

Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun Polytechniques

Année : 2016

Filière : PSI

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Q1 :

On isole la bouée. Les actions mécaniques extérieures appliquées sont :

- l'action de la pesanteur :

- o sur la partie inférieure du lest : $\vec{P}_1 = m_1 \vec{g} = -m_1 g \vec{z}$ appliquée en G_1

$$\{\tau_{p \rightarrow 1}\}_{G_1} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_1 g & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

- o sur la partie supérieure du lest : $\vec{P}_2 = m_2 \vec{g} = -m_2 g \vec{z}$ appliquée en G_2

$$\{\tau_{p \rightarrow 2}\}_{G_2} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_2 g & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & G_1 G_2 m_2 g \\ -m_2 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_1} (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$$

- o sur le flotteur : $\vec{P}_3 = m_3 \vec{g} = -m_3 g \vec{z}$ appliquée en G_3 ;

$$\{\tau_{p \rightarrow 3}\}_{G_3} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_3 g & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & G_1 G_3 m_3 g \\ -m_3 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_1} (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$$

- l'action de l'eau :

- o sur la partie inférieure du lest : $\vec{F}_1 = 0.5 \rho V_1 g \vec{z}$ appliquée en A_1

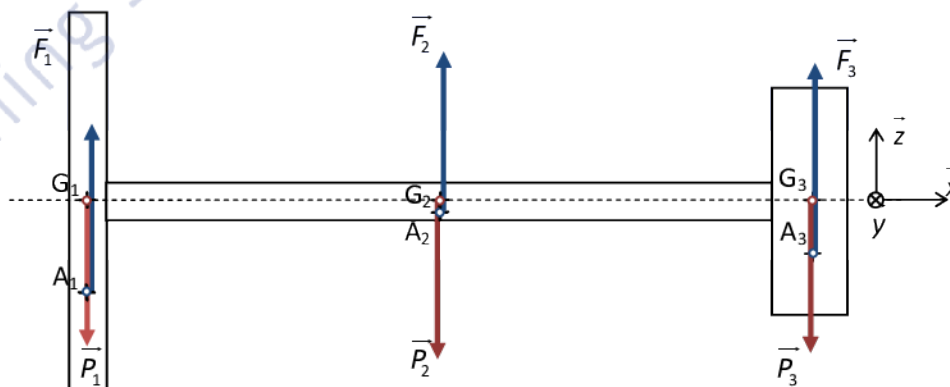
$$\{\tau_{e \rightarrow 1}\}_{A_1} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.5 \rho V_1 g & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.5 \rho V_1 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_1} (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$$

- o sur la partie supérieure du lest : $\vec{F}_2 = 0.5 \rho V_2 g \vec{z}$ appliquée en A_2

$$\{\tau_{e \rightarrow 2}\}_{A_2} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.5 \rho V_2 g & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0.5 G_1 G_2 \rho V_2 g \\ 0.5 \rho V_2 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_1} (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$$

- o sur le flotteur : $\vec{F}_3 = 0.5 \rho V_3 g \vec{z}$ appliquée en A_3

$$\{\tau_{e \rightarrow 3}\}_{A_3} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.5 \rho V_3 g & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0.5 G_1 G_3 \rho V_3 g \\ 0.5 \rho V_3 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_1} (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$$



Q2 :

On recherche la somme des moments en G_1 , suivant la direction \vec{y} :

$$\overrightarrow{M}_{G_1, ext \rightarrow bouée} \cdot \vec{y} = G_1 G_2 m_2 g + G_1 G_3 m_3 g - 0.5 G_1 G_2 \rho V_2 g - 0.5 G_1 G_3 \rho V_3 g$$

$$\overrightarrow{M_{G_1, ext \rightarrow bouée}} \cdot \vec{y} = 9.81 \times (21.52 \times 120000 + 31.60 \times 25000 - 0.5 \times 1025 \times (21.52 \times 62.20 + 31.60 \times 165.87))$$

$$\overrightarrow{M_{G_1, ext \rightarrow bouée}} \cdot \vec{y} = 1290 \text{ N.m.}$$

Vue la valeur des différentes quantités calculées et aux erreurs d'arrondis près, l'équilibre est assuré. Plus précisément, l'action de la pesanteur n'étant pas suffisamment compensée par la poussée d'Archimède, la bouée est immergée à un peu plus de la moitié de son volume.

