

Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Mines-Ponts

Année : 2016

Filière : PSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

Mode opératoire du MC²E

Question 1.

L'ouverture dans l'abdomen doit être la plus petite possible pour que l'intervention ne soit pas trop intrusive, d'où le choix d'un robot à point de concours fixe. De plus, le passage de la pince se fait par un trocart, point fixe sur de l'abdomen du patient, limitant ainsi l'ouverture du corps. L'exigence « ne pas endommager l'abdomen du patient » est validée.

Validation des performances statiques des motorisations

Question 2.

Dans R_0 galiléen et en statique les effets dynamiques sont nuls.

- Isolement de $E_1 = 1 \cup 2 \cup 3 \cup 4$ et théorème du moment en O_1 en projection sur \vec{z}_1 :

$$\underbrace{\vec{M}(O_1, M_1 \rightarrow 1)}_{C_{m01}} \cdot \vec{z}_1 + \underbrace{\vec{M}(O_1, 0 \rightarrow 1)}_{0 \text{ L. parf}} \cdot \vec{z}_1 + \underbrace{\vec{M}(O_1, 0 \rightarrow 4)}_{\text{négligé}} \cdot \vec{z}_1 + \vec{M}(O_1, \text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_1 + \vec{M}(O_1, \text{pes} \rightarrow E_1) \cdot \vec{z}_1 = 0$$

Question 3.

Isolement de $E_1 = 1 \cup 2 \cup 3 \cup 4$ et théorème du moment en O_1 en projection sur \vec{z}_1 (voir Q2)

- $\vec{M}(O_1, \text{ext} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_1 = \left(\vec{O}_1 \vec{O}_4 \wedge \vec{R}(\text{ext} \rightarrow 4) \right) \cdot \vec{z}_1 = 0$ car $\vec{O}_1 \vec{O}_4 // \vec{R}(\text{ext} \rightarrow 4)$
- $\vec{M}(O_1, \text{pes} \rightarrow E_1) \cdot \vec{z}_1 = \left(\vec{O}_1 \vec{G} \wedge -Mg \vec{z}_0 \right) \cdot \vec{z}_1 = \left(1 \vec{z}_2 \wedge \vec{z}_1 \right) \cdot Mg \vec{z}_0 = -l \cdot \sin \alpha_2 \vec{x}_1 \cdot Mg \vec{z}_0 = -l \cdot Mg \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1$

$$\boxed{C_{m01} = lMg \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \theta_1} \quad \text{Application numérique : } C_{m01} = -0,4 \text{ Nm}$$

Question 4.

Le couple moteur maximal $C_{\text{max}} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}$ doit être supérieur à

$$C_{m01} \cdot \text{rapport de réduction} = \frac{0,4}{66} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$$

Le moteur assure donc l'équilibre statique.

Question 5.

$$\Delta \theta_m = \frac{2\pi}{N \text{ impulsions}} \quad \text{et} \quad \Delta \theta_1 = K_r \cdot \Delta \theta_m = \frac{360 \times 1}{2048 \times 66}$$

$$\boxed{\text{Précision de mesure : } 2,66 \cdot 10^{-3} \text{ deg} < 10^{-2} \text{ deg} \quad \text{Conclusion : convenable.}}$$

Validation des performances géométriques et cinématiques du MC²E

Question 6.

$$\{V_{1/0}\} \equiv \begin{Bmatrix} \vec{r}_{10} \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}; \quad \{V_{2/1}\} \equiv \begin{Bmatrix} \vec{r}_{21} \vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}; \quad \{V_{3/2}\} \equiv \begin{Bmatrix} \vec{r}_{32} \vec{z}_3 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}; \quad \{V_{4/3}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{w}_{43} \vec{z}_3 \end{Bmatrix}$$

$$\text{Composition des mouvements : } \{V_{4/0}\} = \{V_{4/3}\} + \{V_{3/2}\} + \{V_{2/1}\} + \{V_{1/0}\}$$

$$\{V_{4/3}\} \equiv \left\{ \begin{array}{l} \vec{r}_{32} \vec{z}_3 + \vec{r}_{21} \vec{z}_2 + \vec{r}_{10} \vec{z}_1 \\ \vec{w}_{43} \vec{z}_3 \end{array} \right\}. \text{ Liaison avec 4 degrés de libertés indépendants. Correspond à}$$

une linéaire annulaire (sphère cylindre) d'axe (O_0, \vec{z}_3) et de centre O_0 .

