

Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Polytechniques

Année : 2016

Filière : PSI

Épreuve : Modélisation

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Suspension magnétorhéologique

II. Caractérisation et modélisation de l'amortisseur

Q1. Les torseurs d'actions mécaniques transmissibles dans les différentes liaisons sont proposés ci-dessous :

$$\text{En A, liaison glissière d'axe } (A, \vec{z}): \begin{Bmatrix} X_{23} & L_{23} \\ Y_{23} & M_{23} \\ 0 & N_{23} \end{Bmatrix}_R$$

$$\text{En B, liaison pivot d'axe } (B, \vec{y}): \begin{Bmatrix} X_{34} & L_{34} \\ Y_{34} & 0 \\ Z_{34} & N_{34} \end{Bmatrix}_R$$

$$\text{En C, liaison glissière d'axe } (C, \vec{z}): \begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ 0 & N_{12} \end{Bmatrix}_R$$

On exprime le torseur des actions mécaniques de pesanteur sur la caisse (les masses de la roue et de l'essieu étant négligées), la pesanteur s'applique exclusivement à la caisse :

$$\{\tau_{\text{pesanteur} \rightarrow \text{caisse}}\} = \underset{G}{\begin{Bmatrix} -mg\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}}$$

Q2. On effectue un Bilan des Actions Mécaniques Extérieures:

La caisse (2) est soumise aux actions mécaniques :

- Action dans la liaison glissière entre 1 et 2
- Action dans la liaison glissière entre 2 et 3
- Action de l'amortisseur sur la caisse
- Action du ressort sur la caisse
- Action de la pesanteur sur la caisse

On pose (à partir de la relation à l'équilibre) :

$$z_{m0}(t) - \frac{mg}{k} = z_m(t), \dot{z}_{m0}(t) = \dot{z}_m(t), \ddot{z}_{m0}(t) = \ddot{z}_m(t)$$

En appliquant le Théorème de la Résultante Dynamique à la caisse en projection sur l'axe \vec{z} , on obtient l'équation suivante :

$$-mg - c\dot{z}_{m0}(t) - k\left(z_{m0}(t) - \frac{mg}{k} - z_r(t)\right) = m\ddot{z}_{m0}(t)$$

Après simplification :

$$-c\dot{z}_{m0}(t) - k(z_{m0}(t) - z_r(t)) = m\ddot{z}_{m0}(t)$$

Et

$$kz_r(t) = m\ddot{z}_{m0}(t) + c\dot{z}_{m0}(t) + kz_{m0}(t)$$

Q4. En considérant les conditions initiales nulles $z_{m0}(0) = 0$ et $\dot{z}_{m0}(0) = 0$, on effectue la transformée de Laplace de l'équation différentielle précédente :

$$kZ_r(p) = mp^2Z_{m0}(p) + cpZ_{m0}(p) + kZ_{m0}(p)$$

On obtient la fonction de transfert demandée :

$$H(p) = \frac{k}{mp^2 + cp + k} = \frac{1}{1 + \frac{c}{k}p + \frac{m}{k}p^2}$$

En identifiant les différents coefficients à partir de la forme obtenue :

$$K = 1; \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}; \xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

Q5. Sur la plage de fréquence présentée sur le document (on peut imaginer que cette plage correspond à des pulsations entre 0 et 100 rad.s⁻¹ environ) :

- le comportement asymptotique à basse fréquence est identique pour les deux amortisseurs (gain de 1, la suspension suit les mouvements de la route)
- l'amortissement des vibrations de l'amortisseur magnétorhéologique est plus important pour les fréquences supérieures. Le phénomène de résonance qui apparaît avec l'amortisseur classique (pour $\xi_0 = 0.5$) n'apparaît plus avec l'amortissement magnétorhéologique. L'amortisseur magnétorhéologique présente un meilleur amortissement des vibrations.

III.1. Modélisation de l'écoulement du fluide dans la valve

Q6. Le déplacement du piston diminue le volume disponible pour le fluide MR dans la zone concernée en dehors de la valve. Le fluide étant incompressible, celui-ci va donc s'évacuer vers la zone en dehors de la valve où le volume a augmenté, et donc s'écouler en sens inverse du mouvement du piston.