Q3 :

La partie immergée du lest a pour volume : $V = V_1 + V_2 - 4 \times \pi \frac{d_2^2}{4}$.

La poussée d'Archimède s'exerçant sur lui est donc donnée par : $F_A = \rho \left(V_1 + V_2 - 4 \times \pi \frac{d_2^2}{4} \right) g$.

L'application numérique donne :

$$F_A = 1025 \times \left(123.15 + 62.20 - 4 \times \pi \frac{1.5^2}{4} \right) \times 9.81 = 1.79 \times 10^6 \text{ N.}$$

Q4 :

On isole le lest.

Il est soumis :

- aux actions de la pesanteur $\vec{P}_1 = -m_1 g \vec{z}$, $\vec{P}_2 = -m_2 g \vec{z}$,
 $\vec{P}_b = -m_b g \vec{z} = -\rho V_b g \vec{z}$ (poids du ballast),
- la poussée d'Archimède $\vec{F}_A = F_A \vec{z}$,
- l'action du flotteur : action transmissible par une liaison glissière de direction \vec{z} .

On applique le théorème de la résultante statique sur la direction \vec{z} :

$$-(m_1 + m_2 + \rho V_b)g + F_A = 0 \text{ et donc } V_b = \frac{F_A - (m_1 + m_2)g}{\rho g}.$$

$$\text{A.N. : } V_b = \frac{1.79 \times 10^6 - (35000 + 120000) \times 9.81}{1025 \times 9.81} = 26.8 \text{ m}^3.$$

Cette valeur est inférieure à la capacité du ballast (30.00 m³).

Q5 :

Les périodes mesurées sur au moins 50 relevés sont comprises entre 8 et 14 secondes.

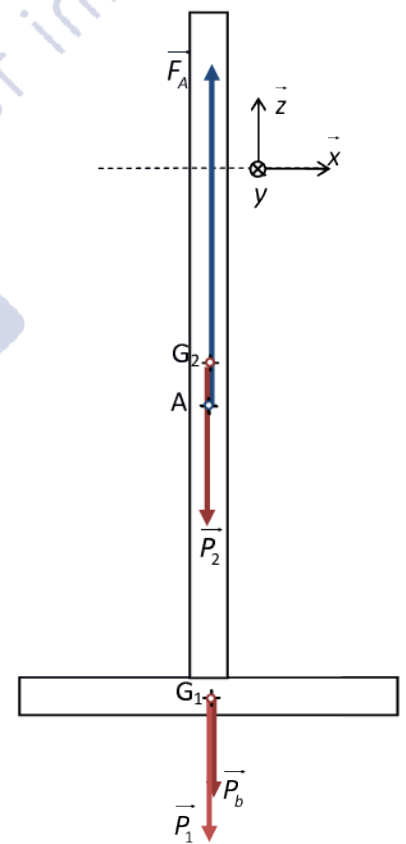
La bande passante doit donc être $[\omega_{\min}, \omega_{\max}] = \left[\frac{2\pi}{14}, \frac{2\pi}{8} \right] = [0.44, 0.79] \text{ (rad/s)}$.

La pulsation dominante correspond à une période de 12 secondes, c'est-à-dire $\omega_n = 0.52 \text{ rad/s}$.

Q6 :

On isole le flotteur. Il est soumis aux mécaniques suivantes :

- l'action du lest : action transmissible par une liaison glissière de direction \vec{z} ,
- la force hydrostatique \vec{f}_{hs} ,
- la force d'excitation \vec{f}_e ,
- la force de radiation \vec{f}_r ,
- l'action du vérin hydraulique \vec{f}_v .