Question 7.

Pour une chaîne fermée :

$$r_c = I_c - m_c$$

$$h = E_c - r_c$$

Pour une chaîne ouverte :

$$h = 0$$

	Liaison linéaire annulaire	Liaison libre
$m_c =$	4	4
$h =$	2	0
Efforts au point d'insertion ?	* oui	* non
Facilité de montage ?	* non (ouverture étroite)	* oui (ouverture large)
Rigidité du robot ?	* non (le patient ne fait pas partie du robot)	* non

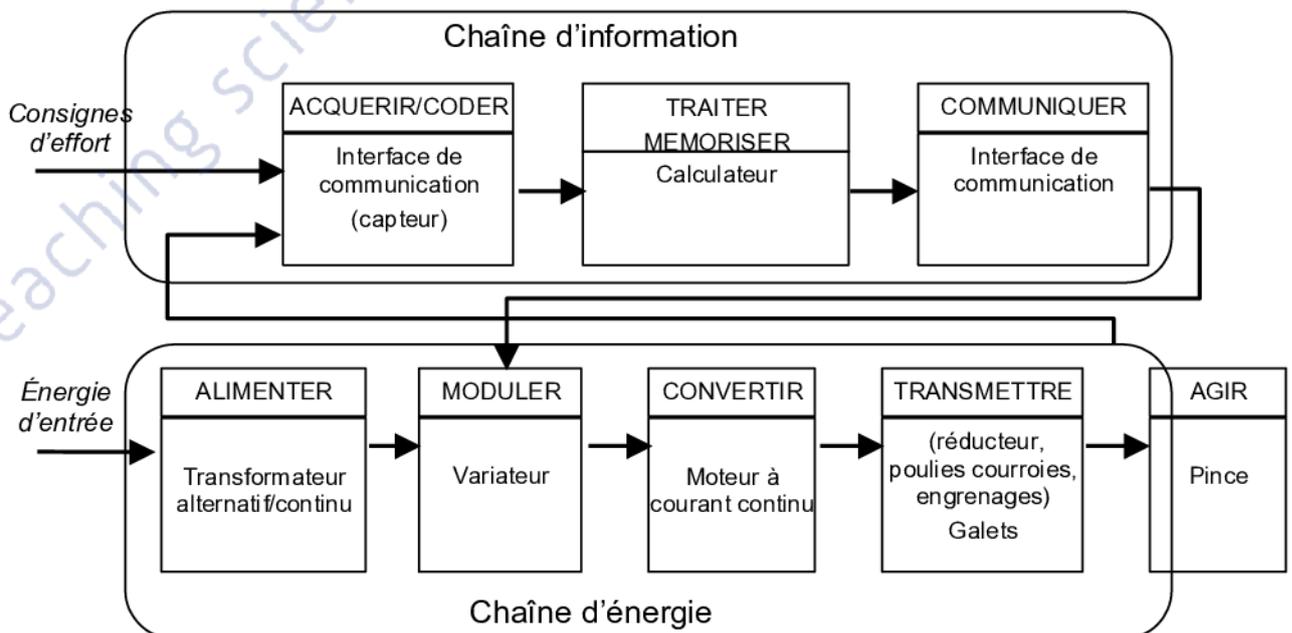
* compléter par les mots clés [oui] ou [non]

Modélisation la plus proche de la réalité : la modélisation 2 car les tissus de l'abdomen sont facilement déformable.

Remarque : modélisation 2 suppose qu'il n'y a **aucune liaison** entre l'abdomen et le robot.

Validation des performances des performances de l'asservissement d'effort

Question 8.



Question 9.

