

Proposition de corrigé

Concours : **ATS**

Année : **2016**

Filière : **ATS**

Épreuve : **Sciences Industrielles pour l'Ingénieur**

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

MLPS Multi Level Packaging System

IV.1. Etablissement d'une relation entre les paramètres cinématiques

Q1. $T_i = 2,5 + t_i + 2,5 + t_i$ donc $T_i = 5 + 2t_i$

Q2. Temps de formation d'une couche : $T_{couche} = \sum_{i=1}^5 (5 + 2t_i)$ donc $T_{couche} = 25 + 2 \sum_{i=1}^5 t_i$

Q3. Le cahier des charges impose un temps de constitution d'une palette de : $T_{palette} = 8 \text{ min}$. Une palette est constituée de 12 couches donc : $T_{palette} = 12 \times T_{couche} = 12 \times \left(25 + 2 \sum_{i=1}^5 t_i \right) = 480 \text{ s}$.

On en déduit que : $\sum_{i=1}^5 t_i = 7,5 \text{ s}$

Q4. L'aire sous la courbe de vitesse représente le déplacement du préhenseur :

$$x_i = \frac{1}{2}(\tau_1 - t_0)V + (\tau_2 - \tau_1)V + \frac{1}{2}(t_i - \tau_2)V$$

Or $\Delta t_{acc} = \tau_1 - t_0 = t_i - \tau_2$

Donc $x_i = \frac{1}{2}\Delta t_{acc}V + V(t_i - 2\Delta t_{acc}) + \frac{1}{2}\Delta t_{acc}V$ d'où : $x_i = V(t_i - \Delta t_{acc})$ et $x_i = V\left(t_i - \frac{V}{a}\right)$

Q5. $x_1 = 1105 + 222 = 1327 \text{ mm}$; $x_2 = 1105 + 385 = 1490 \text{ mm}$; $x_3 = 1105 \text{ mm}$

$x_4 = 1105 - 385 = 720 \text{ mm}$; $x_5 = 1105 - 222 = 883 \text{ mm}$

D'où $\sum_{i=1}^5 x_i = 5,525 \text{ m}$

Q6. $\sum_{i=1}^5 x_i = 5,525 \text{ m} = \sum_{i=1}^5 V\left(t_i - \frac{V}{a}\right) = V\left(\sum_{i=1}^5 t_i - \frac{5V}{a}\right)$

On obtient ainsi la relation entre V et a : $V\left(7,5 - \frac{5V}{a}\right) = 5,525 \text{ m}$

IV.2. Calcul des paramètres cinématiques

Q7. A la limite du glissement, l'action de la ventouse sur le carton est sur le cône d'adhérence donc :

$X_M = \mu Z_M$ et $X_N = \mu Z_N$

Q8. Bilan des actions mécaniques extérieures exercées sur le carton :

$$\{T_{pes \rightarrow carton}\}_G = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -mg & 0 \end{Bmatrix}_G ; \{T_{ventouse \rightarrow carton}^M}\}_M = \begin{Bmatrix} X_M & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_M & 0 \end{Bmatrix}_M ; \{T_{ventouse \rightarrow carton}^N}\}_N = \begin{Bmatrix} X_N & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_N & 0 \end{Bmatrix}_N$$

Application du Principe Fondamental de la Dynamique au carton au point G :

$$\{T_{pes \rightarrow carton}\}_G + \{T_{ventouse \rightarrow carton}^M}\}_G + \{T_{ventouse \rightarrow carton}^N}\}_G = \{D_{carton/0}\}_G$$

$$\bullet \quad \{T_{ventouse \rightarrow carton}^M}\}_G = \begin{Bmatrix} X_M & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_M & 0 \end{Bmatrix}_M = \begin{Bmatrix} \mu Z_M & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_M & 0 \end{Bmatrix}_M = \begin{Bmatrix} \mu Z_M & 0 \\ 0 & (0,1 + 0,07\mu)Z_M \\ Z_M & 0 \end{Bmatrix}_G \text{ car :}$$

$$\overline{M}_{G, ventouse \rightarrow carton} = \overline{M}_{M, ventouse \rightarrow carton} + \overline{GM} \wedge \overline{R}_{ventouse \rightarrow carton} = (-0,1\vec{x} + 0,07\vec{z}) \wedge (\mu Z_M \vec{x} + Z_M \vec{z}) = (0,1Z_M + 0,07\mu Z_M) \vec{y}$$

$$\bullet \left\{ T_{ventouse \rightarrow carton}^N \right\} = \left\{ \begin{matrix} X_N & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_N & 0 \end{matrix} \right\}_N = \left\{ \begin{matrix} \mu Z_N & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_N & 0 \end{matrix} \right\}_N = \left\{ \begin{matrix} \mu Z_N & 0 \\ 0 & (-0,1 + 0,07\mu)Z_M \\ Z_N & 0 \end{matrix} \right\}_G \text{ car :}$$

$$\overrightarrow{M_{G,ventouse \rightarrow carton}} = \overrightarrow{M_{N,ventouse \rightarrow carton}} + \overrightarrow{GN} \wedge \overrightarrow{R_{ventouse \rightarrow carton}} = (0,1\vec{x} + 0,07\vec{z}) \wedge (\mu Z_M \vec{x} + Z_M \vec{z}) = (-0,1Z_M + 0,07\mu Z_M) \vec{y}$$

$$\bullet \left\{ D_{carton/0} \right\} = \left\{ \overrightarrow{R_{d, carton/0}} \quad \overrightarrow{\delta_{G, carton/0}} \right\}_G$$

$$\overrightarrow{R_{d, carton/0}} = m \cdot \overrightarrow{a_{G, carton/0}} = m \cdot a(t) \cdot \vec{x} \text{ et } \overrightarrow{\delta_{G, carton/0}} = \vec{0} \text{ car le carton est en mouvement de translation } (\overrightarrow{\Omega_{carton/0}} = \vec{0}).$$

$$\text{Donc } \left\{ D_{carton/0} \right\} = \left\{ m \cdot a(t) \cdot \vec{x} \quad \vec{0} \right\}_G$$

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \mu Z_M + \mu Z_N = m \cdot a(t) & (1) \\ -mg + Z_M + Z_N = 0 & (2) \\ (0,1 + 0,07\mu)Z_M + (-0,1 + 0,07\mu)Z_N = 0 & (3) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow Z_M = mg - Z_N$$

$$(3) \Rightarrow (0,1 + 0,07\mu)(mg - Z_N) + (-0,1 + 0,07\mu)Z_N = 0$$

D'où :

$$Z_N = \frac{0,1 + 0,07\mu}{0,2} mg$$

$$Z_M = mg - \frac{0,1 + 0,07\mu}{0,2} mg \Rightarrow Z_M = \left(\frac{0,1 - 0,07\mu}{0,2} \right) mg$$

$$a(t) = \frac{\mu(Z_M + Z_N)}{m} = \frac{\mu}{m} \left(\frac{0,1 + 0,07\mu}{0,2} mg + \frac{0,1 - 0,07\mu}{0,2} mg \right) \Rightarrow a(t) = \mu g$$