On applique le théorème de la résultante dynamique sur la direction \vec{z} : $(\vec{f}_{hs} + \vec{f}_e + \vec{f}_r + \vec{f}_v) \cdot \vec{z} = m\ddot{z}$.

$$-\rho g S z + f_e - A\ddot{z} - B\dot{z} - Cz = m\ddot{z}$$

$$(m+A)\ddot{z} + (B+C)\dot{z} + \rho g S z = f_e$$

On identifie donc $a_2 = m + A$, $a_1 = B + C$ et $a_0 = \rho g S$.

Q7 :

Les conditions initiales sont nulles.

On en déduit la fonction de transfert : $H_B(p) = \frac{Z(p)}{F_e(p)} = \frac{1}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}$.

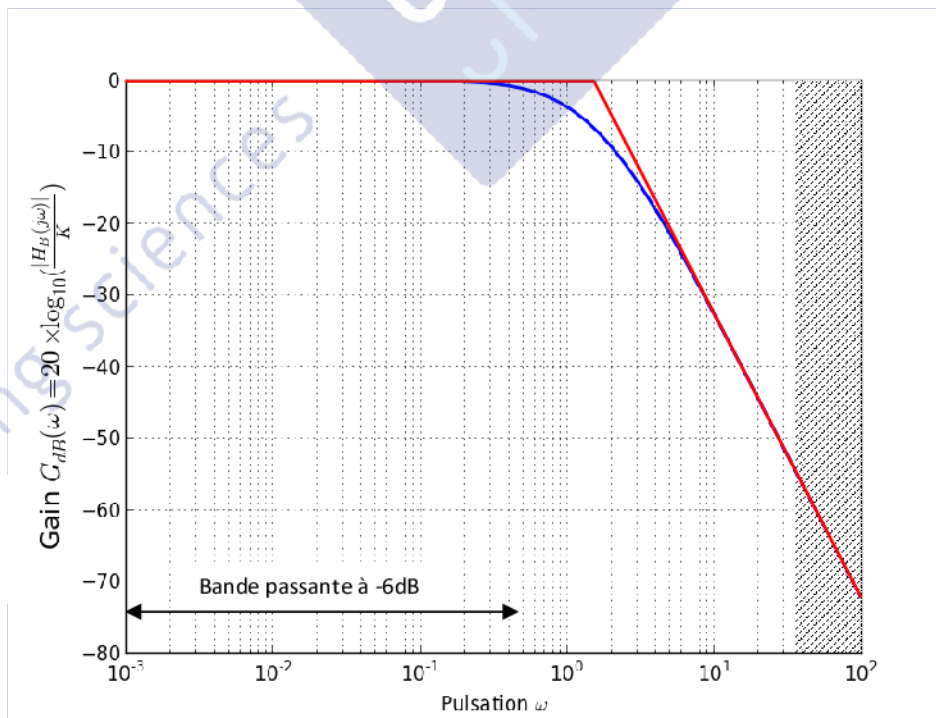
Q8 :

Sous forme canonique : $H_B(p) = \frac{1/a_0}{1 + \frac{a_1}{a_0} p + \frac{a_2}{a_0} p^2}$.

On en déduit les paramètres caractéristiques d'une fonction de transfert du 2nd ordre :