L'écoulement est incompressible et homogène, le débit volumique se conserve et donc $D_v = V_o S_p$.

Q7. Condition d'adhérence aux parois supposées immobiles en r_1 et r_2 : $v_z(r_1) = 0$ et $v_z(r_2) = 0$.

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \frac{dv_z}{dr} \right] = \frac{\Delta P}{\eta L}$$

$$\frac{d}{dr} \left[r \frac{dv_z}{dr} \right] = \frac{\Delta P}{\eta L} r$$

Q8.

$$\frac{dv_z}{dr} = \frac{\Delta P}{\eta L} \frac{r}{2} + \frac{A}{r}$$

$$v_z(r) = \frac{\Delta P}{\eta L} \frac{r^2}{4} + A \ln r + B = \frac{\Delta P}{4\eta L} [r^2 + A' \ln r + B']$$

Où A' et B' deux constantes réelles à déterminer.

$v_z(r_1) = 0$ et $v_z(r_2) = 0$ donc :

$$\begin{aligned} r_1^2 + A' \ln r_1 + B' &= 0 \\ r_2^2 + A' \ln r_2 + B' &= 0 \end{aligned}$$

On trouve $A = \frac{r_1^2 - r_2^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$ et $B = -r_1^2 - \frac{r_1^2 - r_2^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_1$, d'où l'expression de la vitesse :

$$v_z(r) = C_1 \left[r^2 - r_1^2 - C_2 \ln \frac{r}{r_1} \right] \text{ avec } C_1 = \frac{\Delta P}{4\eta L} \text{ et } C_2 = \frac{r_2^2 - r_1^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

$$v_z(\gamma) = C_1 \left[(r_1 + \gamma)^2 - r_1^2 - C_2 \ln \frac{r_1 + \gamma}{r_1} \right]$$

$$\text{Q9.} \quad = \frac{\Delta P}{4\eta L} \left[(r_1 + \gamma)^2 - r_1^2 - \frac{(r_1 + e)^2 - r_1^2}{\ln \frac{r_1 + e}{r_1}} \ln \frac{r_1 + \gamma}{r_1} \right]$$

$$\text{Donc } v_z(\gamma) = \frac{\Delta P}{4\eta L} r_1^2 \left[\left(1 + \frac{\gamma}{r_1}\right)^2 - 1 - \frac{\left(1 + \frac{e}{r_1}\right)^2 - 1}{\ln\left(1 + \frac{e}{r_1}\right)} \ln\left(1 + \frac{\gamma}{r_1}\right) \right]$$

On effectue un développement limité à l'ordre 2 en $\frac{e}{r_1}$ et $\frac{\gamma}{r_1}$:

$$\begin{aligned} v_z(\gamma) &= \frac{\Delta P}{4\eta L} r_1^2 \left[1 + 2\frac{\gamma}{r_1} + \left(\frac{\gamma}{r_1}\right)^2 - 1 - \frac{1 + 2\frac{e}{r_1} + \left(\frac{e}{r_1}\right)^2 - 1}{\left(\frac{e}{r_1} - \frac{1}{2}\left(\frac{e}{r_1}\right)^2\right)} \left(\frac{\gamma}{r_1} - \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{r_1}\right)^2\right) \right] \\ &= \frac{\Delta P}{4\eta L} r_1^2 \left[2\frac{\gamma}{r_1} + \left(\frac{\gamma}{r_1}\right)^2 - \frac{2 + \frac{e}{r_1}}{\left(1 - \frac{1}{2}\frac{e}{r_1}\right)} \left(\frac{\gamma}{r_1} - \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{r_1}\right)^2\right) \right] \end{aligned}$$

Or $\frac{1}{\left(1 - \frac{1}{2}\frac{e}{r_1}\right)} = 1 + \frac{1}{2}\frac{e}{r_1} + \frac{1}{4}\left(\frac{e}{r_1}\right)^2$ d'après les données de l'énoncé donc :

$$v_z(\gamma) = \frac{\Delta P}{2\eta L} r_1^2 \left[\frac{\gamma}{r_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{r_1}\right)^2 - \left(1 + \frac{1}{2}\frac{e}{r_1} + \frac{1}{4}\left(\frac{e}{r_1}\right)^2\right) \left(\frac{\gamma}{r_1} - \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{r_1}\right)^2\right) \right]$$