Applications numériques :

$$Z_N = 51,2 \text{ N} \text{ et } X_N = 20,5 \text{ N}$$

$$Z_M = 28,8 \text{ N} \text{ et } X_M = 11,5 \text{ N}$$

$$a(t) = 4 \text{ m.s}^{-2} : \text{accélération maximale admissible (car on s'est placé à la limite du glissement).}$$

Q9. D'après l'annexe 2, la charge maximale unitaire (CMU) pour une ventouse de diamètre 75 mm en caoutchouc naturel est de 6 kg soit 60 N. Or la ventouse la plus sollicitée est celle en N avec un effort normal de 51,2 N : les ventouses sont donc capables d'encaisser les efforts qui leur sont appliqués.

Remarque : si l'on considère qu'il y a 4 ventouses (voir la figure 5 page 2/35) alors la conclusion est évidemment la même (25,6 N < 60 N).

Q10. L'équation est : $5,525 = 7,5V - \frac{5V^2}{4}$ donc $\frac{5V^2}{4} - 7,5V + 5,525 = 0$

$$\Delta = 7,5^2 - 4 \times \frac{5}{4} \times 5,525 = 28,625 \text{ d'où } V_1 = 0,86 \text{ m.s}^{-1} \text{ et } V_2 = 5,14 \text{ m.s}^{-1}$$

Q11. $\Delta t_{acc} = \frac{V}{a}$ donc $\Delta t_{acc1} = \frac{V_1}{a} = 0,215 \text{ s}$ et $\Delta t_{acc2} = \frac{V_2}{a} = 1,285 \text{ s}$

Or $\sum_{i=1}^5 t_i = 7,5 \text{ s}$. Il y a 5 cartons à déplacer, avec le profil de vitesse de la figure 15 ($t_i = 2\Delta t_{acc} + t_{uniforme}$).

Cas n°1 : $\Delta t_{acc1} = 0,215 \text{ s} : 5 \times 2 \times \Delta t_{acc1} = 2,15 \text{ s}$: les 5 phases à vitesse uniforme devront s'effectuer en 5,35 s.

Cas n°2 : $\Delta t_{acc2} = 1,285 \text{ s} : 5 \times 2 \times \Delta t_{acc2} = 12,85 \text{ s}$: impossible car $> 7,5 \text{ s}$ (et il n'y a pas les phases à vitesse uniforme).

On en déduit que $V = V_1 = 0,86 \text{ m.s}^{-1}$.

IV.3. Validation du moteur assurant la translation du préhenseur

Q12. Vitesse de rotation de la poulie motrice : on a $V = \frac{D}{2} \Omega_p$ donc $\Omega_p = \frac{2V}{D}$

Vitesse de rotation du moteur : on a $\Omega_p = r \Omega_m$ donc $\Omega_m = \frac{\Omega_p}{r}$

$$\text{A.N. : } \Omega_p = \frac{2 \times 0,86}{0,1} = 17,2 \text{ rad.s}^{-1} \quad \Omega_m = 11,83 \times 17,2 = 203,5 \text{ rad.s}^{-1}$$

Fréquence d'alimentation du moteur : la relation liant la vitesse de rotation du moteur Ω_m et la fréquence d'alimentation du moteur f_s est $\Omega_m = \frac{2\pi f_s}{p}$ (p est le nombre de paires de pôles). Donc $f_s = \frac{p \Omega_m}{2\pi}$.

$$\text{A.N. : } f_s = \frac{3 \times 203,5}{2\pi} = 97 \text{ Hz.}$$

Q13. Les différentes expressions de l'énergie cinétique des éléments de E sont données par le tableau suivant :

| Eléments de E | Mouvement | Inertie / masse | Energie cinétique |
|------------------|--------------------------------|------------------------------------|--|
| rotor | rotation de vitesse Ω_m | J_m | $E_{c(\text{rotor})} = \frac{1}{2} J_m \Omega_m^2$ |
| frein | rotation de vitesse Ω_m | J_f (ramenée sur l'arbre moteur) | $E_{c(\text{frein})} = \frac{1}{2} J_f \Omega_m^2$ |
| réducteur | rotation | inertie négligée | $E_{c(\text{réducteur})} = 0$ |
| poulie motrice | rotation | inertie négligée | $E_{c(\text{pouliemotrice})} = 0$ |
| courroie | rotation | inertie négligée | $E_{c(\text{courroie})} = 0$ |
| poulie de renvoi | rotation | inertie négligée | $E_{c(\text{poulierenvoi})} = 0$ |
| préhenseur | translation de vitesse V | masse M | $E_{c(\text{préhenseur})} = \frac{1}{2} M V^2$ |
| carton | translation de vitesse V | masse m | $E_{c(\text{carton})} = \frac{1}{2} m V^2$ |

L'expression de l'énergie cinétique $E_{c(E)}$ de l'ensemble E est donnée par :

$$E_{c(E)} = \frac{1}{2} (J_m + J_f) \Omega_m^2 + \frac{1}{2} (M + m) V^2$$

Q14. Nous exprimons la vitesse V en fonction de la vitesse de rotation du moteur Ω_m : $V = \frac{D}{2} \Omega_p = \frac{D}{2} r \Omega_m$.

$$\text{D'où } E_{c(E)} = \frac{1}{2} (J_m + J_f) \Omega_m^2 + \frac{1}{2} (M + m) \left(\frac{D}{2} r \Omega_m \right)^2 = \frac{1}{2} \left[J_m + J_f + \frac{D^2 r^2}{4} (M + m) \right] \Omega_m^2 = \frac{1}{2} J_{eq} \Omega_m^2$$

Par identification, on obtient : $J_{eq} = \left[J_m + J_f + \frac{D^2 r^2}{4} (M + m) \right]$

$$\text{A.N. : } J_{eq} = \left[83 \cdot 10^{-6} + 35 \cdot 10^{-6} + \frac{0,1^2}{4 \times 11,83^2} (1,2 + 8) \right] = 282,3 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$$

Q15. Application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble E dans son mouvement par rapport au bâti :

$$\frac{dE_{c(E)}}{dt} = P_{\vec{E} \rightarrow E/0} + P_{\text{int}(E)}$$

- Dérivée de l'énergie cinétique de l'ensemble E : $\frac{dE_{c(E)}}{dt} = J_{cq} \Omega_m \dot{\Omega}_m$
- $P_{\text{int}(E)} = 0$ car les liaisons intérieures à l'ensemble E sont supposées parfaites
- Détermination des puissances extérieures à l'ensemble E :
 - moteur : $P_m = C_m \Omega_m$
 - pesanteur : $P_{pes \rightarrow E/0} = 0$ car il n'y a pas de changement d'altitude
 - puissance perdue due au frottement préhenseur/bâti :

$P_f = P_{\text{bâti} \rightarrow \text{préhenseur}/0} = \left\{ T_{\text{bâti} \rightarrow \text{préhenseur}} \right\}_A \otimes \left\{ V_{\text{préhenseur}/0} \right\}_A$ avec A centre de la liaison glissière entre le préhenseur et le bâti.