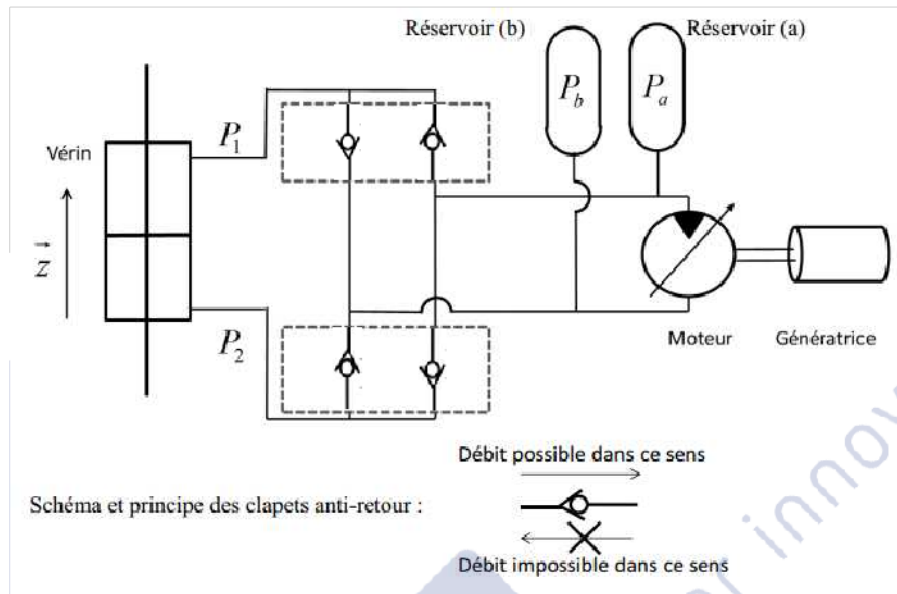
- gain statique : $K = 1/a_0 = \frac{1}{\rho g S} = 0.79 \times 10^{-5} \text{ m.N}^{-1}$,
- pulsation du système non amorti : $\omega_0 = \sqrt{a_0/a_2} = \sqrt{\rho g S / (m+A)} = 1.54 \text{ rad.s}^{-1}$,
- coefficient d'amortissement : $\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_2 a_0}} = \frac{B+C}{2\sqrt{(m+A)\rho g S}} = 1.1$.

Q9 et Q10 :



Avec un coefficient d'amortissement de l'ordre de 1, on a une bande passante à -6dB de l'ordre de $[0 ; \omega_0]$. La pulsation dominante $\omega_n = 0.52 \text{ rad/s}$ se situe donc dans la bande passante.

Q11 :



Q12 :

On isole l'ensemble S = rotors moteur hydraulique + génératrice.

On appelle 0 le repère supposé galiléen, lié au bâti.

On néglige l'action de la pesanteur.

Il est soumis aux actions mécaniques suivantes :

- actions mécaniques transmissibles par la liaison pivot avec le bâti (supposée parfaite),
- actions mécaniques du fluide sur le rotor du moteur hydraulique,
- action mécanique exercée par le stator de la génératrice sur le rotor.

Energie cinétique : $Ec_{S/0} = \frac{1}{2} J \omega_m^2$

Puissance des actions mécaniques extérieures : $P_{S \rightarrow S/0} = P_{stator \rightarrow rotor/0} + P_{fluide \rightarrow rotor/0} = -f_{cg} \omega_m^2 + x_m D_m \omega_m \Delta P$

Puissances intérieures : $P_{int(S)} = 0$

Théorème de l'énergie cinétique : $\frac{dEc_{S/0}}{dt} = P_{S \rightarrow S/0} + P_{int(S)}$

$$J \omega_m \frac{d\omega_m}{dt} = -f_{cg} \omega_m^2 + x_m D_m \omega_m \Delta P$$

On en déduit : $J \frac{d\omega_m}{dt} = -f_{cg} \omega_m + x_m D_m \Delta P$

Q13 :

En régime établi, $x_m D_m \Delta P = f_{cg} \omega_m$ et donc $\omega_m = \frac{x_m D_m \Delta P}{f_{cg}}$.

En prenant $x_m = 1$, $\omega_m = \frac{D_m \Delta P}{f_{cg}}$.

Pour $\Delta P = 30$ bars, $\omega_{m,min} = \frac{9.55 \times 10^{-6} \times 30 \times 10^5}{0.19} = 151 \text{ rad/s} = 1440 \text{ tr/min}$.

Pour $\Delta P = 120$ bars, $\omega_{m,min} = \frac{9.55 \times 10^{-6} \times 120 \times 10^5}{0.19} = 603 \text{ rad/s} = 5760 \text{ tr/min}$.

Le diagramme des exigences nous indique une vitesse nominale de 1500 tr/min. Pour respecter cette valeur, il est donc nécessaire de pouvoir faire varier la cylindrée du moteur en fonction des conditions de fonctionnement du moteur hydraulique. Un système de régulation est donc nécessaire.

