

## Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Polytechniques

Année : 2013

Filière : TSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

### A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

### Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : [corrigesconcours@upsti.fr](mailto:corrigesconcours@upsti.fr).

### Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : [www.upsti.fr](http://www.upsti.fr)

L'équipe UPSTI

## ÉLÉMENTS DE CORRECTION

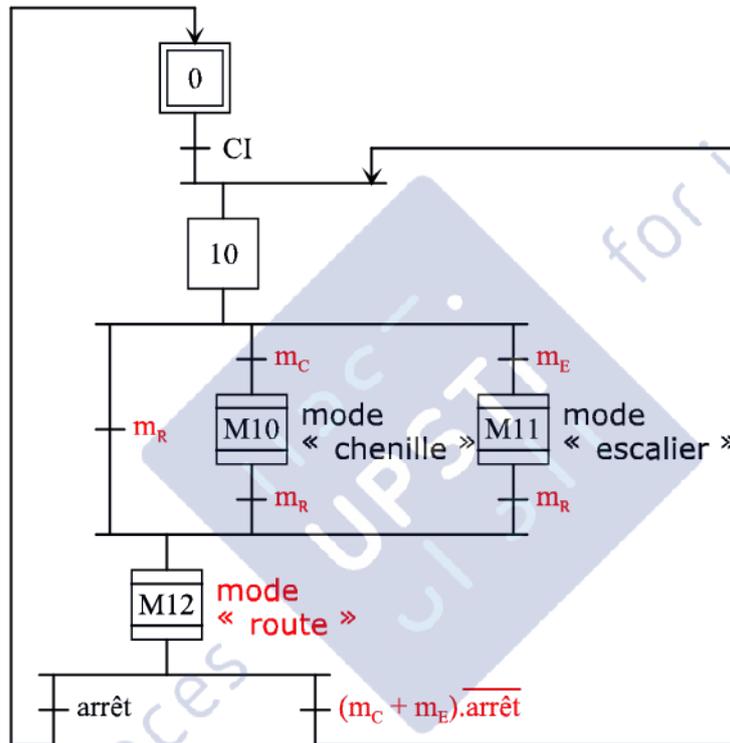
### CONCOURS COMMUN POLYTECHNIQUE TSI 2013

**Question 1**

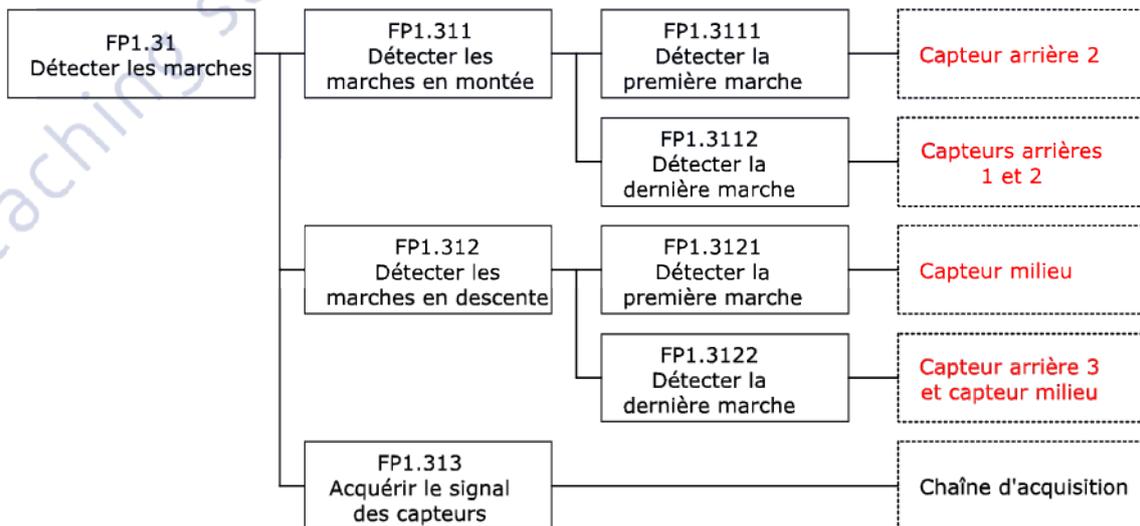
Les 3 principaux modes de fonctionnement sont :

- un mode « route »,
- un mode « chenille »,
- un mode « escalier ».

**Question 2**



**Question 3**



**Question 4**

Caractéristiques du capteur SHARP (référence GP2Y0A21YK0F)

Type de rayon émis	infrarouge
Tension d'alimentation recommandée	$4,5 V \leq V_{CC} \leq 5 V$
Temps maximum ( $T_m$ ) entre deux mesures	$(38,3 + 9,6) ms = 47,9 ms$

On en déduit la fréquence minimale  $f_m = \frac{1}{T_m} = \frac{1}{47,9 \cdot 10^{-3}} = 20,9 Hz$ .

D'après la courbe de la figure 16, la tension maximale en sortie du capteur est d'environ  $2,8 V$ .

**Question 5**

Le signal de sortie est de nature analogique, il faut le convertir en grandeur numérique d'où la nécessité d'un convertisseur analogique/numérique. Le capteur pouvant être alimenté en  $5 V$ , on peut directement le connecter sur une entrée analogique du micro-processeur.

**Question 6**

1.

Distance (cm)	4	9	15	30	65
Tension en sortie du capteur $v_0$ (V)	1	2	2,8	2	1

On constate que la tension de sortie est la même pour deux valeurs différentes de distance.