On développe en ne gardant que les termes jusqu'à l'ordre 2 :

$$\begin{aligned} v_z(\gamma) &= \frac{\Delta P}{2\eta L} r_1^2 \left[\frac{\gamma}{r_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{r_1}\right)^2 - \left(1 + \frac{e}{r_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{e}{r_1}\right)^2\right) \left(\frac{\gamma}{r_1} - \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{r_1}\right)^2\right) \right] \\ &= \frac{\Delta P}{2\eta L} r_1^2 \left[\frac{\gamma}{r_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{r_1}\right)^2 - \left(\frac{\gamma}{r_1} - \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{r_1}\right)^2 + \frac{e}{r_1}\frac{\gamma}{r_1}\right) \right] \\ &= \frac{\Delta P}{2\eta L} r_1^2 \left[\left(\frac{\gamma}{r_1}\right)^2 - \frac{e}{r_1}\frac{\gamma}{r_1} \right] \end{aligned}$$

$$\text{D'où : } v_z(\gamma) = \frac{\Delta P}{2\eta L} \gamma(\gamma - e)$$

Q10. $D_v = \iint v_z dS = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} v_z(r) r dr$ donc :

$$\begin{aligned} D_v &= 2\pi \int_0^e \frac{\Delta P}{2\eta L} \gamma(\gamma - e)(r_1 + \gamma) d\gamma \\ &= \pi \frac{\Delta P}{\eta L} \left[r_1 \frac{\gamma^3}{3} + \frac{\gamma^4}{4} - er_1 \frac{\gamma^2}{2} - e \frac{\gamma^3}{3} \right]_0^e \\ &= \pi \frac{\Delta P}{\eta L} \left[-r_1 \frac{e^3}{6} - \frac{e^4}{12} \right]_0^e \\ &= -\pi(2r_1 + e) \frac{\Delta P}{12\eta L} e^3 \end{aligned}$$

Or $e = r_2 - r_1$ donc : $D_v = -2\pi \underbrace{\left(\frac{r_2 + r_1}{2} \right)}_{=r_m} \frac{\Delta P}{12\eta L} e^3$ d'où $D_v = -\frac{we^3}{12\eta L} \Delta P$.

Q11. On estime le débit volumique avec les valeurs numériques de l'énoncé :

$$\begin{aligned} D_v &= -\frac{15\pi \cdot 10^{-3} (1,0 \cdot 10^{-3})^3}{12 \times 1,0 \times 20 \cdot 10^{-3}} \Delta P \\ &= -\frac{\pi (1,0 \cdot 10^{-3})^3}{16} \Delta P \\ &\approx -1,963 \cdot 10^{-10} \Delta P \end{aligned}$$

On retrouve la valeur numérique obtenue à partir de l'équation exacte avec un écart de 0,05%, ce qui valide la pertinence de l'approximation effectuée.

Q12. De par la symétrie de révolution du problème, la résultante latérale des forces de pression est nulle. Or les forces de pression sont supposées uniformes en $z=0$ et $z=L$, donc : $\vec{F}_p = -\Delta P S_p \vec{u}_z$.

Q13. En ordre de grandeur la force de viscosité s'exerçant sur le piston est :

$$F_v \approx \eta \frac{U}{e} wL.$$

En comparant les forces de viscosité et de pression :

$$\frac{F_v}{F_p} \approx \frac{\eta \frac{U}{e} wL}{\Delta P S_p} \approx \frac{\eta U w L}{e \frac{12\eta L D_v}{we^3} S_p} \approx \frac{e^2 U w^2}{12 D_v S_p}.$$

Or par conservation du débit volumique $D_v \approx U 2\pi r_1 e$ et donc :

$$\frac{F_v}{F_p} \approx \frac{e^2 w^2}{24\pi^2 r_1 e r_p^2} \approx \frac{(10^{-3})^2 (15\pi \cdot 10^{-3})^2}{24\pi^2 10 \cdot 10^{-3} 10^{-3} (10^{-2})^2} \approx 10^{-2}, \text{ on a donc } \boxed{F_v \ll F_p}.$$