Q14 :

On effectue une fermeture dimensionnelle : $\vec{OA} + \vec{AI} + \vec{IH} + \vec{HO} = \vec{0}$.

$$r\vec{z}_1 + e\vec{z}_0 - \lambda\vec{x}_0 - L\vec{z}_0 = \vec{0}.$$

En projection sur \vec{x}_0 : $r \sin \alpha - \lambda = 0$.

En projection sur \vec{z}_0 : $r \cos \alpha + e - L = 0$.

On élimine la variable r : $\lambda = (L - e) \tan \alpha$.

Q15 :

L'énoncé donne la relation $x_m D_m = K_\alpha \tan \alpha = K_\alpha \frac{\lambda}{L - e}$.

$$x_m D_m = K_m \lambda. \text{ On en déduit } K_m = \frac{K_\alpha}{L - e}.$$

D_m et K_m sont des constantes. Il y a donc proportionnalité entre les paramètres x_m et λ . Le mécanisme de commande de la cylindrée est donc linéaire.

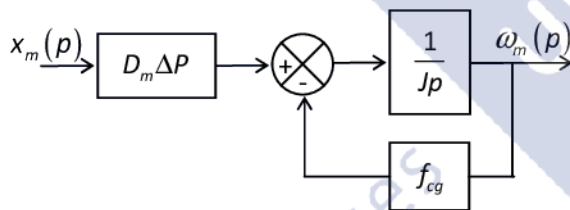
Q16 :

On reprend l'équation obtenue à la question 12 : $J \frac{d\omega_m}{dt} = -f_{cg} \omega_m + x_m D_m \Delta P$.

Dans le domaine symbolique de Laplace, en prenant une différence de pression ΔP constante, et en considérant toutes les conditions nulles : $Jp\omega_m(p) = -f_{cg} \omega_m(p) + x_m(p) D_m \Delta P$.

$$\text{Soit } \omega_m(p) = \frac{1}{Jp} (x_m(p) D_m \Delta P - f_{cg} \omega_m(p)).$$

On propose alors le schéma blocs suivant :



Q17 :

$$FTBO(p) = C(p) H_{mh}(p) D_m \Delta P \frac{1}{1 + \frac{f_{cg}}{Jp}} = \left(\frac{K_{mh}}{1 + \tau_{mh} p} \right) D_m \Delta P \left(\frac{1}{Jp + f_{cg}} \right) = \frac{D_m \Delta P K_{mh}}{(1 + \tau_{mh} p)(Jp + f_{cg})}.$$

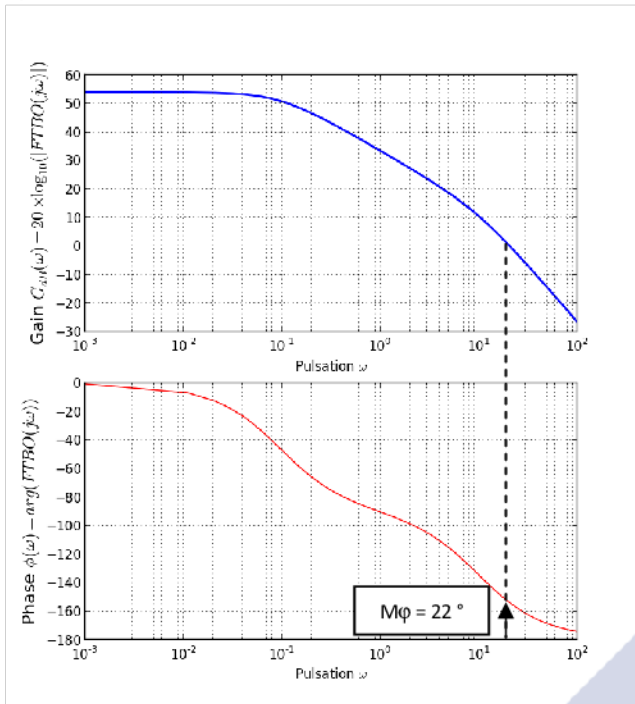
$$\text{Sous forme canonique : } FTBO(p) = \frac{D_m \Delta P K_{mh}}{f_{cg}} \frac{1}{(1 + \tau_{mh} p) \left(1 + \frac{J}{f_{cg}} p \right)}.$$

Q18 :

La FTBO est de classe $\alpha = 0$. L'écart statique est donc non nul (erreur statique relative : $1 / K_{BO}$).