2. Le domaine d'emploi du capteur est une distance comprise entre  $20 cm$  et  $150 cm$ .

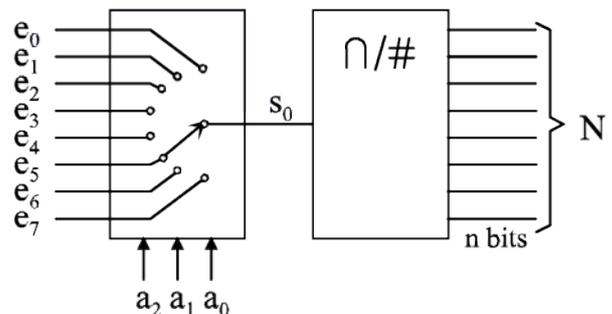
3. Sur la plage de mesure du capteur, la tension de sortie varie entre  $0,4 V$  et  $2,55 V$  lorsque la distance diminue. Si la distance est inférieure à  $20 cm$ , la tension de sortie est supérieure à  $2,55 V$ , il suffit de comparer la grandeur numérique  $N_{v_0}$  correspondant à la tension  $v_0$  à la valeur numérique  $N_{2,55}$  correspondant à  $2,55 V$ . Si  $N_{v_0} > N_{2,55}$ , la distance est inférieure à  $20 cm$ .

4. Le cahier des charges impose une détection d'obstacle dans l'intervalle  $20 cm - 60 cm$ , donc les capteurs conviennent.

**Question 7**

Notion « 8 entrées multiplexées » : le micro-processeur possède un convertisseur CNA dont l'entrée est reliée à un multiplexeur ayant une sortie et 8 entrées.

Notion « résolution 8 ou 10 bits » : cela signifie que la grandeur numérique de sortie du CNA peut être codée sur 8 ou 10 bits.

**Question 8**

1. Calcul du quantum  $q$  :  $q = \frac{(V_{rh} - V_{rl})}{2^n}$  avec  $n$  le nombre de bits du codage.

$$q_{8bits} = \frac{5,12}{2^8} = 0,02 V \quad q_{10bits} = \frac{5,12}{2^{10}} = 0,005 V$$

2. Conversion analogique /numérique :

distance	Signal capteur	8 bits	10 bits
$\approx 150\text{ cm}$	$0,4\text{ V}$	14	1400
$\approx 30\text{ cm}$	$2\text{ V}$	64	6400
$\approx 20\text{ cm}$	$2,55\text{ V}$	<b>7F</b>	<b>7F80</b>

D'après le tableau donné en page 7/16, pour une tension d'entrée égale au quantum  $N = 1$ .

Pour 8 bits,  $N = E\left(\frac{2,55}{0,02}\right) \quad v_0 = 2,55\text{ V} \rightarrow N = 127 = (01111111)_2 = 7Fh$

Pour 10 bits,  $N = E\left(\frac{2,55}{0,005}\right) \quad v_0 = 2,55\text{ V} \rightarrow N = 510 = \%0111111110$

On rajoute les 6 zéros à droite :  $\%011111111000\ 0000 = 7F80h$

3. Calcul de la précision :

La variation moyenne de la tension de sortie est de  $\Delta V_T = (2,4 - 0,4)\text{ V}$  pour une variation de distance de  $150\text{ cm}$  à  $20\text{ cm}$ , soit  $\Delta L_T = 130\text{ cm}$ . On cherche la variation de longueur pour laquelle on obtient une variation égale au quantum en sortie.

Pour 8 bits,  $q = 0,02\text{ V} \Rightarrow \Delta L = \frac{q \cdot \Delta L_T}{\Delta V_T} = \frac{0,02 \times 130}{2} \Rightarrow \Delta L = 1,3\text{ cm}$

Pour 10 bits,  $q = 0,005\text{ V} \Rightarrow \Delta L = \frac{q \cdot \Delta L_T}{\Delta V_T} = \frac{0,005 \times 130}{2} \Rightarrow \Delta L = 0,32\text{ cm}$

La précision attendue devant être inférieure à  $1\text{ cm}$ , le codage sur 10 bits convient mais pas celui sur 8 bits.

Question 9

Bit 7	Bit 6	Bit 5	Bit 4	Bit 3	Bit 2	Bit 1	Bit 0
DJM	DSGN	SCAN	MULT		CC	CB	CA
0	0	1	0	0	0	0	0
Justification des données à gauche	Résultat non signé	Exécute la séquence de conversion en continu	Acquisition uniquement sur le canal sélectionné		Canal d'entrée analogique sélectionné : voie 0		

La configuration actuelle permet de réaliser une mesure sur la voie 0 en continu.