Q14. Le piston ne subit de la part de l'amortisseur que les forces de pression, la contribution de la viscosité étant négligée. Le mouvement du piston suivant celui de la roue perpendiculairement à la route avec $\vec{V} = -V_o \vec{u}_z$. Donc :

$$\begin{aligned} \vec{F} &= -\Delta P S_p \vec{u}_z \\ &= \frac{12\eta L}{we^3} S_p^2 V_o \vec{u}_z \end{aligned}$$

D'où $\vec{F} = -\alpha \vec{V}$ avec $\boxed{\alpha = \frac{12\eta L}{we^3} S_p^2}$.

15) Application numérique : $\alpha = \frac{12 \times 1,0 \times 20 \cdot 10^{-3}}{15\pi \cdot 10^{-3} (1,0 \cdot 10^{-3})^3} (\pi (10 \cdot 10^{-3})^2)^2 \approx 10^2 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. La valeur obtenue

est faible par rapport aux valeurs typiques des amortisseurs de voiture. Il est probable que l'amortisseur présenté ne pourrait pas être monté sur une voiture.

III.2 Influence du caractère ferromagnétique du fluide

Q16. En considérant les particules ferromagnétiques comme de petits dipôles magnétiques, sous l'action d'un champ magnétique ceux-ci vont s'orienter tels que le couple exercé sur les dipôles soit nul, ce qui est réalisé lorsque le moment magnétique et le champ magnétique sont alignés. Ce mécanisme se réalise également d'un dipôle à l'autre.

Q17. D'après la figure 9, la force F varie linéairement avec la vitesse sur la plage de valeurs $[0; 170 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}]$. Sachant que le piston se déplace à la vitesse V_o comprise en 0 et $100 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$, cette plage de valeurs est donc acceptable.

Q.18 D'après le cahier des charges (Tableau 1), le temps de réponse à un échelon doit être inférieur à 35 ms. Un temps de formation caractéristique des agrégats de 3 ms semble donc tout à fait acceptable.

III.3) Modélisation du circuit magnétique et du circuit électrique de la bobine

Q19. Equation de Maxwell-Ampère : $\boxed{\text{rot}(\vec{B}) = \mu_o \left(\vec{j} + \epsilon_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)}$.

Equation de Maxwell-Thomson : $\boxed{\text{div}(\vec{B}) = 0}$.

Q20. L'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS) consiste à supposer que le temps de propagation des phénomènes est très faible devant le temps caractéristique de variation des

champs. Tout phénomène de propagation est donc considéré comme instantané. L'équation de Maxwell-Ampère se ré-écrit dans ce cas : $\boxed{\text{rot}(\vec{B}) \approx \mu_0 \vec{j}}$.

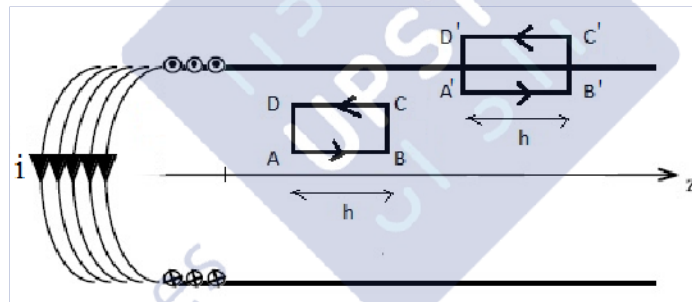
Q21. $\text{rot}(\vec{B}) \approx \mu_0 \vec{j}$ donc $\iint \text{rot}(\vec{B}) \vec{dS} \approx \mu_0 \iint \vec{j} \cdot \vec{dS}$

Or $\iint \text{rot}(\vec{B}) \vec{dS} = \oint \vec{B} \cdot \vec{dl}$ (sur un contour fermé \mathcal{C} s'appuyant sur la surface d'intégration) et $\iint \vec{j} \cdot \vec{dS} = I$, où est le I courant traversant S, donc enlacé par le contour fermé \mathcal{C} . Alors :

$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{\text{enl}}}$$

Q22. Analyse des symétries : soit un point M quelconque, le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est un plan de symétrie de la distribution de courant donc est un plan d'antisymétrie du champ magnétique qui est donc orthogonal à ce plan. Donc $\vec{B}(M) = B(M) \vec{u}_z$.