L'exigence de précision 1.1.4.1.1 précise que ce dernier doit être nul. Le comportement du système n'est donc pas conforme au cahier des charges. La présence d'un correcteur PI permettra de corriger cela.

Q19 :



Système non corrigé

Marge de gain : ∞

Marge de phase : 22°

Conclusion : la marge de phase est inférieure à l'exigence de stabilité 1.1.4.1.3 (45°). Le cahier des charges n'est pas respecté.

Q20 :

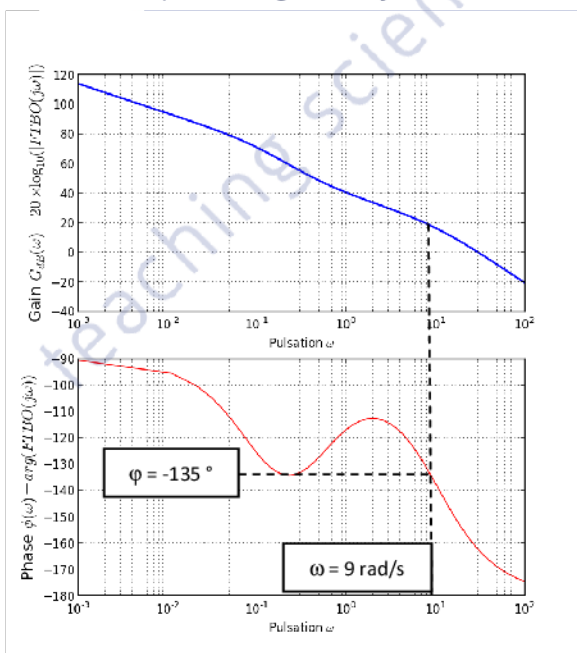
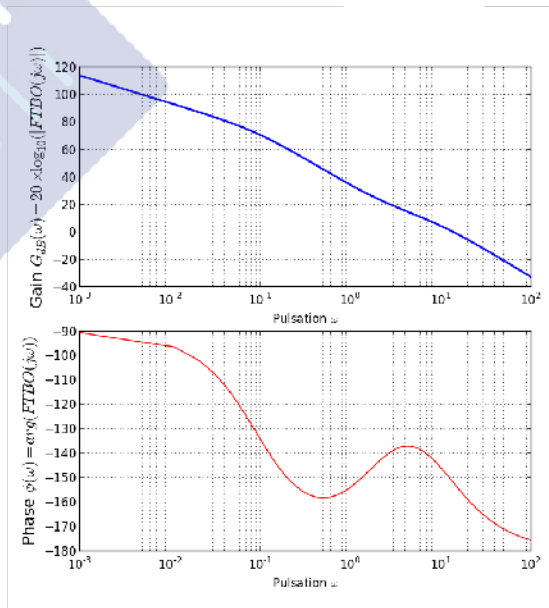
$$C(p) = \frac{K_i}{p} + K_c = \frac{K_i}{p} \left(1 + \frac{K_c}{K_i} p \right). \text{ On identifie alors } K = K_i \text{ et } \tau_c = \frac{K_c}{K_i}.$$

Q21 :

La pulsation pour laquelle le gain est nul est $\omega \approx 20 \text{ rad/s}$. On en déduit qu'une décade avant cette pulsation donne $\omega_c \approx 2 \text{ rad/s}$.

Q22 :

NB : Pour $\omega_c = 2 \text{ rad/s}$, on obtient $\tau_c = 0.5 \text{ s}$.
Le diagramme de Bode de la FTBO est alors donné ci-contre.
Mais ce n'est pas le diagramme fourni sur le document réponse.



Pour $\tau_c = 2 \text{ s}$, soit $\omega_c = 0.5 \text{ rad/s}$, on obtient le diagramme ci-contre. C'est le diagramme du document réponse.
La pulsation ω_c se situe donc à un peu plus qu'une décade avant la pulsation pour laquelle le gain est nul.
Il semble donc qu'il y ait une erreur dans le sujet. On travaillera quand même avec pour la suite.