**Question 10**

1. Les adresses d'accès aux registres du CAN sont :

	Adresse	Commentaires
Registre de contrôle 2 (ATDCTL2)	302h	
Registre de contrôle 3 (ATDCTL3)	303h	
Registre de contrôle 4 (ATDCTL4)	304h	
Registre de contrôle 5 (ATDCTL5)	305h	
Registre ATDDR0H	310h	Résultat de la conversion (octet de poids fort)
Registre ATDDR0L	311h	Résultat de la conversion (octet de poids fort)

2. On doit écrire  $\%00100000 = 20h$  dans le registre ATDCTL5  
 $6400h$  correspond à une distance de  $30\text{ cm}$ .

```

1  AvanceAvecDetectionObstacle (néant) : néant ;
2  Variables : valeur_Courante : entier non signé ;
3  valeur_Précédente : entier non signé ;
4  DEBUT
5  | // initialisations des variables.
6  | valeur_Courante <- 0 ;
7  | valeur_Précédente <-0 ;
8  | // configuration de ATDCTL5
9  | écrire_Octet( 305h, 20h) ;
10 | // mise en fonctionnement moteur mode Avance
11 | écrire_Octet( 600h , 01h) ;
12 | // lecture de la donnée du convertisseur
13 | valeur_Courante <- lire_2_Octets( 310h ) ;
14 | //début de la détection
15 | Tant que ((valeur_Courante < 6400h) ET valeur_Courante > valeur_Précédente))
16 | faire
17 | Début
18 | | // affectation de la valeur précédente ;
19 | | valeur_Précédente <- valeur_Courante ;
20 | | //temporisation entre 2 lectures
21 | | temporisation(50ms) ;
22 | | // lecture de la donnée du convertisseur
23 | | valeur_Courante <- lire_2_Octets( 310h ) ;
24 | Fin (du tant que)
25 | // mise en fonctionnement moteur mode ARRET
26 | écrire_Octet( 600h , 00h) ;
27 | FIN (du programme)

```

**Question 11**

Le système est capable de détecter une marche avec la précision demandée et de commander le moteur.

**Question 12**

1. Inventaire des actions mécaniques extérieures appliquées sur l'ensemble {fauteuil roulant + passager} :

- action du sol sur la roue arrière au point  $I$  :  $\{A_{0 \rightarrow 9}\} = \begin{Bmatrix} N_I \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_I$
- action du sol sur la chenille au point  $K$  :  $\{A_{0 \rightarrow c}\} = \begin{Bmatrix} N_K \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_K$
- action de la pesanteur sur le châssis au point  $G$  :  $\{A_{pes \rightarrow l}\} = \begin{Bmatrix} -m_C \cdot \vec{g} \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$
- action de la pesanteur sur {siège + utilisateur} au point  $U$  :  $\{A_{pes \rightarrow 7+u}\} = \begin{Bmatrix} -M_u \cdot \vec{g} \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_U$

2. Théorème du moment statique appliqué à l'ensemble {fauteuil roulant + passager} au point  $I$  en projection sur  $\vec{z}_0$  :

$$-(x_U - x_I) \cdot M_U \cdot g - (x_G - x_I) \cdot m_C \cdot g + (x_K - x_I) \cdot N_K = 0$$

$$N_K = \frac{1}{x_K - x_I} [(x_U - x_I) \cdot M_U \cdot g + (x_G - x_I) \cdot m_C \cdot g]$$

Théorème du moment statique appliqué à l'ensemble {fauteuil roulant + passager} au point  $K$  en projection sur  $\vec{z}_0$  :

$$-(x_K - x_I) \cdot N_I + (x_K - x_U) \cdot M_U \cdot g + (x_K - x_G) \cdot m_C \cdot g = 0$$

$$N_I = \frac{1}{x_K - x_I} [(x_K - x_U) \cdot M_U \cdot g + (x_K - x_G) \cdot m_C \cdot g]$$

3. Applications numériques : cas extrême (c) :  $N_K = 921,1 \text{ N}$   $N_I = 1580,4 \text{ N}$

cas extrême (e) :  $N_K = 483,5 \text{ N}$   $N_I = 2018,1 \text{ N}$

**Question 13**

1. On suppose que  $F_r$  représente l'effort dans le vérin arrière et  $F_v$  l'effort dans le vérin avant.

Evolution de  $F_v$  :

- de 0 à 4,5 s : basculement du train avant : le vérin avant doit être alimenté ( $F_v > 0$ ). L'effort du sol sur la roue avant  $N_f$  augmente et la cinématique évolue donc  $F_v$  croît.
- à 4,5 s : position limite (c) : le vérin avant cesse d'être alimenté ( $F_v = 0$ ).

Evolution de  $F_r$  :

- de 0 à 4,5 s : le basculement du train avant implique un déplacement du châssis (1) et donc du siège (7). Le vérin arrière doit être alimenté ( $F_r > 0$ ) afin de maintenir l'horizontalité du siège (7). L'effort sur la roue arrière  $N_f$  diminue durant cette phase, ce qui justifie la diminution de  $F_r$ .
- de 4,5 s à 5 s :  $F_r$  suit l'évolution de  $N_f$ .
- à 5 s à 8,5 s : basculement du train arrière : le vérin arrière continue d'être alimenté ( $F_r > 0$ ). L'effort du sol sur la roue arrière  $N_f$  augmente et la cinématique évolue donc  $F_r$  croît de manière importante.
- à 8,5 s : position limite (e) : le vérin arrière cesse d'être alimenté ( $F_r = 0$ ).

Valeurs limites de  $F_r$  durant la phase d'escamotage du train arrière :  $F_{rmin} = 1750 N$  et  $F_{rmax} = 7750 N$ .

2. L'annexe A-9.1 indique une force de poussée nominale de  $8000 N$  pour le vérin choisi. Le choix fait par le constructeur est donc validé ( $F_{rmax} < 8000 N$ ).