Analyse des invariance : il y a invariance par rotation autour de l'axe Oz, et par translation suivant z (solénoïde infini) donc $\vec{B}(M) = B(r) \vec{u}_z$.



Application du théorème d'Ampère le long du contour ABCD (voir schéma) : $\oint_{ABCD} \vec{B} \cdot \vec{dl} = 0$ donc

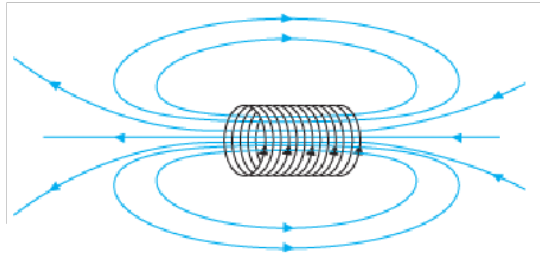
$$B(r)h - B(r')h = 0 \text{ donc le champ magnétique est uniforme dans le solénoïde.}$$

Application du champ magnétique le long du contour A'B'C'D' : $\oint_{A'B'C'D'} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 nhI$ donc

$$B(r)h - \underbrace{B_{\text{ext}}}_{=0} h = \mu_0 nhI \text{ donc le champ dans le solénoïde } \boxed{\vec{B} = \mu_0 nI \vec{u}_z}$$

Q23. Les lignes de champ magnétique sont les courbes colinéaires au champ magnétique et sont donc parallèles à l'axe $O\vec{z}$.

Q24.



D'après l'équation de Maxwell-Thomson le champ magnétique est à flux conservatif, aussi le champ magnétique sortant d'une surface fermé doit nécessairement y rentrer afin d'assurer cette condition.

Q25. $\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$ donc $\phi = \mu_0 n I \pi \delta^2$.

Q26. $\phi_p = N_i \phi = \frac{N_i^2 \mu_0 I \pi \delta^2}{l}$. L'inductance propre est définie par $\phi_p = L_p I$ donc $L_p = \frac{N_i^2 \mu_0 \pi \delta^2}{l}$.

Q27. Si l'on modélise la bobine par un solénoïde infini alors le champ magnétique est dirigé suivant \vec{u}_z et est uniforme dans la bobine. L'acier étant considéré comme un matériau ferromagnétique doux, alors \vec{H} et \vec{B} sont colinéaires.

L'épaisseur de l'entrefer e étant très faible devant la longueur du circuit magnétique, alors on peut négliger les effets de bord et considérer les lignes de champ dirigées suivant \vec{u}_r et le champ uniforme.

Q28. $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ où μ_r est la perméabilité magnétique relative.

Q29. Conservation du flux magnétique : $B_3 2\pi r_m h = B_1 S_1$.

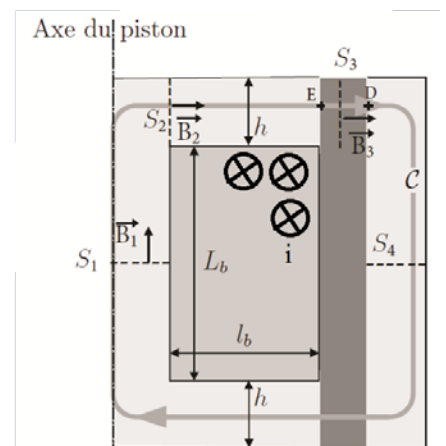
Q30. Dans le modèle du ferromagnétique parfait, la perméabilité magnétique des matériaux est infinie. Sous couvert de cette approximation on en déduit que

$H_1 \approx H_2 \approx H_4 \approx 0$. Ainsi: $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{1,2,4} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_3 \vec{H} \cdot d\vec{l}$ et donc

$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} \approx 2eH_3$.

Q31. Application du théorème d'Ampère au contour C. On choisit la convention d'orientation du courant dans la bobine comme indiqué sur le schéma ci-contre. D'après l'énoncé, la bobine possède N spires jointives.

$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = Ni$ et donc $2eH_3 = Ni$.