Détermination de $\left\{ T_{\text{bâti} \rightarrow \text{préhenseur}} \right\}_A$: on applique le Principe Fondamental de la Dynamique à l'ensemble {préhenseur + carton}.

Bilan des actions mécaniques extérieures exercées à {préhenseur + carton} :

$$\left\{ T_{pes \rightarrow \text{préhenseur} + \text{carton}} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -(M+m)g & 0 \end{Bmatrix}_G$$

$$\left\{ T_{\text{bâti} \rightarrow \text{préhenseur}} \right\} = \begin{Bmatrix} -fZ_A & L_A \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix}_A \text{ liaison glissière avec frottement : le mouvement du préhenseur par}$$

rapport au bâti a lieu suivant \vec{x} donc l'effort tangentiel du bâti sur le préhenseur est porté par $-\vec{x}$. La résultante est sur le cône de frottement car il y a glissement donc $X_A = -fZ_A$.

$$\left\{ T_{\text{courroie} \rightarrow \text{préhenseur} + \text{carton}} \right\} = \begin{Bmatrix} F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B \text{ avec B point d'attache du préhenseur sur la courroie.}$$

Le théorème de la résultante dynamique appliqué à {préhenseur + carton} en projection sur \vec{z} nous permet d'écrire, sachant que $R_{d, \text{préhenseur} + \text{carton}/0} = m.a(t).\vec{x}$: $Z_A - (M+m)g = 0$.

$$\text{On peut donc en déduire : } P_f = \begin{Bmatrix} -f(M+m)g & L_A \\ Y_A & M_A \\ (M+m)g & N_A \end{Bmatrix}_A \otimes \begin{Bmatrix} 0 & V \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A = -f(M+m)gV$$

- Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble E nous donne : $\frac{dE_{c(E)}}{dt} = P_m + P_f$

Donc $J_{cq} \Omega_m \dot{\Omega}_m = C_m \Omega_m - f(M+m)gV$ ainsi $J_{cq} \Omega_m \dot{\Omega}_m = C_m \Omega_m - f(M+m)g \frac{Dr}{2} \Omega_m$

Enfinement : $J_{cq} \dot{\Omega}_m = C_m - C_{req}$ avec $C_{req} = f(M+m)g \frac{Dr}{2}$

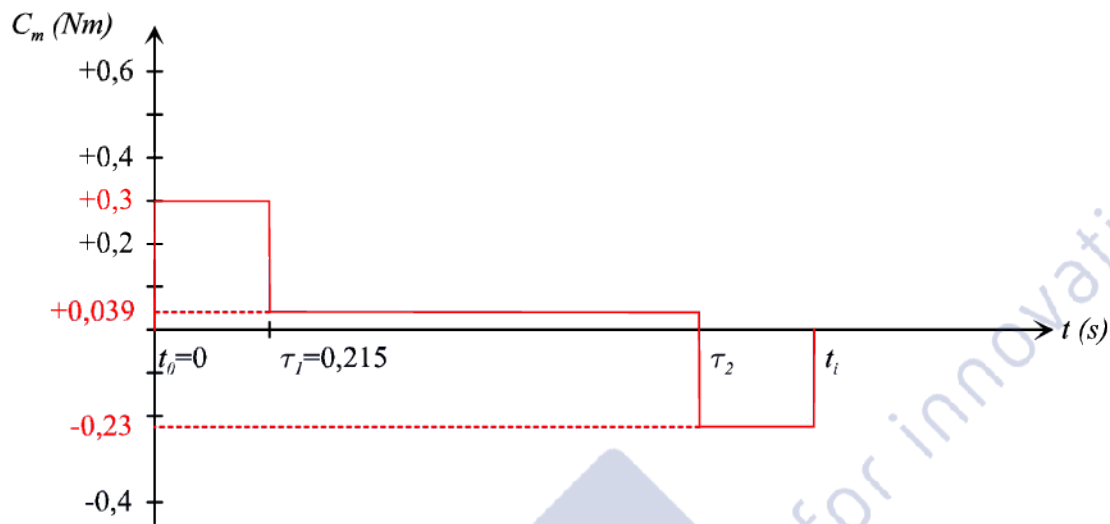
A.N. : $C_{req} = 0,1 \times (1,2 + 8) \times 10 \frac{0,1}{2 \times 11,83} = 39 \text{ mNm}$

Q16. On a : $C_m = J_{cq} \dot{\Omega}_m + C_{req}$ avec $C_{req} = 39 \text{ mNm}$ et $J_{cq} = 282,3 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$

Phase 1 (accélération) $t_0 \leq t \leq \tau_1$: $\dot{\Omega}_m = \frac{203}{0,215} = 944,2 \text{ rad.s}^{-2}$ donc $C_m = 0,3 \text{ Nm}$

Phase 2 (vitesse constante) $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$: $\dot{\Omega}_m = 0$ donc $C_m = 0,039 \text{ Nm}$

Phase 3 (décélération) $\tau_2 \leq t \leq t_i$: $\dot{\Omega}_m = -944,2 \text{ rad.s}^{-2}$ donc et $C_m = -0,23 \text{ Nm}$