#### Question 14

1. Identification des liaisons :

L1<sub>a</sub> : rotule de centre  $F_1$

L1<sub>b</sub> : linéaire annulaire de centre  $F_2$  d'axe  $(F_2, \vec{z}_1)$

L2 : pivot d'axe  $(D, \vec{z}_1)$

L3 : pivot d'axe  $(D_1, \vec{x}_7)$

L5 : pivot d'axe  $(P, \vec{z}_1)$

2. Nombre cyclomatique :  $\mu = L - P + 1 = 12 - 8 + 1 = 5$

#### Question 15

1. Degré de mobilité :  $m = 1$

2. Degré d'hyperstaticité :  $h = 6 \cdot \mu + m - I_c = 6 \cdot 5 + 1 - 22 = 9$  : le mécanisme est hyperstatique de degré 9.

3. Le concepteur a fait le choix d'une structure hyperstatique car les efforts à transmettre sont importants, une structure hyperstatique étant plus rigide qu'une structure isostatique (mais également plus onéreuse).

#### Question 16

Autres solutions technologiques pour réaliser la liaison entre le levier et l'arbre :

- cannelures ou dentelures avec deux anneaux élastiques
- manchon de blocage / frette d'assemblage
- goupille radiale
- par pincement élastique.

DR 7 Liaison arbre / bielle

page : 5 / 7

↓

A-A ( 0,5 : 1 )

C

Zone à compléter

G ↓ C-C ( 0,5 : 1 )

Zone à compléter

Section B-B arbre seul  
échelle 0,5 : 1

21

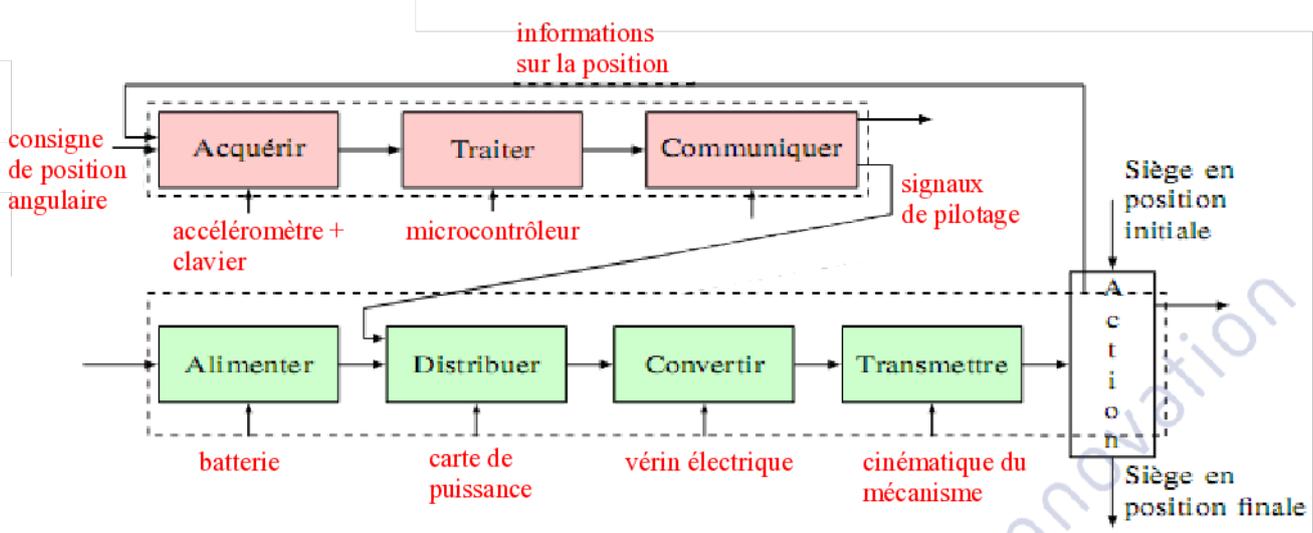
Vue G arbre moteur seul échelle 1

40

∅ 25

Conçu par	Vérifié par	Approuvé par	Date	Date	
R P					
Document réponse à compléter		Mécanisme d'escamotage avant			
		topchair3d-1	Modification	Feuille	

**Question 18**



**Question 19**

1. Les résistances (R93 et R94) servent à fixer l'état logique à 0 en entrée des circuits logiques lorsque les signaux de pilotage sont en haute impédance ("en l'air").
2. Table de vérité du pilotage moteur :

Incliner siège	Redresser siège	$v_1$	$v_2$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
z	z	0	0

Équations logiques des sorties :

$$v_1 = \text{« Incliner siège »} \cdot \text{« Redresser siège »}$$

$$v_2 = \text{« Incliner siège »} \cdot \text{« Redresser siège »}$$

3. Cette structure réalise un verrouillage évitant ainsi d'avoir tout mouvement lorsque l'on désire obtenir l'inclinaison et le redressement du siège en même temps.

**Question 20**

Pont en H (hacheur 4 quadrants).

**Question 21**

Pour obtenir  $u_{moteur} > 0$ , il faut commander les interrupteurs K8 et K9.

Pour obtenir  $u_{moteur} < 0$ , il faut commander les interrupteurs K7 et K10.

**Question 22**

Les résistances R9, R10 et le transistor Q3 permettent de réaliser une fonction NON. De même pour les résistances R12, R13 et le transistor Q4.