La présence d'un courant modifie donc l'excitation magnétique dans la valve, par conséquent d'après la figure 9 le coefficient directeur de F en fonction de V ($\alpha...$) est modifié.

Q32. Par définition du flux champ magnétique à travers la bobine : $\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_1 \iint dS$

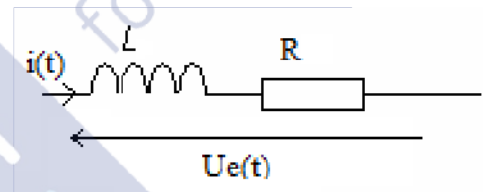
Donc avec le résultat de la question 29 : $\phi = B_3 \frac{2\pi r_m h}{S_1} \iint dS$ et donc $\phi = \mu_o \mu_2 H_3 \frac{2\pi r_m h}{S_1} \iint dS$.

Donc avec le résultat de 31) : $\phi = \mu_o \mu_2 \frac{Ni}{2e} \frac{2\pi r_m h}{S_1} \iint dS$ et donc finalement :

$$\phi = \underbrace{\mu_2 \mu_o \frac{N}{2e} \frac{2\pi r_m h}{S_1} \iint dS}_{L'} \times i \quad \text{Dans le cas où } \mu_2=1 \text{ les autres termes sont inchangés et donc } \phi = L_o i$$

avec $L' = \mu_2 L_o$.

Q33. On peut modéliser la bobine réelle par une inductance propre L' , dont l'origine est due au flux du champ magnétique à travers le bobinage, en série avec une résistance R_b , le fil électrique étant un conducteur ohmique.



Q34. Loi des mailles : $U_e(t) = L' \frac{di}{dt} + R_b i(t)$.

Donc pour $t > 0$: $\frac{L'}{R_b} \frac{di}{dt} + i(t) = \frac{E}{R_b}$. Il apparaît le temps caractéristique d'évolution de l'intensité :

$$\tau = \frac{L'}{R_b}$$

Q35. Avec la figure 12, on lit la valeur du temps caractéristique à 63% de l'intensité maximale. On

calcule donc : $L_o = 4,25mH$ et $L' \approx 13mH$.

On calcule alors : $\mu_2 = \frac{L'}{L_o} \approx 3$, valeur cohérente avec l'énoncé ($\mu_2=2,5$).

L'énoncé attend-il d'avantage ? La valeur de R_b n'était pas nécessaire pour établir le résultat précédent...

Q36. Le temps de réponse du système est bien inférieur au temps de réponse maximal fixé par le cahier des charges. L'adaptation en temps réel du facteur d'amortissement est donc possible et surtout compatible avec l'application étudiée.

IV Caractérisation expérimentale de la suspension MR

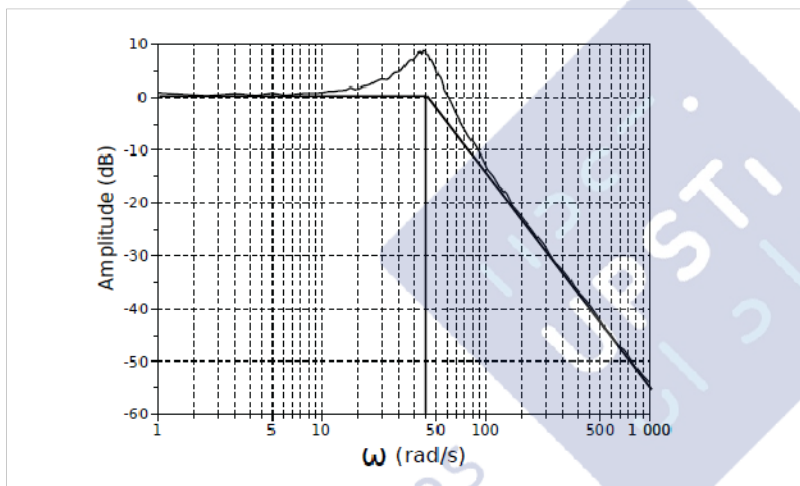
IV.1 Identification des paramètres pilotant la suspension

Q37. A partir de la courbe de la figure 14 (on dispose de la seule courbe de gain), on observe :