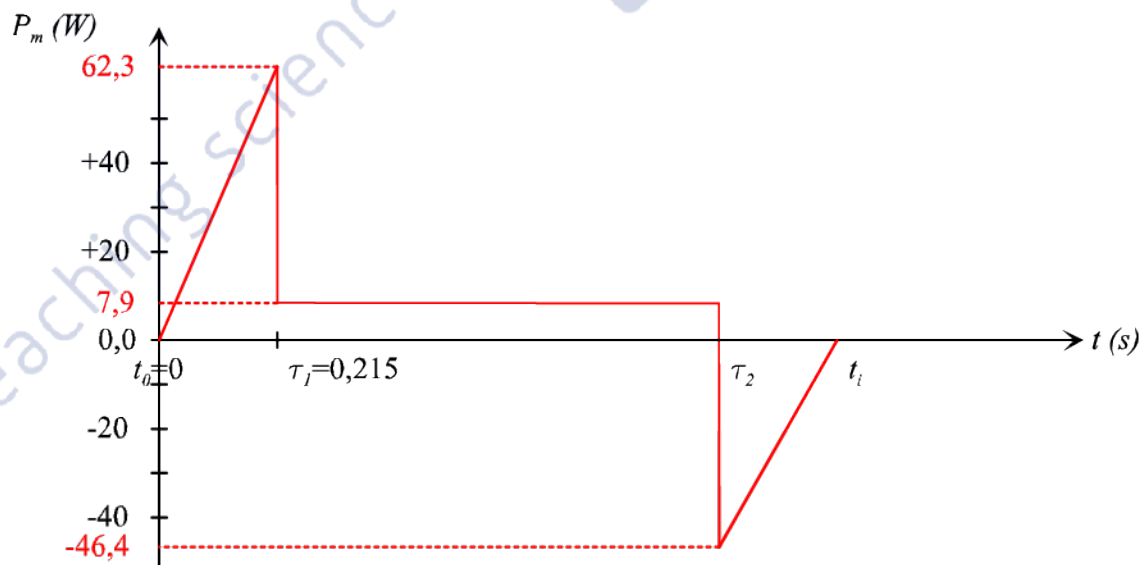


Pour déplacer un carton, le moteur doit fournir un couple maximal de $0,3 \text{ Nm}$ et avoir une vitesse de rotation de $\frac{203}{2\pi} \times 60 = 1938,5 \text{ tr.min}^{-1}$. Ces valeurs sont compatibles avec les caractéristiques du moteur données en annexe 3 (couple maximal de $7,6 \text{ Nm}$ et vitesse nominale de 3000 tr.min^{-1}) donc le moteur convient.

IV.4. Reconfiguration du paramétrage du régulateur de vitesse

Mode de fonctionnement de la machine synchrone

Q17. La puissance fournie par le moteur est donnée par $P_m = C_m \Omega_m$.



Q18. Entre les instants t_0 et τ_1 , la machine synchrone fournit de la puissance mécanique ($P_m > 0$), elle fonctionne donc en moteur et le convertisseur statique (modulateur) fonctionne en onduleur.

Entre les instants τ_2 et t_i , la machine synchrone fournit de la puissance électrique ($P_m < 0$), elle fonctionne donc en génératrice et le convertisseur statique (modulateur) fonctionne en redresseur.

Q19. Le pont de diodes est unidirectionnel en courant et en tension (cette structure ne peut pas renvoyer de l'énergie au réseau EDF). Lorsque la machine synchrone fonctionne en génératrice, l'énergie électrique renvoyée par la machine est stockée dans le condensateur qui voit la tension à ses bornes augmenter. Afin d'éviter le claquage du condensateur (dû à une tension trop élevée), la fermeture de l'interrupteur K_f permet de dissiper l'énergie renvoyée par la machine synchrone dans la résistance R_f par effet Joule.

Entre les instants t_0 et τ_2 , la machine synchrone fonctionne en moteur donc l'interrupteur K_f est ouvert. Par contre entre les instants τ_2 et t_i , la machine fonctionne en génératrice et donc renvoie de l'énergie qui doit être dissipée donc l'interrupteur K_f est fermé.

Remarque : généralement la commande de cet interrupteur K_f via fm est faite par une « fourchette » sur la tension aux bornes du condensateur. Si $U_0 > U_{0Max}$ on ferme l'interrupteur K_f (on dissipe l'énergie dans R_f (la tension U_0 diminue)) et si $U_0 < U_{0Min}$ on ouvre l'interrupteur K_f et donc l'énergie est à nouveau stockée dans le condensateur (la tension U_0 augmente à nouveau) et ainsi de suite. Donc sur cette phase, entre τ_2 et t_i , on ne maîtrise pas vraiment la cadence ou le nombre d'ouverture / fermeture de l'interrupteur K_f . N'ayant pas plus d'informations sur fm ou bien les éventuels seuils U_{0Max} et U_{0Min} , on ne peut pas être plus précis.

Modélisation de la machine synchrone

Q20. La puissance électromagnétique P_{em} est reçue par le générateur de tension \underline{E} .

Nous avons donc $P_{em} = 3EI_S \cos\psi$.

Q21. Les pertes mécaniques étant négligées, nous avons $P_{em} = P_m \Leftrightarrow 3EI_S \cos\psi = C_m \Omega_m$.

D'où $C_m = 3 \frac{E}{\Omega_m} I_S \cos\psi = 3 \frac{k_e \Omega_s}{\Omega_m} I_S \cos\psi \Leftrightarrow C_m = 3k_e I_S \cos\psi$ car $\Omega_m = \Omega_s$.

$C_m = k_c I_S \cos\psi$ avec $k_c = 3k_e$.

Q22. Les valeurs particulières $\psi = 0$ et $\psi = \pi$ sont optimales pour le dimensionnement de la machine car elles permettent d'avoir le couple maximal (en valeur absolue) pour la valeur I_S minimale.

Q23. D'après les données constructeurs à vide pour une vitesse de 1000 tr/min, la valeur efficace de la tension composée vaut 56 V pour un couplage étoile. Nous en déduisons que $E = \frac{56}{\sqrt{3}} = 32,3 V$ pour $N_m = 1000 tr/min$.

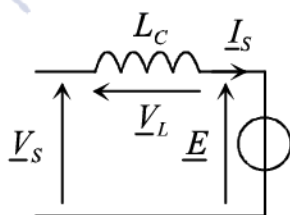
La valeur de k_e est donnée par $k_e = \frac{56}{\sqrt{3} \frac{1000\pi}{30}} \Leftrightarrow k_e = 0,31 V.s.rad^{-1}$.

Pour une vitesse V de $0,86 m.s^{-1}$, nous avons vu que $\Omega_m = 203 rad/s \Rightarrow E = k_e \cdot \Omega_m = 0,31 \times 203 \Leftrightarrow E = 63 V$

Pour un angle d'autopilote de $\psi = 0$ et en régime permanent le couple moteur vaut $C_m = C_{req} = 3k_e I_S$.

$I_S = \frac{C_{req}}{3k_e} = \frac{0,039}{3 \times 0,31} \Leftrightarrow I_S = 42 mA$.

Nous avons vu à la question Q12 que $f = 97 Hz$.



La loi des mailles permet d'écrire : $\underline{V}_S = \underline{V}_L + \underline{E}$

$\underline{V}_S = jL_C \omega_s \underline{I}_S + \underline{E}$

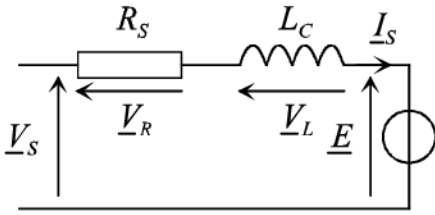
L'angle ψ étant nul, les grandeurs $e(t)$ et $i_s(t)$ sont en phase.