Isolement de E et théorème de la résultante en projection sur \vec{y}_0 et \vec{z}_0 :

- $\vec{R}(\text{capteur} \rightarrow 3) \cdot \vec{y}_0 + \vec{R}(\text{ressort} \rightarrow 4) \cdot \vec{y}_0 + \vec{R}(\text{pes} \rightarrow E) \cdot \vec{y}_0 = 0$
- $\vec{R}(\text{capteur} \rightarrow 3) \cdot \vec{z}_0 + \vec{R}(\text{ressort} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_0 + \vec{R}(\text{pes} \rightarrow E) \cdot \vec{z}_0 = 0$

D'où : $F_y = 0$ et $F_z - P + F_{\text{ressort} \rightarrow 4} = 0$

$$F_z = P - F_{\text{ressort} \rightarrow 4}$$

$$F_y = 0$$

F_z dépend de P et de l'effort du ressort sur 4 donc le capteur ne permet pas de mesurer directement cet effort.

Question 10.

Isolement de E et théorème de la résultante en projection sur \vec{y}_3 et \vec{z}_3 :

- $\vec{R}(\text{capteur} \rightarrow 3) \cdot \vec{y}_3 + \vec{R}(\text{ressort} \rightarrow 4) \cdot \vec{y}_3 + \vec{R}(\text{pes} \rightarrow E) \cdot \vec{y}_3 = 0$
- $\vec{R}(\text{capteur} \rightarrow 3) \cdot \vec{z}_3 + \vec{R}(\text{ressort} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_3 + \vec{R}(\text{pes} \rightarrow E) \cdot \vec{z}_3 = 0$

D'où : $F_y - P \cdot \sin \varphi = 0$ et $F_z - P \cdot \cos \varphi + F_{\text{ressort} \rightarrow 4} = 0$

$$F_z = P \cdot \cos \varphi - F_{\text{ressort} \rightarrow 4}$$

$$F_y = P \cdot \sin \varphi$$

Si on connaît φ alors on peut en déduire P et ainsi l'effort du ressort sur 4.

Question 11.

	Configuration 1		Configuration 2	
	F_y en N	F_z en N	F_y en N	F_z en N
Mesure	0,0222	12,753	4,382	11,999
A.N.	0	12,753	4,362	11,984
Erreur relative en %	100	0,000	0,461	0,126

La précision de mesure ne peut pas être déterminée en utilisant un résultat théorique !
Pour réaliser la compensation de pesanteur, il faut retrancher les valeurs mesurées sans interaction de la pince avec le ressort.

Question 12.

Transmission par courroie inextensibles et sans glissement : $\omega_e = \frac{R_i}{R_e} \cdot \omega_i = \frac{R_i}{R_e} \cdot r \cdot \omega_m$

Roulement sans glissement en I_i : $\vec{V}(I_i, 4 / g_i) = \vec{0}$

$$\vec{V}(I_i, 4 / 0) = v(t) \vec{z}_0 = \vec{V}(I_i, g_i / 0) = -R_g \vec{y}_0 \wedge \omega_e \vec{x}_0 = R_g \cdot \omega_e \vec{z}_0$$

$$v(t) = R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r \cdot \omega_m(t)$$

$$z(t) = R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r \cdot \theta_m(t) \text{ en supposant les CI nulles}$$

Question 13.

$$E_c(E/0) = \frac{1}{2} (I_m \omega_m^2 + I_r \omega_r^2 + I_i \omega_i^2 + I_e \omega_e^2 + 2I_p \omega_e^2 + 6I_g \omega_e^2 + m_4 \cdot v^2)$$

$$J_{\text{eq}} = I_m + r^2 (I_r + I_i) + (I_e + 2I_p + 6I_g) \frac{r^2 R_i^2}{R_e^2} + m_4 \cdot \frac{r^2 R_i^2 \cdot R_g^2}{R_e^2}$$

Question 14.

Isolement de $E = 4 \cup \text{galets} \cup \text{pignons} \cup \text{poulies} \cup \text{rotor}$

Puissance extérieures :

- $P(\text{res} \rightarrow 4/0) = -k.z \vec{z}_0 \cdot \vec{v} \vec{z}_0 = -k.z.v$
- $P(\text{stator} \rightarrow \text{rotor}/0) = C_m \cdot \omega_m$
- $P(\text{pes} \rightarrow 4/0) = 0$ car le texte dit de ne pas en tenir compte (mais cette puissance est bien présente vu que la compensation est faite par le calculateur).
- $P(\text{pes} \rightarrow \text{autres pièces}/0) = 0$ car $\vec{V}(G_{\text{pièce}}/0) = \vec{0}$

Puissance intérieures nulles car les liaisons sont énergétiquement parfaites.