- un phénomène de résonance autour de la pulsation 50 rad.s⁻¹
- une asymptote horizontale pour les basses fréquences (amplitude proche de 0dB)
- une asymptote de pente -40dB/décade pour les pulsations supérieures à 50 rad.s⁻¹

On peut donc proposer un modèle de fonction de transfert du second ordre :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2}$$



Les graduations sont difficiles à comprendre sur la courbe. Il était difficile de trouver une valeur précise de ω_0 sans calculatrice. Une valeur entre 45 et 50 rad.s⁻¹ semble convenir. Le gain statique semble légèrement supérieur à 1, mais on peut prendre $K=1$ qui correspond au comportement attendu aux basses fréquences.

Q38.

$$\left(\frac{\omega_r}{\omega_0}\right)^2 = 0,8725 \text{ et } \omega_r = \omega_0\sqrt{1 - 2\xi^2}$$

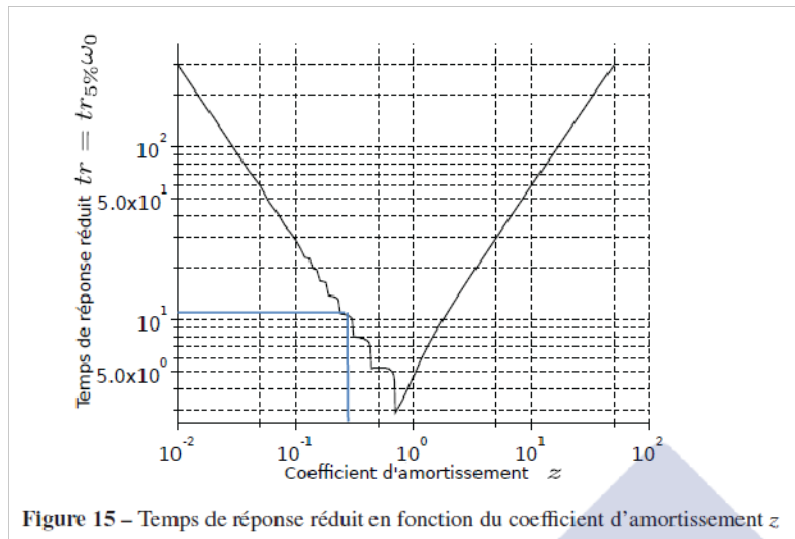
En combinant les deux équations précédentes, on obtient :

$$1 - 2\xi^2 = 0,8725 \text{ soit } \xi = \sqrt{0,06375}$$

Le sujet propose la valeur de $\sqrt{0,06325} \approx 0.25$, on pourra considérer les deux valeurs $\sqrt{0,06375}$ et $\sqrt{0,06325}$ proches.

$$\xi \approx 0.25$$

A partir de l'abaque, on détermine le temps de réponse réduit : à la lecture du diagramme, on peut proposer une valeur légèrement supérieure à 10 pour le temps de réponse réduit, ce qui donne un temps de réponse de l'ordre de 0.2s.



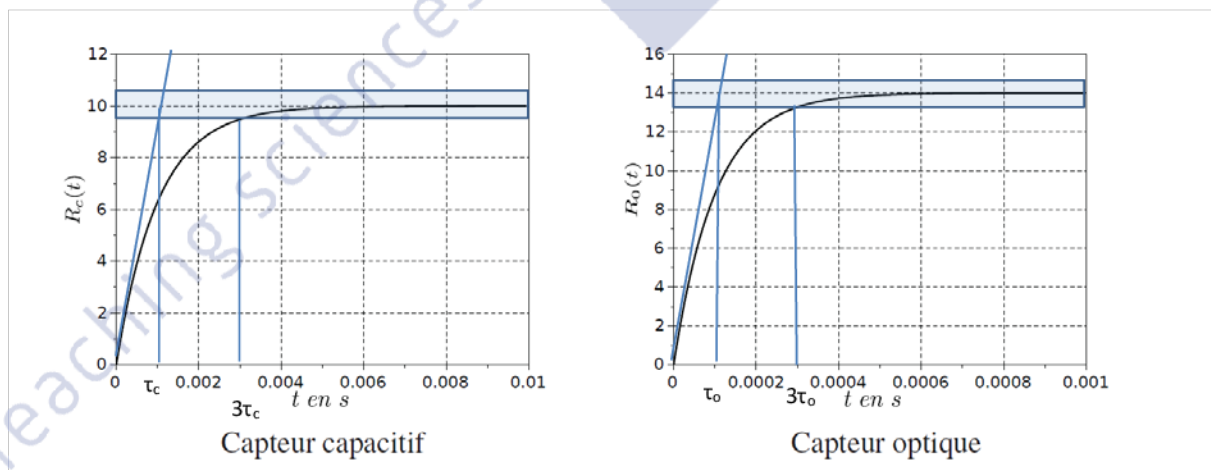
IV. Caractérisation du capteur de déplacement