T7 et T8 : Transistor MOSFET à canal N      T9 et T10 : Transistor MOSFET à canal P

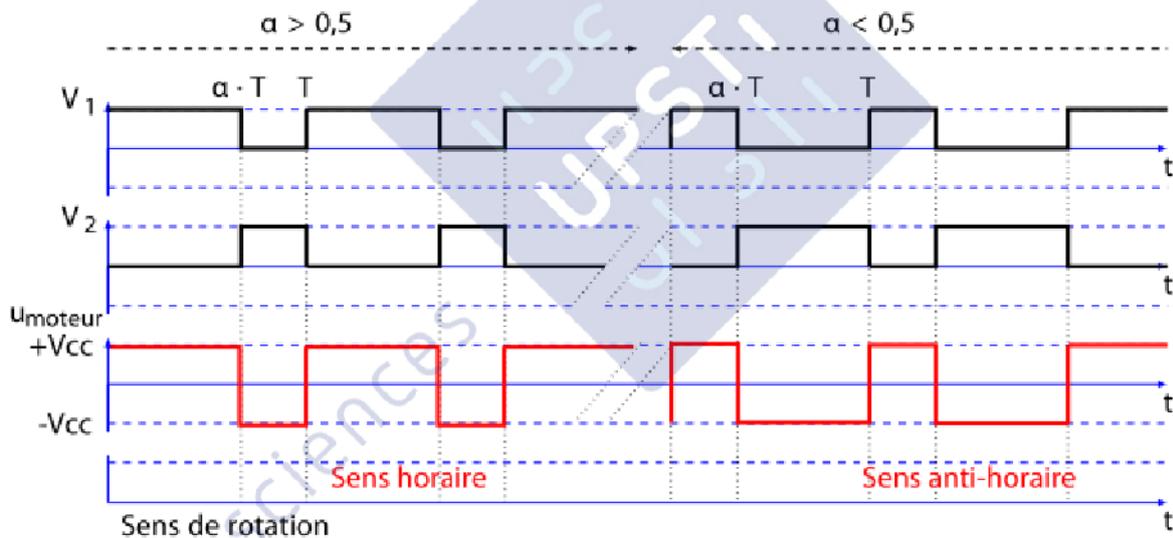
Les transistors T7 et T8 sont passants quand leur tension  $v_{GS} > 0$  et bloqués quand  $v_{GS} = 0$ .

Les transistors T9 et T10 sont passants quand leur tension  $v_{GS} = 0$  et bloqués quand  $v_{GS} > 0$ .

$v_1$	$v_2$	Signe tension moteur
1	0	$u_{moteur} > 0$
0	1	$u_{moteur} < 0$

**Question 23**

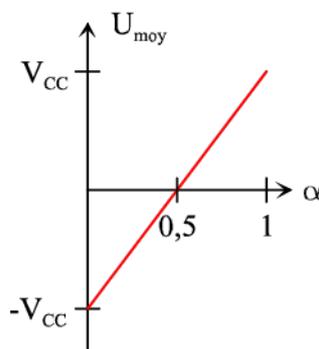
1. Chronogrammes de la tension aux bornes du moteur :



2. Calcul de  $\langle u_{moteur} \rangle$  :

En utilisant la méthode des aires :  $U_{moy} = \frac{\alpha T V_{CC} - (1-\alpha)V_{CC}}{T}$        $U_{moy} = (2\alpha - 1)V_{CC}$

3. Allure de  $U_{moy}$  :



**Question 24**

Commande MLI (PWM). La fonction « distribuer » est capable d'obtenir une vitesse variable dans les deux sens du siège.

**Question 25**

$$\{V_{10/0}\} = \left\{ \overline{\Omega(10/0)} \quad \overline{V(U \in 10/0)} \right\}$$

$$\{V_{10/0}\} = \left\{ \frac{d\theta}{dt} \cdot \overline{z_0} \quad -R_u \cdot \frac{d\theta}{dt} \cdot \overline{x_{10}} \right\}$$

$$\{V_{10/0}\} = \left\{ \frac{r \cdot P_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \omega_m \cdot \overline{z_0} \quad -R_u \cdot \frac{r \cdot P_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \omega_m \cdot \overline{x_{10}} \right\}$$

**Question 26**

Sachant que toutes les masses et inerties sont négligées devant  $M_u$  et  $J_u$ , l'énergie cinétique de

l'ensemble S s'écrit :  $Ec(S/R_g) = \frac{1}{2} \cdot J_u \cdot \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \cdot J_u \cdot \left( \frac{r \cdot P_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \omega_m \right)^2$ .

$$Ec(S/R_g) = \frac{1}{2} \cdot J_u \cdot \frac{r^2 \cdot P_a^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot b^2} \cdot \omega_m^2 = \frac{1}{2} \cdot J_e \cdot \omega_m^2$$

**Question 27**

1. Puissance développée par le moteur sur le système S :  $P_m = c_m \cdot \omega_m$ .

2. Puissance due au poids de l'ensemble  $E = \{\text{siège} + \text{passager}\}$  :

$$P(\text{pes} \rightarrow E, 0) = (-M_u \cdot g \cdot \overline{y_0}) \cdot \overline{V(U \in 10/0)} = (-M_u \cdot g \cdot \overline{y_0}) \cdot (-R_u \cdot \dot{\theta} \cdot \overline{x_{10}})$$

$$\text{Donc : } P(\text{pes} \rightarrow E, 0) = M_u \cdot g \cdot R_u \cdot \dot{\theta} \cdot \sin \gamma.$$

3. Puissance des efforts extérieurs au système S :

Les liaisons étant supposées parfaites, il n'y a pas de puissance développée aux liaisons en V et B.

$$\text{Donc : } P(\text{ext} \rightarrow S, 0) = c_m \cdot \omega_m + M_u \cdot g \cdot R_u \cdot \dot{\theta} \cdot \sin \gamma.$$

$$P(\text{ext} \rightarrow S, 0) = \left( c_m + M_u \cdot g \cdot R_u \cdot \frac{r \cdot P_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \sin \gamma \right) \cdot \omega_m$$

**Question 28**

Théorème de l'énergie cinétique appliqué au système S :  $\frac{dEc(S/R_g)}{dt} = P(\text{ext} \rightarrow S, 0) + P(\text{int})$ .