Question 15.

On applique le théorème de l'énergie puissance à l'ensemble des pièces en mouvement par rapport à 0 :

$$P(\text{res} \rightarrow 4/0) + P(\text{stator} \rightarrow \text{rotor}/0) + P(\text{pes} \rightarrow E/0) + P_{\text{intérieures}} = \frac{dE_c(E/0)}{dt}$$

$$\text{d'où : } -k.z.v + C_m \omega_m = J \cdot \omega_m \cdot \frac{d\omega_m}{dt}$$

En utilisant les relations $v(t) = R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r \cdot \omega_m(t)$ et $z(t) = R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r \cdot \theta_m(t)$ trouvées en 8 on

obtient :

$$-\left(R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r\right)^2 k \cdot \theta_m - R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r \cdot M \cdot g + C_m = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} \text{ et par identification :}$$

$$C_e(t) = \left(R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r\right)^2 k \cdot \theta_m(t)$$

Modèle de connaissance de l'asservissement

Question 16.

$$H_1(p) = \frac{1}{J \cdot p}$$

$$H_2(p) = \frac{1}{p}$$

$$H_3(p) = K_{c\theta}$$

Question 17.

$$\begin{aligned} H_{\text{BF}}(p) &= \frac{C_e(p)}{C_c(p)} = \frac{H_{\text{cor}}(p) \cdot H_1 \cdot H_2 \cdot H_3}{1 + H_1 \cdot H_2 \cdot H_3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{H_{\text{cor}}(p) \cdot H_1 \cdot H_2 \cdot H_3}{1 + H_1 \cdot H_2 \cdot H_3}} = \frac{H_{\text{cor}}(p) \cdot H_1 \cdot H_2 \cdot H_3}{1 + H_1 \cdot H_2 \cdot H_3 + H_{\text{cor}}(p) \cdot H_1 \cdot H_2 \cdot H_3} \\ &= \frac{K_{c\theta}}{Jp^2} \cdot \frac{1}{1 + 2 \frac{K_{c\theta}}{Jp^2}} = \frac{K_{c\theta}}{2K_{c\theta} + Jp^2} \end{aligned}$$

La fonction de transfert est d'ordre 2 sans terme en p donc avec un amortissement nul.

La réponse à un échelon d'amplitude C_0 sera une sinusoïde d'amplitude C_0 et de moyenne $C_0/2$.

$$H_{\text{BF}}(p) = \frac{1/2}{1 + \frac{J}{2K_{c\theta}} p^2}$$

Question 18.

$$G(p) = \frac{C_c(p)}{C_m(p)} = \frac{H_1 \cdot H_2 \cdot H_3}{1 + H_1 \cdot B} \frac{1}{1 + \frac{H_1 \cdot H_2 \cdot H_3}{1 + H_1 \cdot B}} = \frac{H_1 \cdot H_2 \cdot H_3}{1 + H_1 \cdot B + H_1 \cdot H_2 \cdot H_3}$$

$$G(p) = \frac{K_{c\theta}}{Jp^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{B}{Jp} + \frac{K_{c\theta}}{Jp^2}} = \frac{K_{c\theta}}{K_{c\theta} + Bp + Jp^2}$$

$$G(p) = \frac{1}{1 + \frac{B}{K_{c\theta}}p + \frac{J}{K_{c\theta}}p^2}$$

On veut que le dénominateur de $G(p)$ ait une racine double. Il faut donc que :

$$\frac{B^2}{K_{c\theta}^2} - 4 \cdot \frac{J}{K_{c\theta}} = 0 \text{ soit } B = 2\sqrt{J \cdot K_{c\theta}}$$

$$\text{On a alors les pôles : } p_i = -\frac{B}{2J} = -\sqrt{\frac{K_{c\theta}}{J}} \text{ et } \tau = -\frac{1}{p_i} = \sqrt{\frac{J}{K_{c\theta}}}$$

$$B = 2\sqrt{J \cdot K_{c\theta}}$$

$$\tau = \sqrt{\frac{J}{K_{c\theta}}}$$

Question 19.

$$\varepsilon(p) = \frac{C_c(p)}{1 + \frac{K_i \cdot p(1 + T_i \cdot p)}{T_i \cdot p(1 + \tau p)^2}} \text{ et } C_c(p) = \frac{C_{c0}}{p} \text{ d'où } \varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{C_{c0}}{1 + \frac{K_i}{T_i \cdot p}} = 0 \text{ Nm}$$

Conforme à l'exigence 1.2.1.1 : erreur statique nulle.

