j\tau\omega}| \right) = 20 \log \left(\frac{1}{2} \cdot |1 + \cos(-\tau\omega) + j \sin(-\tau\omega)| \right)$
 $\Rightarrow G_{dB} = -20 \log(2) + 20 \log(|1 + \cos(\tau\omega) - j \sin(\tau\omega)|)$

$$\Rightarrow G_{dB} = -20\log(2) + 20\log\left(\sqrt{(1 + \cos(\tau w))^2 + \sin^2(\tau w)}\right)$$

$$\Rightarrow G_{dB} = -20\log(2) + 20\log\left(\sqrt{2 + 2\cos(\tau w)}\right) = -20\log(2) + 20\log\left(\sqrt{4 \cdot \cos^2\left(\frac{\tau w}{2}\right)}\right)$$

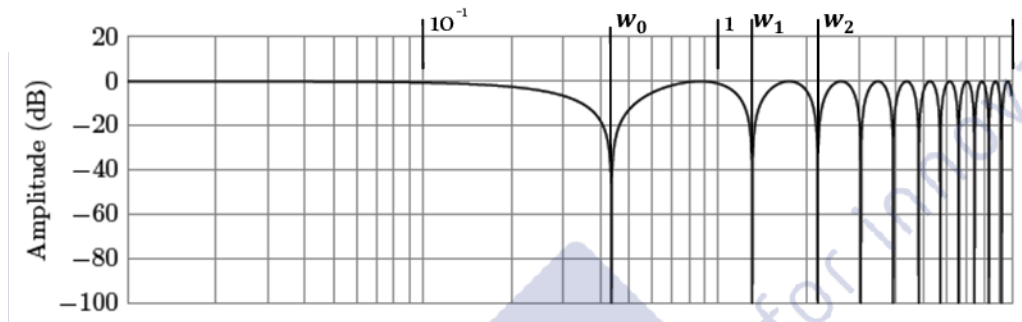
$$\Rightarrow G_{dB} = -20\log\left(\left|\cos\left(\frac{\tau w}{2}\right)\right|\right), \text{ avec } \tau = \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Ainsi le gain s'annulera (Donc $G_{dB} \rightarrow -\infty$) pour les valeurs telles que $\frac{\tau w}{2} = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$ avec $k \in \mathbb{N}$ soit encore :

$$w = (1 + 2k) \cdot \sqrt{\frac{g}{L}} \text{ avec } k \in \mathbb{N}, \text{ on rappelle } L = 52.5 \text{ m}$$

$$\text{AN : } w_0 = 0.43 \text{ rad/s; } w_1 = 1.3 \text{ rad/s; } w_2 = 2.16 \text{ rad/s; } w_3 = 3.03 \text{ rad/s; } \dots$$

D'où l'allure du diagramme ci-dessous :



Q25. Justifier l'allure des diagrammes de Bode réels des fonctions de transfert $Y(p)/Y_C(p)$ avec et sans shaper, donnés figure 18. Au regard de ces tracés fréquentiels, justifier qualitativement les réponses temporelles tracées en question 22.