Or les liaisons sont supposées parfaites donc les puissances intérieures sont nulles.

$$\text{D'où : } J_e \cdot \omega_m \cdot \dot{\omega}_m = \left( c_m + M_u \cdot g \cdot R_u \cdot \frac{r \cdot P_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \sin \gamma \right) \cdot \omega_m.$$

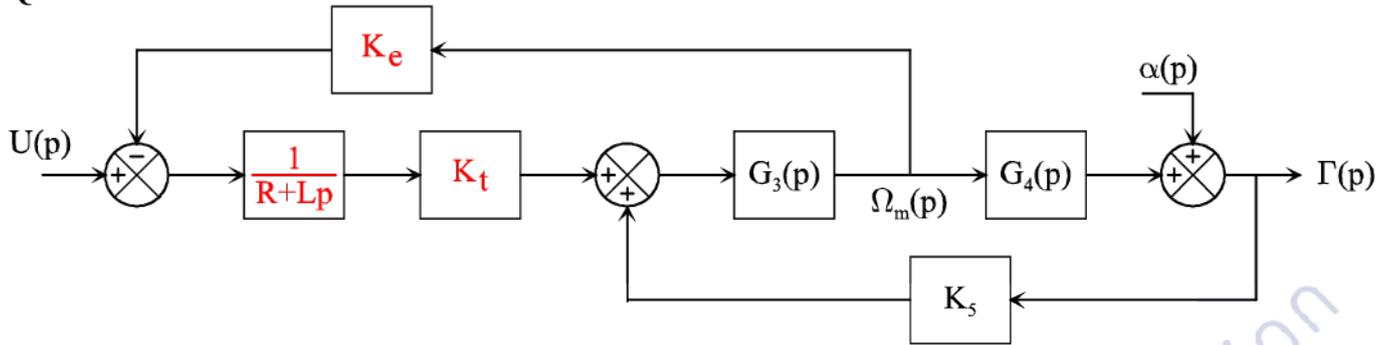
$$\text{On obtient : } J_e \cdot \dot{\omega}_m = c_m + M_u \cdot g \cdot R_u \cdot \frac{r \cdot P_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \sin \gamma.$$

$\gamma$  est considéré petit donc  $\sin \gamma \approx \gamma$

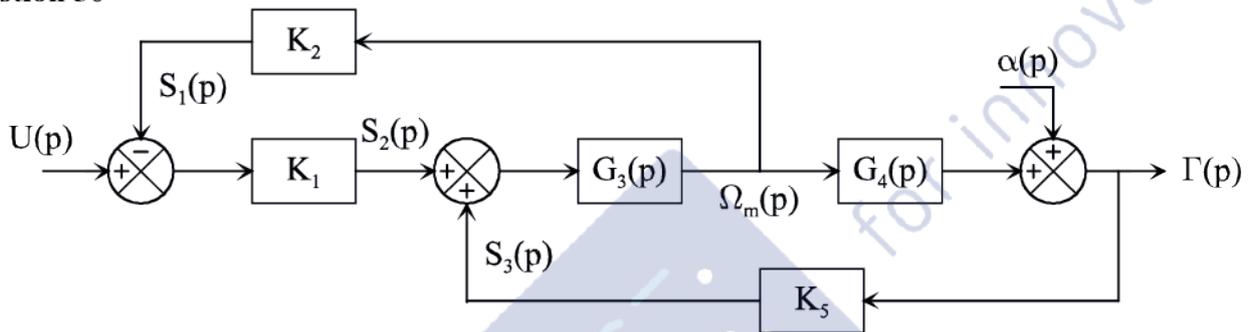
$$J_e \cdot \dot{\omega}_m = c_m + M_u \cdot g \cdot R_u \cdot \frac{r \cdot P_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \gamma$$

$$\text{L'équation devient : } J_e \cdot \dot{\omega}_m = c_m + M_u \cdot g \cdot R_u \cdot \frac{r \cdot P_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot (\alpha + \theta).$$

**Question 29**



**Question 30**



Les équations de départ sont :

$$\begin{aligned}
 S_1(p) &= K_2 \cdot \Omega_m(p) & S_2(p) &= K_1 \cdot [U(p) - S_1(p)] \\
 S_3(p) &= K_5 \cdot \Gamma(p) & \Omega_m(p) &= G_3(p) \cdot [S_2(p) + S_3(p)] \\
 \Gamma(p) &= G_4(p) \cdot \Omega_m(p) + \alpha(p)
 \end{aligned}$$