Q39.

En modélisant les deux capteurs par des systèmes du premier ordre, les temps caractéristiques (que l'on notera τ_c et τ_o pour capacitif et optique) :

$\tau_c \approx 1ms$ (par mesure du temps de réponse à 5% ou par la tangente à l'origine)

$\tau_o \approx 0.1ms$ (par mesure du temps de réponse à 5% ou par la tangente à l'origine)



Q40.

La plage de mesure du capteur capacitif est très insuffisante pour l'application envisagée, il est par contre possible d'utiliser un capteur optique.

Q41.

Le temps de réponse du capteur est de l'ordre de $0.3 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ alors que le temps de réponse du système est de l'ordre de 0.25 s (soit 1000 fois plus élevé que le temps de réponse du capteur) d'après les résultats de la question 38. On peut donc avec une bonne approximation considérer que le capteur de déplacement est un système « instantané ».

Q42. On considérera donc le capteur comme un gain pur :

$$K_{cap} = 14 \text{ U. S. I}$$

L'unité du gain n'est pas précisée (unité de mesure en sortie, unité de la chaîne d'acquisition du capteur en entrée).

IV.3 Pilotage de la suspension et choix du correcteur

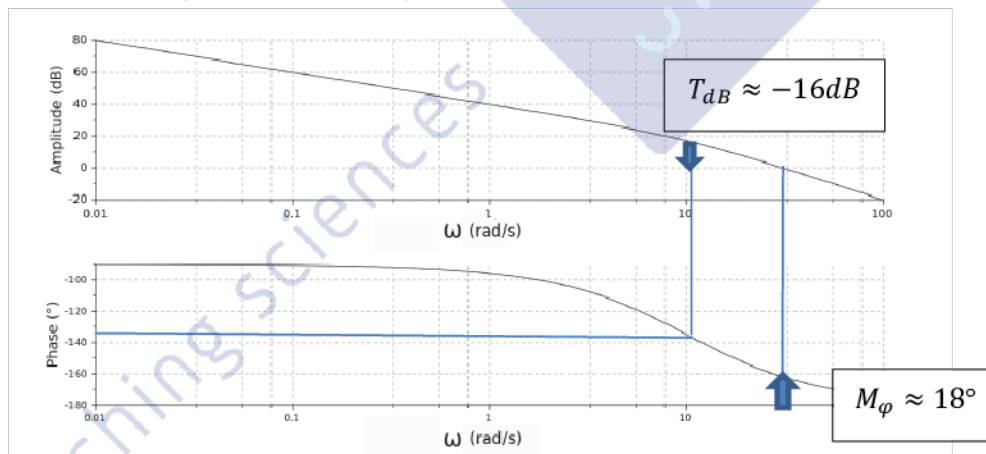
Q43.

$$FTBO(p) = \frac{K}{p(1 + T_e \cdot p)}$$

La FTBO est de classe 1, le système est donc précis pour une entrée temporelle $V_{m \text{ ref}}$ en échelon.

Q44.

A partir du diagramme de Bode (gain et phase) fourni :



Q45.

On souhaite une marge de phase de 45° au moins pour valider l'exigence 1.3 du cahier des charges. On obtient sur le diagramme fourni la valeur de l'amplitude en dB pour obtenir une phase de -135° .

On résout ensuite :

$$20 \cdot \log(K_p) = -16$$

$$K_p = 10^{-0.8} \approx 0.15$$