Question 20.

En prenant $T_i = \tau$ on compense une partie du dénominateur et la FTBO sera d'ordre 2 ainsi que la FTBF.

$$T_i = \tau$$

Question 21.

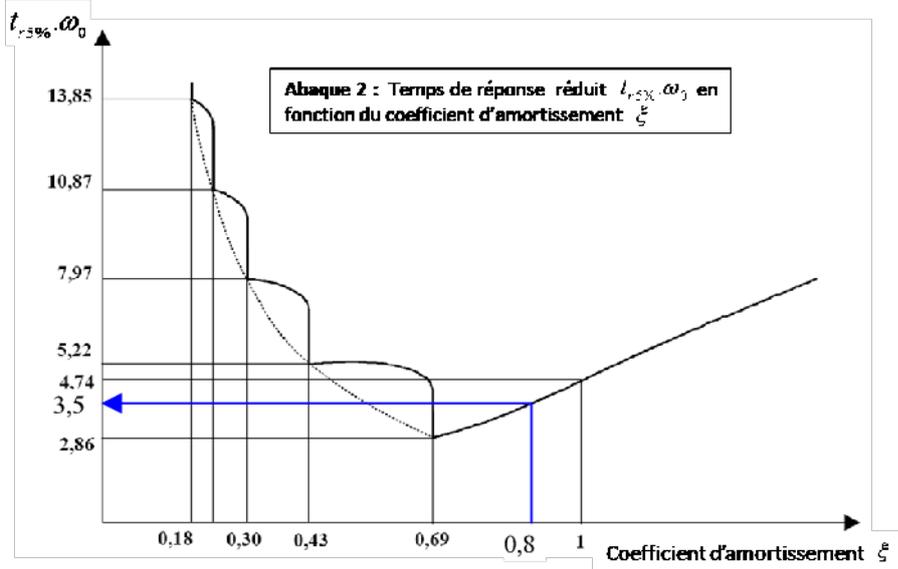
$$\text{FTBO}(p) = \frac{K_i}{T_i \cdot p(1 + \tau p)} \text{ et } \text{FTBF}(p) = \frac{K_i}{T_i \cdot p(1 + \tau p) + K_i} = \frac{1}{1 + \frac{T_i}{K_i}p + \frac{T_i \cdot \tau}{K_i}p^2} = \frac{1}{1 + \frac{\tau}{K_i}p + \frac{\tau^2}{K_i}p^2}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{\sqrt{K_i}}{\tau} \text{ et } \xi = \frac{\omega_0 \cdot \tau}{2 \cdot K_i} = \frac{1}{2\sqrt{K_i}}$$

- Marge de gain

Système du second ordre avec gain positif et tous les signes du dénominateur positifs donc marge de gain infinie.