Détails des calculs :

$$S_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{G_3(p)} - S_3(p) = K_1 \cdot [U(p) - K_2 \cdot \Omega_m(p)]$$

$$\frac{\Omega_m(p)}{G_3(p)} + K_1 \cdot K_2 \cdot \Omega_m(p) = K_1 \cdot U(p) + S_3(p) = K_1 \cdot U(p) + K_5 \cdot \Gamma(p)$$

$$\Omega_m(p) (1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)) = K_1 \cdot G_3(p) \cdot U(p) + K_5 \cdot G_3(p) \cdot \Gamma(p)$$

$$\Omega_m(p) = \frac{\Gamma(p) - \alpha(p)}{G_4(p)}$$

$$\left( \frac{\Gamma(p) - \alpha(p)}{G_4(p)} \right) (1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)) = K_1 \cdot G_3(p) \cdot U(p) + K_5 \cdot G_3(p) \cdot \Gamma(p)$$

$$\Gamma(p) \left[ \left( \frac{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)}{G_4(p)} \right) - K_5 \cdot G_3(p) \right] = K_1 \cdot G_3(p) \cdot U(p) + \left( \frac{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)}{G_4(p)} \right) \alpha(p)$$

$$\Gamma(p) [1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p) - K_5 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p)] = K_1 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p) \cdot U(p) + (1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)) \alpha(p)$$

$$\left( \frac{\Gamma(p) - \alpha(p)}{G_4(p)} \right) (1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)) = K_1 \cdot G_3(p) \cdot U(p) + K_5 \cdot G_3(p) \cdot \Gamma(p)$$

$$\Gamma(p) \left[ \left( \frac{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)}{G_4(p)} \right) - K_5 \cdot G_3(p) \right] = K_1 \cdot G_3(p) \cdot U(p) + \left( \frac{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)}{G_4(p)} \right) \alpha(p)$$

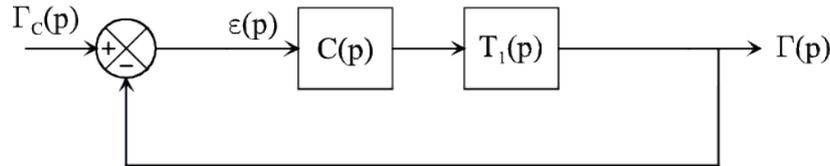
$$\Gamma(p) [1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p) - K_5 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p)] = K_1 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p) \cdot U(p) + (1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)) \alpha(p)$$

$$\Gamma(p) = \frac{K_1 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p) \cdot U(p) + [1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)] \cdot \alpha(p)}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p) - K_5 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p)}$$

$$T_1(p) = \frac{K_1 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p)}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p) - K_5 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p)} \quad T_2(p) = \frac{(1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p))}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p) - K_5 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p)}$$

**Question 31**

On applique la formule de Black-Nichols en considérant que  $\alpha(p) = 0$  :



$$F_1(p) = \frac{C(p) \cdot T_1(p)}{1 + C(p) \cdot T_1(p)} = \frac{K_r \cdot \frac{6,5 \cdot 10^{-5}}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4}}}{1 + K_r \cdot \frac{6,5 \cdot 10^{-5}}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4}}} = \frac{6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4} + 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r}$$

$$F_1(p) = \frac{6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p + 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r - 3,2 \cdot 10^{-4}}$$

$$\text{Stable} \Rightarrow 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r - 3,2 \cdot 10^{-4} > 0 \Leftrightarrow \boxed{K_r > 4,92}$$

**Question 32**

1. Application du théorème de la valeur finale :

$$\varepsilon_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) \text{ avec } \varepsilon(p) = \frac{\Gamma_c(p)}{1 + C(p) \cdot T_1(p)}$$

$$\varepsilon(p) = \frac{\Gamma_c(p)}{1 + K_r \cdot \frac{6,5 \cdot 10^{-5}}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4}}} = \frac{(p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p + 3,2 \cdot 10^{-4}) \Gamma_c(p)}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4} + 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r}$$

On applique un échelon en entrée d'amplitude  $\gamma_0$  :  $\Gamma_c(p) = \frac{\gamma_0}{p}$ .

$$\varepsilon_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \frac{3,2 \cdot 10^{-4} \cdot \gamma_0}{6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r - 3,2 \cdot 10^{-4}} = \frac{32 \cdot \gamma_0}{6,5 \cdot K_r - 32}$$

$$2. \text{ On veut } \left| \frac{\varepsilon_\infty}{\gamma_0} \right| < 0,1 \Leftrightarrow \boxed{K_r > 54,15}$$

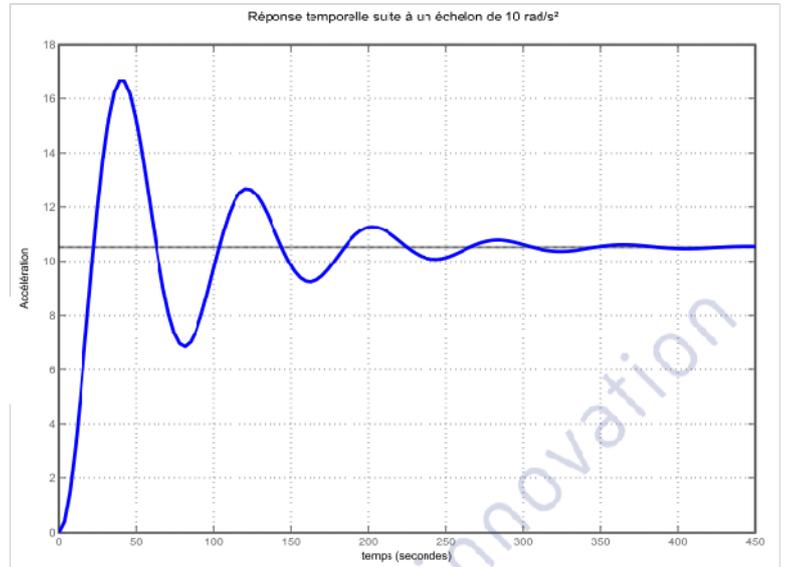
**Question 33**

1.