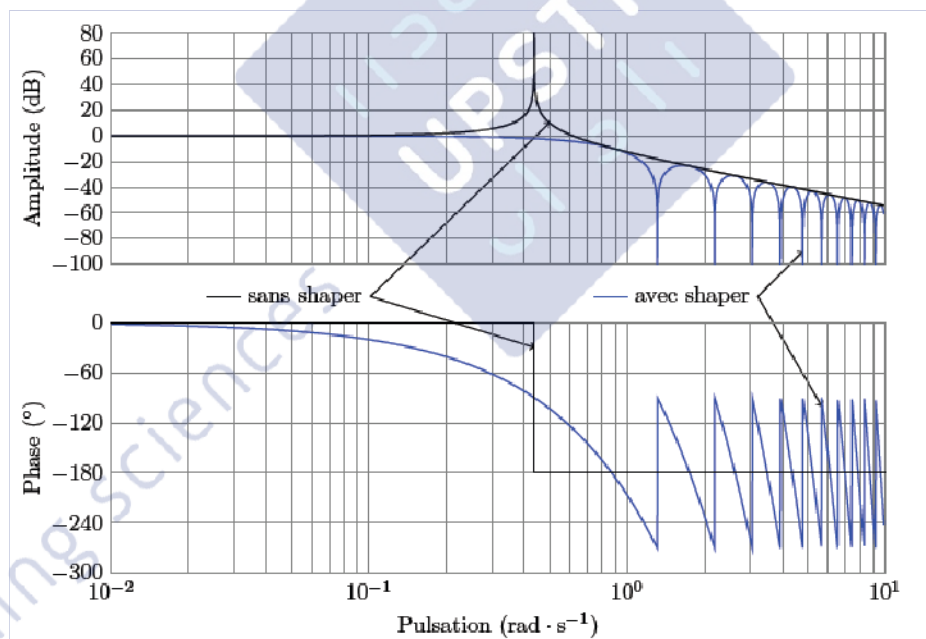


Figure 18 Diagrammes de Bode du processus avec et sans shaper

- On peut remarquer que la pulsation w_0 du shaper vaut $\sqrt{\frac{g}{L}}$ tout comme celle de $H_{\text{processus}}(p)$. Aussi le mode de résonance compense le zéro du shaper d'où la disparition du phénomène de résonance en présence du shaper.
- Ainsi le diagramme de Bode en Gain résulte bien de la superposition des diagrammes du shaper (figure 17) et $H_{\text{processus}}(p)$
- Concernant la phase on observe également les sauts de phase dus au changement de signe de la fonction $\cos\left(\frac{\tau w}{2}\right)$
- Le temps de réponse du schéma bloc en boucle fermée n'est pas assuré pour le Cdc

En pratique, le système est soumis à des perturbations dues au vent, modélisées par une entrée $Y_{\text{pert}}(p)$ (voir figure 19).

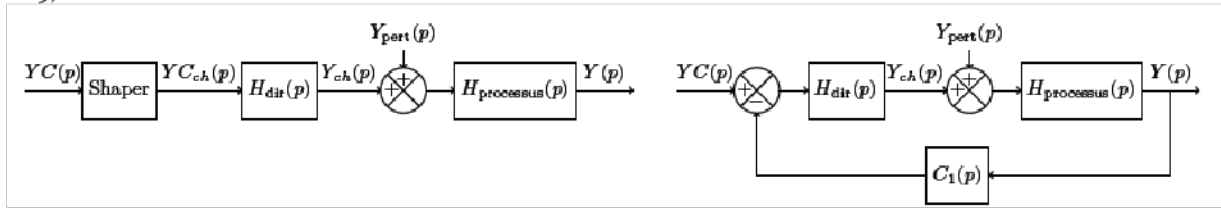


Figure 19 Structures de commande envisagées avec présence d'une perturbation

Q26. Analyser qualitativement la sensibilité des deux lois de commandes à une perturbation en échelon, en considérant les critères de précision et de stabilité (rappel : l'erreur s'écrit $\mu(t) = yc(t) - y(t)$). En déduire une analyse critique des deux solutions de commande au regard des critères du cahier des charges de la page 6.

- Pour le schéma-bloc avec shaper (figure 19 - gauche), la marge de Gain $< 10\text{dB}$ donc le système n'est pas stable et parler de précision n'a pas de sens.
- Pour le schéma-bloc avec correcteur (figure 19 - droite), la stabilité est assurée (voir réponse Q20). Il n'y a pas d'intégrateur en amont de la perturbation donc le critère de sensibilité aux perturbations n'est pas vérifié.
- Le shaper permet d'anticiper le balancement de la charge contrairement au système bouclé et d'avoir une solution + rapide (voir figure 14) cependant il n'est pas considéré comme stable donc la précision n'a pas de sens dans ce cas.

V Conclusion

Q27. Pour chaque critère du cahier des charges dont l'extrait est donné tableau 1, déterminer si le niveau associé a pu être validé au cours de l'étude proposée.

N°	Expression	Critère	Niveau	
FS1	Déplacer les conteneurs du navire vers les camions de transfert	Masse maximale du conteneur	40 tonnes	Oui sans vent, non avec vent Oui sans vent, non avec vent Non étudié
		Altitude des conteneurs sur le navire par rapport au quai	-13 m à 40 m	
		Longueur \times largeur du navire	400 m \times 50 m	
		Précision du positionnement du conteneur	10 cm	
FS2	Assurer la sécurité du contenu du conteneur	Accélération maximale du conteneur (verticale \times horizontale)	1 g \times 0,5 g	Ok Ok Ok - Attention glissement démontré à partir de 272 km/h \rightarrow Danger possible Non respecté (132 sec Q1)
FS3	Fonctionner malgré des conditions météorologiques difficiles	Stabilité du portique	Aucun renversement	
		Plage de vitesse de vent autorisant les activités portuaires de déchargement	0 à 120 km \cdot h $^{-1}$	
		Vitesse maximale du vent mesurée au cours des 100 dernières années	300 km \cdot h $^{-1}$	
FS4	Assurer une cadence de transfert suffisamment rapide	Cadence	2 min par conteneur	

••• FIN •••