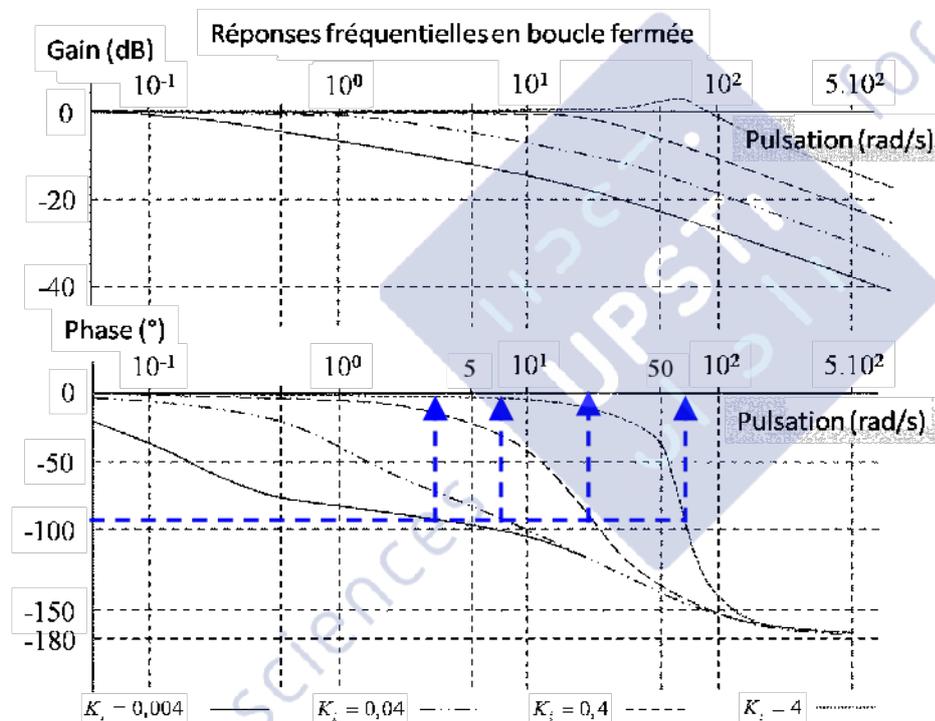
- Marge de phase



Pour $\xi = 0,8$, la lecture de l'abaque donne donc

$$t_{R5\%} \cdot \omega_0 \geq 3,5 \text{ et avec}$$

$$t_{R5\%} \leq 0,5\text{s on a } \boxed{\omega_0 \geq 7\text{rad/s}}$$



En utilisant le Bode de la FTBF pour une phase de -90° et $\omega_0 \geq 7\text{rad/s}$ on trouve $K_i > 0,04$

Il faut donc prendre $\boxed{K_i = 0,4}$.

Autre possibilité :

$$\text{Arg}(FTBO(j\frac{1}{\tau})) = -135^\circ \text{ d'où } \frac{1}{\tau} = 3,3\text{rad/s et } \tau = 0,3\text{s}$$

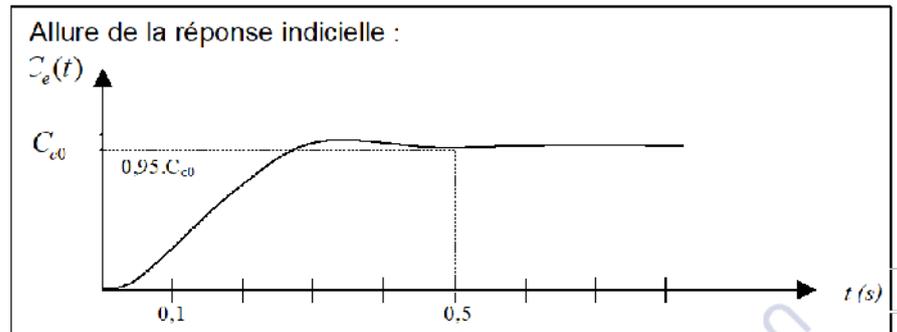
$$\omega_0 = \frac{\sqrt{K_i}}{\tau} \text{ d'où } K_i = \omega_0^2 \cdot \tau^2 \text{ et } \boxed{K_i \geq 7^2 \times 0,3^2 = 4,4} \text{ donc incompatible car il faut } K_i \leq 0,4!$$

Il y a une erreur sur le Bode de la BO. Les pulsations sont à multiplier par 10 (voir fichier Scilab joint).

$$\text{Rmq : pour } K_i = 0,4 \text{ et } \tau = 0,03\text{s on trouve } \omega_0 = \frac{\sqrt{K_i}}{\tau} = 21\text{rad/s soit } t_{R5\%} = \frac{3,5}{\omega_0} = 0,175\text{s}$$

Question 22.

Critère	Valeur
Marges de stabilité	$\geq 70^\circ$
Dépassement	$\approx 2\%$
Tr5%	$< 0,5 \text{ s}$
Erreur statique en réponse à un échelon	0



Question 23.