Si on prend le courant $i_s(t)$ comme origine des phases : $\underline{I}_S = [I_S, 0]$.

Nous avons $\underline{E} = [E, 0]$ et $jL_C \omega_s \underline{I}_S = [L_C \omega_s I_S, \frac{\pi}{2}]$.

D'où $\underline{V}_S = jL_C \omega_s \underline{I}_S + \underline{E} \Rightarrow V_S = \sqrt{E^2 + (L_C \omega_s I_S)^2} = \sqrt{(8,8 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 97 \times 42 \cdot 10^{-3})^2 + 63^2} \Leftrightarrow V_S = 63 V$.

Q24. Le schéma électrique équivalent est le suivant :



La loi des mailles permet d'écrire : $\underline{V}_S = \underline{V}_R + \underline{V}_L + \underline{E}$

$$\underline{V}_S = R_S \underline{I}_S + jL_C \omega_S \underline{I}_S + \underline{E}$$

En prenant toujours le courant $i_S(t)$ comme origine des phases :

$$\underline{I}_S = [I_S, 0].$$

$$\text{Nous avons } R_S \underline{I}_S = [R_S I_S, 0], \underline{E} = [E, 0] \text{ et } jL_C \omega_S \underline{I}_S = \left[L_C \omega_S I_S, \frac{\pi}{2} \right].$$

D'où $\underline{V}_S = R_S I_S + jL_C \omega_S I_S + E$

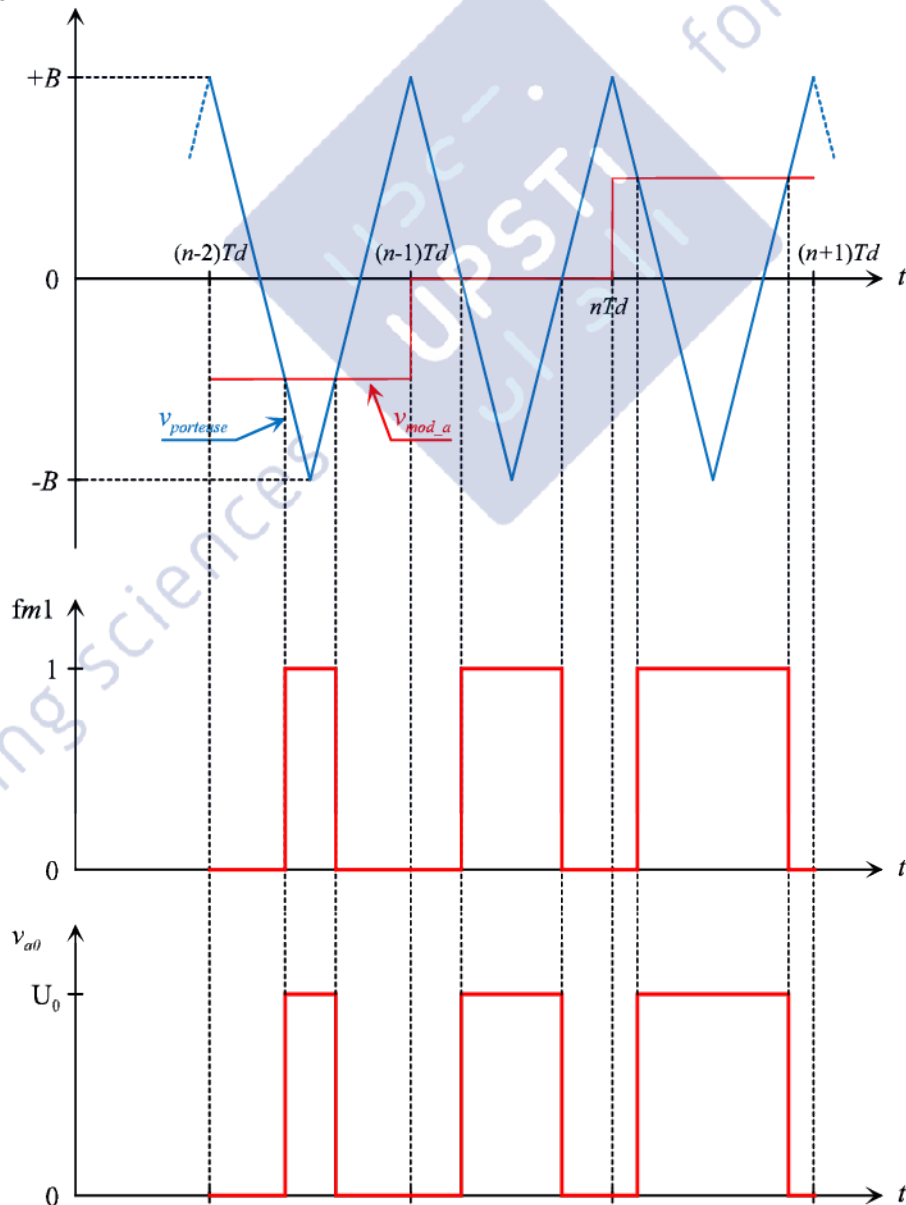
$$V_S = \sqrt{(R_S I_S + E)^2 + (L_C \omega_S I_S)^2} = \sqrt{(3,91 \times 42 \cdot 10^{-3} + 63)^2 + (8,8 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 97 \times 42 \cdot 10^{-3})^2} \Leftrightarrow \boxed{V_S = 63,16 \text{ V}}$$

Nous obtenons une erreur de 0,25%, l'hypothèse de négliger la résistance R_S est valable.

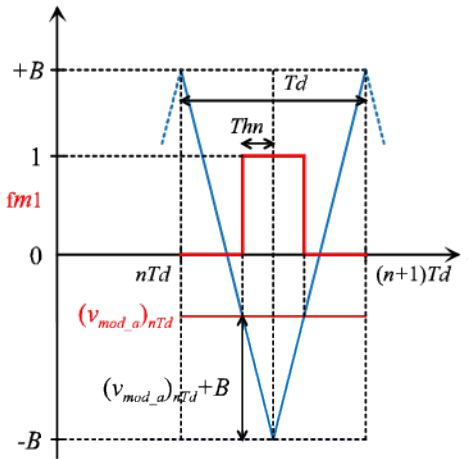
Modélisation du convertisseur d'énergie

Q25. Lorsque $v_{\text{mod}_a} > v_{\text{portesse}} \Rightarrow fm1 = 1$, l'interrupteur du haut est fermé (celui du bas est ouvert) et $v_{aO} = U_0$.