Si on veut une marge de 45° , il faut déterminer la pulsation pour laquelle la phase est de -135° . Soit $\omega \approx 9$ rad/s. Le gain est alors d'environ 20 dB. On cherche donc à abaisser sa valeur à 0 dB.

L'équation donnant la valeur de K est donc $20 \log_{10} K = -20$. On en déduit $K = K_i = 0.1 \text{ s}^{-1}$.

On donne alors $K_c = \tau_c K_i = 0.5 \times 0.1 = 0.05$.

NB : cela semble correspondre avec les valeurs données dans la suite du sujet. Mais avec l'erreur mentionnée ci-dessus, cela donnerait plutôt $K_c = \tau_c K_i = 2 \times 0.1 = 0.2$.

Q23 :

La question 15 nous a permis de montrer le comportement linéaire de la commande de la cylindrée. Pourtant, la course du vérin étant limitée, la valeur de x_m ne peut être trop grande, ni trop petite.

Le tableau 3 (page 9) nous donne le domaine de valeurs $x_m \in [0.1; 1]$.

La courbe réponse de la figure 11 ne semble pas présenter de limitation de la valeur de x_m .

Il faudrait donc rajouter un bloc de saturation dans la modélisation par schéma blocs. La valeur minimale serait 0.1, et la maximale 1.

Q24 :

La question 13 nous a conduit à la relation $\omega_m = \frac{x_m D_m \Delta P}{f_{cg}}$.

Pour $\Delta P = 30$ bars, $x_m = \frac{\omega_m f_{cg}}{D_m \Delta P} = \frac{1500 \times \pi \times 0.19}{30 \times 9.55 \times 10^{-6} \times 30 \times 10^5} = 1.04$.

Pour $\Delta P = 120$ bars, $x_m = \frac{\omega_m f_{cg}}{D_m \Delta P} = \frac{1500 \times \pi \times 0.19}{30 \times 9.55 \times 10^{-6} \times 120 \times 10^5} = 0.26$.

Ces valeurs encadrent bien la valeur de 0.31 atteinte par $x_m(t)$ en régime établi.

Par contre, la valeur du facteur de commande de cylindrée dans le cas où $\Delta P = 30$ bars, est impossible.

Pour $x_m = 1$ et $\Delta P = 30$ bars, on aurait $\omega_m = \frac{1 \times 9.55 \times 10^{-6} \times 30 \times 10^5 \times 30}{0.19 \times \pi} = 1440$ tr/min, ce qui ne satisfait pas à l'exigence de vitesse nominale 1.1.4.1.2.

Q25 :

Avec des conditions initiales nulles, $V(p) = pZ(p) = pH_B(p)F_e(p)$.

On en déduit donc en régime harmonique : $V(j\omega) = j\omega \times H_B(j\omega) \times F_e(j\omega)$.

Q26 :

Le maximum peut être trouvé en résolvant l'équation $\frac{dP_{cap}(C)}{dC} = 0$.

Q27 :

$$\frac{d \frac{1}{2} C |V(j\omega)|^2}{dC} = 0 \text{ puis } \frac{d \frac{1}{2} C |j\omega \times H_B(j\omega) \times F_e(j\omega)|^2}{dC} = 0.$$

$$\frac{dC |j\omega|^2 |H_B(j\omega)|^2 |F_e(j\omega)|^2}{dC} = 0 \text{ et donc } \frac{dC |H_B(j\omega)|^2}{dC} = 0.$$

$$\frac{dC}{dC} \left| \frac{c_0}{c_1 + (C+B)j\omega - c_3\omega^2} \right|^2 = 0, \quad \frac{d}{dC} \left[\frac{C}{(c_1 - c_3\omega^2)^2 + (C+B)^2\omega^2} \right] = 0.$$