$$K_r = 100 \quad F_1(p) = \frac{6,5 \cdot 10^{-3}}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p + 6,18 \cdot 10^{-3}} = \frac{K_s}{1 + 2z \frac{p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

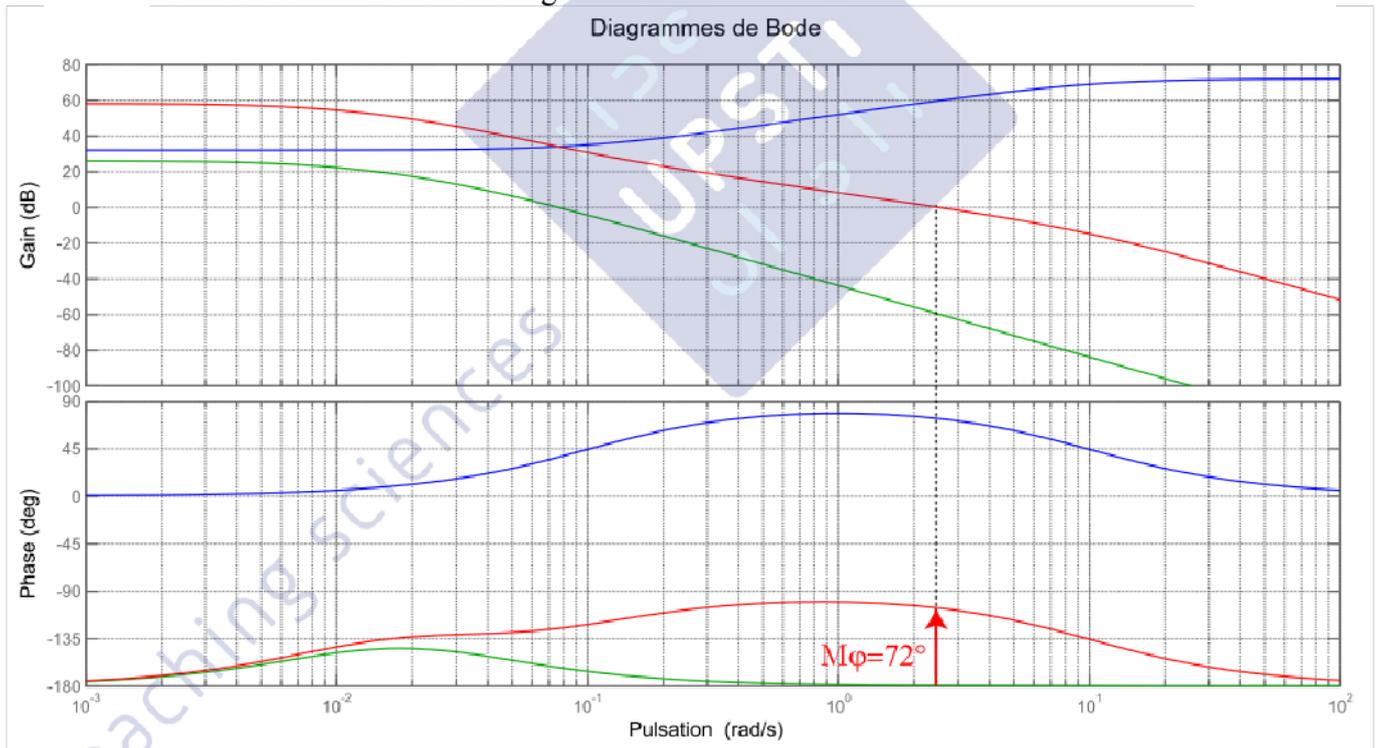
$$K_s = \frac{6,5}{6,18} = 1,05 \quad \omega_n = \sqrt{6,18 \cdot 10^{-3}} = 78,6 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s} \quad z = \frac{2,6 \cdot 10^{-2}}{2 \times 6,18 \cdot 10^{-3}} \omega_n = \frac{2,6 \cdot 10^{-2}}{2 \times \sqrt{6,18 \cdot 10^{-3}}} = 0,16$$

2. Le coefficient d'amortissement est faible, il y aura beaucoup d'oscillations en sortie pour un échelon en entrée.



**Question 34**

1.  $C_2(p)$  est un correcteur à avance de phase, il permet d'augmenter la marge de phase (système plus stable).
2. Il suffit de faire la somme des deux diagrammes.



En rouge les diagrammes de Bode de  $BO_1(p)$ .

En bleu les diagrammes de Bode de  $C_2(p)$ .

En vert les diagrammes de Bode de  $BO(p)$ .

3. La marge de phase vaut  $72^\circ$ . La marge de gain ne peut être déterminée.

4. Le cahier des charges est bien respecté :

- précision à 10% ( $K_r > 49,3$ ),
- marge de phase supérieure à  $70^\circ$  ( $M\phi = 72^\circ$ ).

Diagrammes de Bode