Lorsque $v_{\text{mod}_a} \leq v_{\text{portesse}} \Rightarrow fm1 = 0$, l'interrupteur du haut est ouvert (celui du bas est fermé) et $v_{aO} = 0$.



Q26.

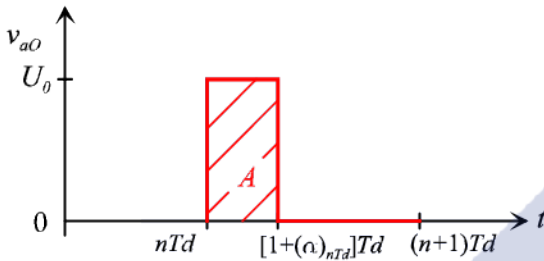


Le rapport cyclique $(\alpha_a)_{nTd}$ de fml est défini par : $(\alpha_a)_{nTd} = \frac{2Thn}{Td}$.

La pente de la porteuse vaut $\frac{4B}{Td} = \frac{(v_{mod_a})_{nTd} + B}{Thn}$.

D'où $(\alpha_a)_{nTd} = \frac{2Thn}{Td} = \frac{(v_{mod_a})_{nTd} + B}{2B} \Leftrightarrow (\alpha_a)_{nTd} = \frac{1}{2} + \frac{(v_{mod_a})_{nTd}}{2B}$

Q27. Nous avons $v_{aO} = fml \cdot U_0$.



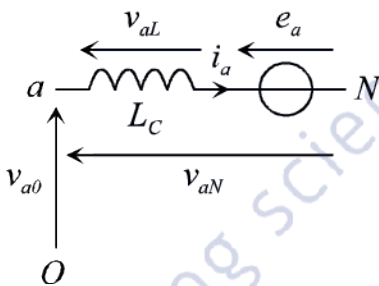
Pour calculer $\langle v_{a0} \rangle_{nTd}$, on utilise la méthode des aires.

$\langle v_{a0} \rangle_{nTd} = \frac{A}{Td} = \frac{(\alpha_a)_{nTd} U_0 Td}{Td} \Leftrightarrow \langle v_{a0} \rangle_{nTd} = (\alpha_a)_{nTd} U_0$

Q28. En faisant le même raisonnement que pour la fonction de modulation fml et la tension v_{a0} , nous obtenons :

$\langle v_{b0} \rangle_{nTd} = (\alpha_b)_{nTd} U_0$ et $\langle v_{c0} \rangle_{nTd} = (\alpha_c)_{nTd} U_0$.

Q29. Le schéma électrique équivalent entre les points a et N est le suivant :



La loi des mailles permet d'écrire : $v_{aN} = v_{aL} + e_a = L_C \frac{di_a}{dt} + e_a$.

Nous avons également $v_{NO} = v_{aO} - v_{aN} = v_{aO} - L_C \frac{di_a}{dt} - e_a$.

En faisant le même raisonnement pour les phases b et c , nous

obtenons : $v_{NO} = v_{bO} - L_C \frac{di_b}{dt} - e_b$ et $v_{NO} = v_{cO} - L_C \frac{di_c}{dt} - e_c$.

Nous pouvons écrire que $v_{NO} = \frac{1}{3}(v_{NO} + v_{NO} + v_{NO}) = \frac{1}{3} \left(v_{aO} - L_C \frac{di_a}{dt} - e_a + v_{bO} - L_C \frac{di_b}{dt} - e_b + v_{cO} - L_C \frac{di_c}{dt} - e_c \right)$

$v_{NO} = \frac{1}{3}(v_{aO} + v_{bO} + v_{cO}) - \frac{1}{3} L_C \frac{d}{dt}(i_a + i_b + i_c) - \frac{1}{3}(e_a + e_b + e_c)$

Comme $e_a + e_b + e_c = 0$ et $i_a + i_b + i_c = 0$ (couplage étoile du stator de la machine synchrone) :

$v_{NO} = \frac{1}{3}(v_{aO} + v_{bO} + v_{cO})$

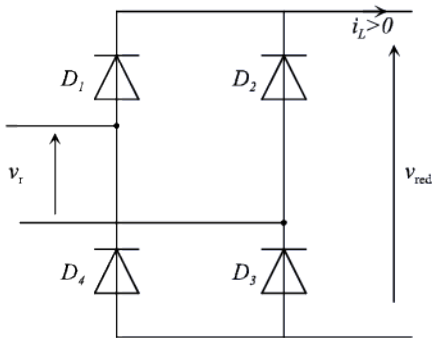
Q30. Nous avons $v_{aN} = v_{aO} - v_{NO} = v_{aO} - \frac{1}{3}(v_{aO} + v_{bO} + v_{cO}) \Leftrightarrow v_{aN} = \frac{1}{3}(2v_{aO} - v_{bO} - v_{cO})$.

Q31. Nous écrivons l'équation précédente en valeur moyenne :

$$\begin{aligned} \langle v_{aN} \rangle_{nTd} &= \frac{1}{3} [2 \langle v_{aO} \rangle_{nTd} - \langle v_{bO} \rangle_{nTd} - \langle v_{cO} \rangle_{nTd}] = \frac{1}{3} [2(\alpha_a)_{nTd} U_0 - (\alpha_b)_{nTd} U_0 - (\alpha_c)_{nTd} U_0] \\ \langle v_{aN} \rangle_{nTd} &= \frac{U_0}{3} [2(\alpha_a)_{nTd} - (\alpha_b)_{nTd} - (\alpha_c)_{nTd}] = \frac{U_0}{3} \left[1 + \frac{(v_{mod_a})_{nTd}}{B} - \left(\frac{1}{2} + \frac{(v_{mod_b})_{nTd}}{2B} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{(v_{mod_c})_{nTd}}{2B} \right) \right] \\ \langle v_{aN} \rangle_{nTd} &= \frac{U_0}{3} \left[1 + \frac{(v_{mod_a})_{nTd}}{B} - \left(\frac{1}{2} + \frac{(v_{mod_b})_{nTd}}{2B} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{(v_{mod_c})_{nTd}}{2B} \right) \right] = \frac{U_0}{3B} \left[(v_{mod_a})_{nTd} - \frac{(v_{mod_b})_{nTd}}{2} - \frac{(v_{mod_c})_{nTd}}{2} \right] \end{aligned}$$

Comme $(v_{mod_a})_{nTd} + (v_{mod_b})_{nTd} + (v_{mod_c})_{nTd} = 0 \Rightarrow \langle v_{aN} \rangle_{nTd} = \frac{U_0}{2B} (v_{mod_a})_{nTd}$

Q32. La conduction du pont étant continue en régime permanent (le courant dans l'inductance ne s'annule jamais), nous avons toujours deux diodes qui conduisent à chaque instant.