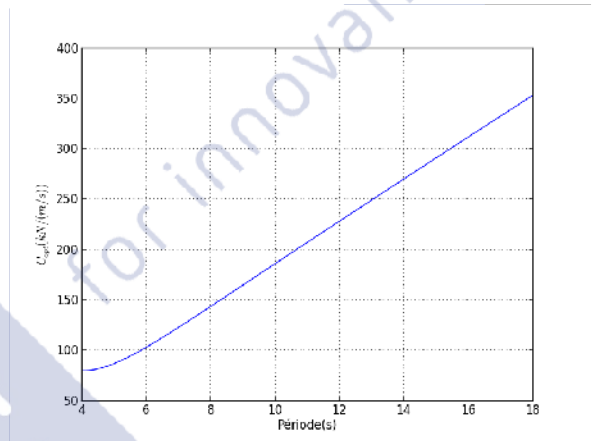
$$\frac{[(c_1 - c_3\omega^2)^2 + (C+B)^2\omega^2] - 2C(C+B)\omega^2}{[(c_1 - c_3\omega^2)^2 + (C+B)^2\omega^2]^2} = 0 \text{ entraîne } (c_1 - c_3\omega^2)^2 + (C+B)^2\omega^2 - 2C(C+B)\omega^2 = 0.$$

$$(c_1 - c_3\omega^2)^2 - C^2\omega^2 + B^2\omega^2 = 0 \text{ et donc } C^2 = \frac{B^2\omega^2 + (c_1 - c_3\omega^2)^2}{\omega^2} \text{ (avec } \omega \neq 0).$$

On ne conserve alors que la solution positive :

$$C_{opt} = \frac{\sqrt{B^2\omega^2 + (c_1 - c_3\omega^2)^2}}{\omega}.$$

En posant $\omega = \frac{2\pi}{T}$, on obtient le tracé ci-contre conforme à celui de l'énoncé.



Q28 :

$$\Phi(t) = \Delta P(t) \times S_p.$$

Au maximum, $\Delta P(t) = P_{a,max} - P_{b,min} = 350 - 10 = 340$ bars.

On en déduit $\Phi_{max} = 340 \times 10^5 \times 0.007 = 238$ kN.

L'effort optimal maximal est d'un peu plus de 80 kN.

Cette valeur est inférieure à la valeur Φ_{max} calculée.

Q29 :

$$\text{L'énoncé donne : } C = \left(\frac{S_p}{x_m D_m} \right)^2 f_{cg}.$$

$$f_{cg,max} = C_{opt,max} \left(\frac{x_m D_m}{S_p} \right)^2 = 350000 \times \left(\frac{0.3 \times 9.55E-6}{0.007} \right)^2 = 0.0586 < 0.19 \text{ N.m/(rad.s}^{-1}).$$

La génératrice permet donc d'imposer la valeur maximale $C_{opt,max}$.

Q30 :

Les calculs de V_{opt} et C_{opt} sont issus d'expressions non linéaires.

Le vérin hydraulique, les différents clapets anti-retour, le moteur hydraulique, la génératrice électrique, sont sources de pertes énergétiques.

Q31 :

La puissance transmise est nulle si le rendement de la génératrice électrique est nul. Cela arrive si la vitesse de rotation du rotor est trop faible. L'asservissement de vitesse est donc justifié.

La stratégie 3 permet d'avoir le meilleur rendement total quelles que soient les configurations de houle.

Q32 :

La puissance de la houle oscille alors que la puissance générée est plutôt constante.

L'inertie des différentes pièces mécaniques et le système de régulation de la vitesse du rotor permet cela.

Q33 :

La période dominante sur la courbe donnant la position du flotteur est d'à peu près 8 s.

Sur la courbe figure 12, on peut alors relever $\Phi_{opt} \approx 72$ kN.

La valeur donnée par la simulation est plutôt de 35 kN environ. Le rendement du vérin hydraulique avec notamment la prise en compte des frottements tige-piston / corps du vérin, permet en partie de justifier cet écart.

Q34 :

Le sujet a permis de montrer en partie l'aptitude du système à générer de l'énergie électrique.

Les exigences validées concernent :

- l'installation en production (flotabilité),
- l'asservissement en vitesse du rotor de la génératrice (critères de précision, de vitesse nominale et de stabilité),
- la capacité de fonctionner sur certains types de houle.



teaching sciences