On suppose dans un premier temps la pince à l'équilibre dans le repère galiléen lié au bâti. On applique alors le théorème de la résultante statique à 4 dans ce repère galiléen et en projection sur \vec{z}_0 :

$$\underbrace{\vec{R}(\text{ext} \rightarrow 4)}_{R_{\text{ext} \rightarrow 4}^M} \cdot \vec{z}_0 + \underbrace{\sum_i \vec{R}(G_i \rightarrow 4)}_{6.T} \cdot \vec{z}_0 + \underbrace{\vec{R}(\text{pes} \rightarrow 4)}_{-m_4 \cdot g} \cdot \vec{z}_0 = 0 \Rightarrow T = \frac{m_4 \cdot g - R_{\text{ext} \rightarrow 4}^M}{6}$$

$$T = \frac{0,1 \times 10 + 8}{6} = 1,5 \text{ N}$$

Pour être dans le cône de frottement, il faut : $N \geq \frac{T}{f} = \frac{1,5}{0,4} = 3,75 \text{ N}$

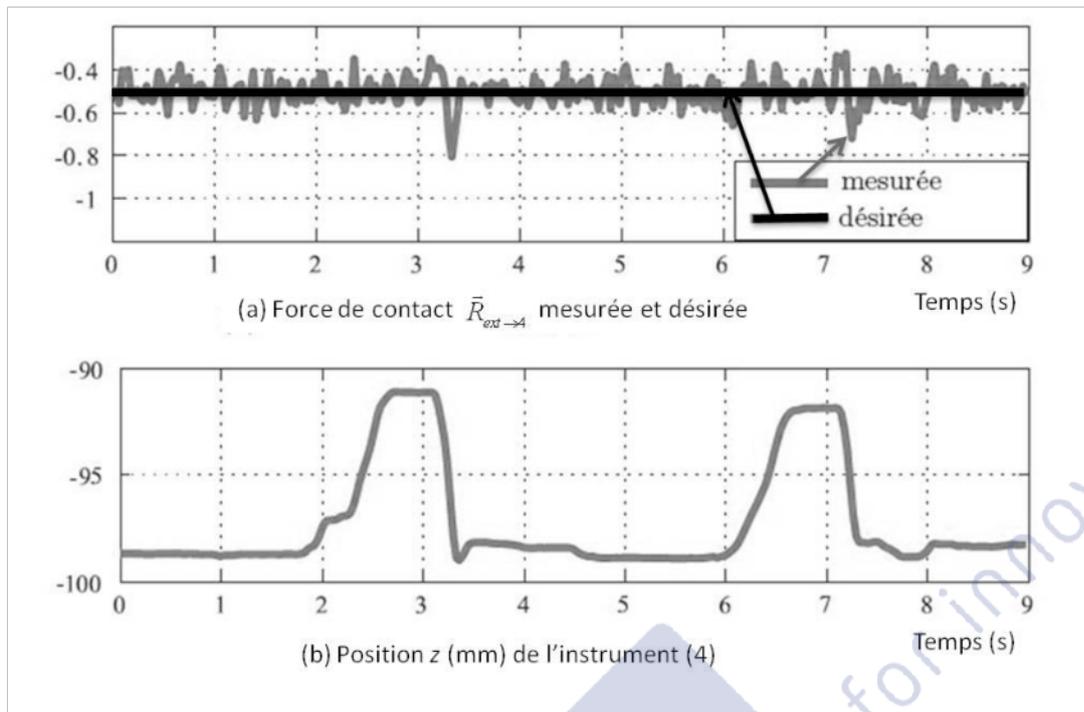
Or $N = k_G \cdot e_G$ et $e = 2(R_g - e_G) + d_4$ soit

$$N = \frac{k_G}{2} (2R_g + d_4 - e) = \frac{2 \cdot 10^3}{2} (0,02 + 0,03 - 0,0472) = 2,8 \text{ N}.$$

L'effort normal étant insuffisant pour maintenir l'équilibre, la pince glisse et n'endommage pas la vésicule.

Étude des performances en régulation d'effort lors de l'opération

Question 24.



La variation d'effort est au maximum de $0,3 \text{ N} < 0,5 \text{ N}$ (exigence 1.2.1.5 respectée).

La position est de période 4 s qui correspond bien à 0,25 Hz.

Les pics de perturbation de l'effort correspondent à l'expiration.

La position n'est pas asservie (asservissement en effort).

Question 25.

L'abdomen du patient sur lequel est fixé le robot à été supposé rigide et ainsi le repère associé au solide (0) du robot supposé galiléen. On voit que le mouvement de l'abdomen a un effet non négligeable sur l'effort de l'extérieur sur 4 et donc que l'hypothèse n'est pas valide.