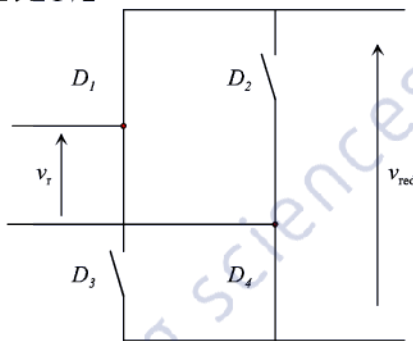


Les diodes D_1 et D_2 sont à cathodes communes, la diode qui conduira sera la diode qui aura le potentiel d'anode le plus élevé.
 Si $v_r(t) > 0 \Rightarrow D_1$ conduit et D_2 est bloquée, si $v_r(t) < 0 \Rightarrow D_1$ est bloquée et D_2 conduit.
 Les diodes D_3 et D_4 sont à anodes communes, la diode qui conduira sera la diode qui aura le potentiel de cathode le moins élevé.
 Si $v_r(t) > 0 \Rightarrow D_3$ conduit et D_4 est bloquée, si $v_r(t) < 0 \Rightarrow D_3$ est bloquée et D_4 conduit.

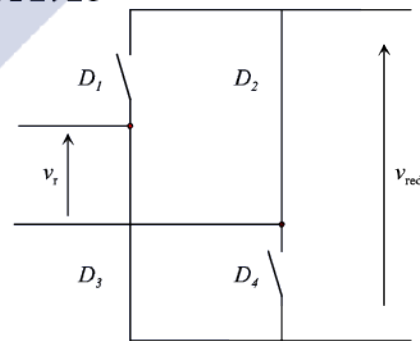
Nous faisons les schémas électriques équivalents pour chaque phase et nous écrivons les équations à partir de ces schémas.

Soit T la période de la tension $v_r(t)$.

Pour $0 \leq t \leq T/2$



Pour $T/2 \leq t \leq T$

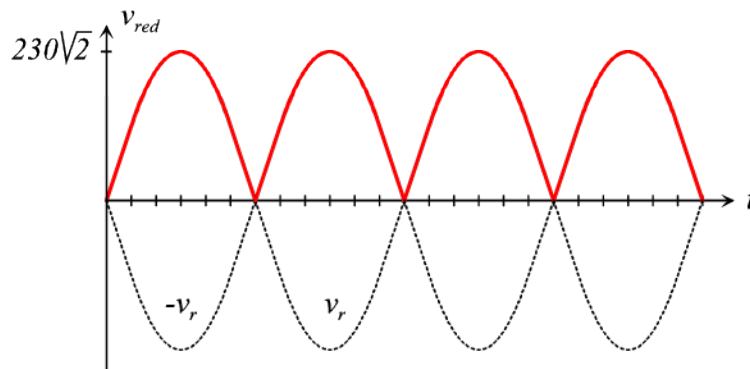


La loi des mailles permet d'écrire :

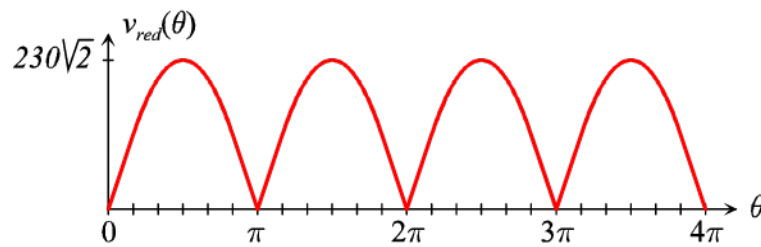
$$v_r(t) - v_{red}(t) = 0 \Leftrightarrow v_{red}(t) = v_r(t)$$

La loi des mailles permet d'écrire :

$$v_r(t) + v_{red}(t) = 0 \Leftrightarrow v_{red}(t) = -v_r(t)$$



Q33. Nous raisonnons en angle.

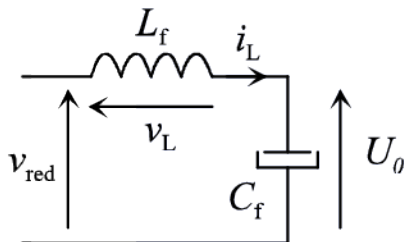


Par définition $\langle v_{red} \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi v_{red}(\theta) d\theta$. Sur l'intervalle $[0, \pi]$, la tension $v_{red}(\theta)$ est égale à la tension $v_r(\theta)$ avec $v_r(\theta) = V_r \sqrt{2} \sin(\theta)$.

$$\langle v_{red} \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi V_r \sqrt{2} \sin(\theta) d\theta = \frac{V_r \sqrt{2}}{\pi} \int_0^\pi \sin(\theta) d\theta = \frac{V_r \sqrt{2}}{\pi} [-\cos(\theta)]_0^\pi$$

$$\langle v_{red} \rangle = \frac{V_r \sqrt{2}}{\pi} [1 - \cos(\pi)] \Leftrightarrow \boxed{\langle v_{red} \rangle = \frac{2V_r \sqrt{2}}{\pi}}$$

A.N. $\langle v_{red} \rangle = 207 V$



La loi des mailles permet d'écrire : $v_{red} = v_L + u_0$

Soit en valeur moyenne $\langle v_{red} \rangle = \langle v_L \rangle + \langle u_0 \rangle$

En régime permanent la tension v_{red} étant périodique, le courant i_L l'est

aussi $\Rightarrow \langle v_L \rangle = L_f \langle \frac{di_L}{dt} \rangle = 0$ et $\langle u_0 \rangle = U_0$.

D'où $\boxed{U_0 = \langle v_{red} \rangle}$.

Q34. L'amplitude des modulantes étant limitée à B , nous avons $[\langle v_{aN} \rangle_{nTd}]_{max} = \frac{U_0}{2} = 103 V > 90,6 V$. La source U_0 est compatible pour obtenir le point de fonctionnement à la vitesse de $0,86 m.s^{-1}$ du préhenseur.

Remarque : les $90,6 V$ correspondent à la valeur maximale de la tension simple v_s ($90,6 = 63\sqrt{2}$).

Stratégie de contrôle du couple électromagnétique

Q35. Nous désirons obtenir un système de courant triphasé direct pour la machine synchrone.

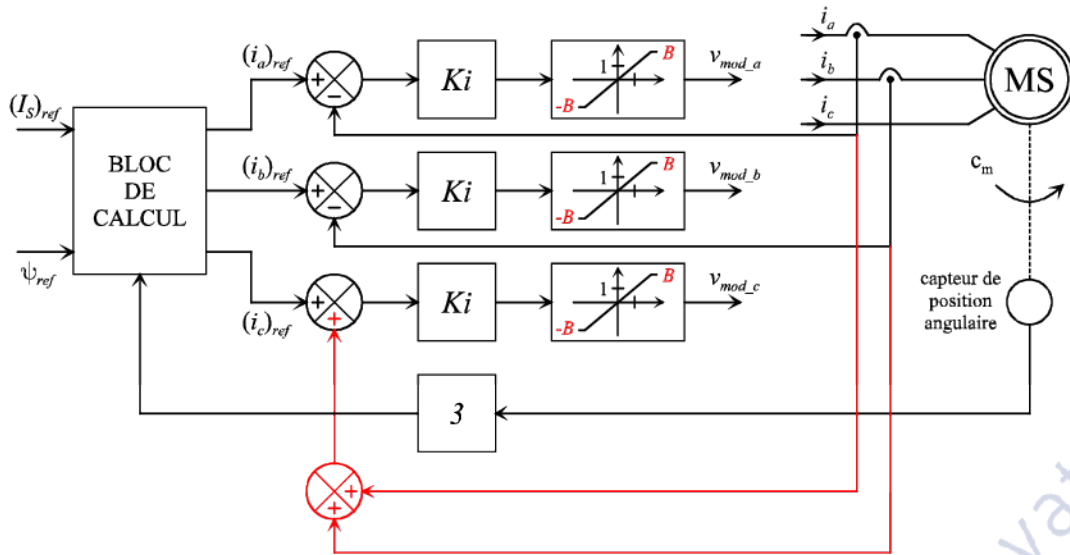
Comme $(i_a)_{ref} = (I_s)_{ref} \sqrt{2} \sin(3\theta_{mécannique} - \psi_{ref})$, nous pouvons prendre comme référence des courants $(i_b)_{ref}$ et

$$(i_c)_{ref} : \left[(i_b)_{ref} = (I_s)_{ref} \sqrt{2} \sin\left(3\theta_{mécannique} - \psi_{ref} - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \text{ et } \left[(i_c)_{ref} = (I_s)_{ref} \sqrt{2} \sin\left(3\theta_{mécannique} - \psi_{ref} - \frac{4\pi}{3}\right) \right].$$

Q36. Les trois courants i_a , i_b et i_c doivent former un système de courant triphasé direct $\Rightarrow i_a + i_b + i_c = 0$

$\Leftrightarrow i_c = -(i_a + i_b) \Rightarrow$ Utilisation d'un sommateur pour obtenir i_c .

Q37. L'amplitude des modulantes doit être limitée à B , les valeurs minimale et maximale de l'écrêteur sont donc $-B$ et B .



Q38. La phase instantanée des courants statoriques vaut ωt avec $\omega = p\Omega_s = p\Omega_m$ (p nombre de paires de pôles avec $p = 3$). Donc $\omega t = p\Omega_m t = p\theta_{mécannique} = 3\theta_{mécannique}$, d'où la présence du bloc gain de valeur 3 sur la mesure de la position angulaire $\theta_{mécannique}$.

Q39. Nous avons vu aux questions Q15 et Q16 que $J_{eq}\dot{\Omega}_m = C_m - C_{req}$ avec $C_{req} = 39 \text{ mNm}$.

Pendant la phase d'accélération, le couple moteur est constant, l'accélération angulaire $\dot{\Omega}_m$ également. La vitesse Ω_m croît linéairement.

Q40. Pour une rotation de 360° du rotor, nous constatons que nous avons trois périodes pour les courants de ligne (le nombre de paires de pôles vaut 3).

Q41. D'après les courbes pour $t = 0,215 \text{ s}$, $C_m = 0,3 \text{ Nm}$ et $N_m \approx 2000 \text{ tr/min}$, ce qui correspond aux valeurs calculées.

Stratégie de contrôle de la vitesse et réglage du correcteur

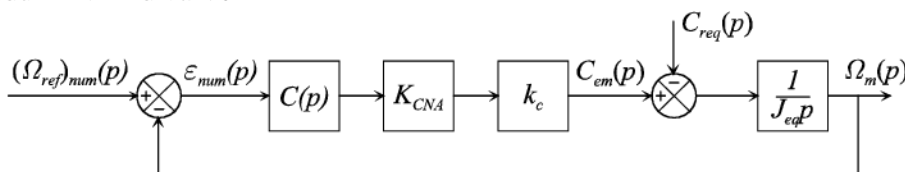
Q42. Soit K_{CAN} le gain du convertisseur analogique/numérique, le gain de la chaîne de retour vaut $K_{num}K_{CAN}K_\Omega$.

Nous désirons obtenir un gain de 1 $\Rightarrow K_{num} = \frac{1}{K_{CAN}K_\Omega} \Leftrightarrow K_{num} = \frac{5}{1023K_\Omega}$.

A.N. $K_{num} = \frac{5}{1023 \times \frac{5}{100\pi}} = 0,307$.

Q43. Soit K_{CNA} le gain du convertisseur numérique/analogique.

Le schéma-bloc étudié est le suivant :



Nous avons $\epsilon_{num}(p) = (\Omega_{ref})_{num}(p) - \Omega_m(p)$, $\Omega_m(p) = \frac{1}{J_{eq}p} [C_{em}(p) - C_{req}(p)]$ et $C_{em}(p) = C(p)K_{CNA}k_c\epsilon_{num}(p)$.

En remplaçant dans la 1^{ère} équation : $\epsilon_{num}(p) = (\Omega_{ref})_{num}(p) - \frac{1}{J_{eq}p} [C(p)K_{CNA}k_c\epsilon_{num}(p) - C_{req}(p)]$.

$$\varepsilon_{num}(p) \left[1 + \frac{C(p)K_{CNA}k_c}{J_{eq}p} \right] = (\Omega_{ref})_{num}(p) + \frac{1}{J_{eq}p} C_{req}(p) \Leftrightarrow \varepsilon_{num}(p) (C(p)K_{CNA}k_c + J_{eq}p) = J_{eq}p(\Omega_{ref})_{num}(p) + C_{req}(p)$$

$$\varepsilon_{num}(p) = \frac{J_{eq}p}{(C(p)K_{CNA}k_c + J_{eq}p)} (\Omega_{ref})_{num}(p) + \frac{1}{(C(p)K_{CNA}k_c + J_{eq}p)} C_{req}(p)$$

Nous avons $\varepsilon_{num}(p) = H_1(p)(\Omega_{ref})_{num}(p) + H_2(p)C_{req}(p)$

Avec $H_1(p) = \frac{J_{eq}p}{(C(p)K_{CNA}k_c + J_{eq}p)}$ et $H_2(p) = \frac{1}{(C(p)K_{CNA}k_c + J_{eq}p)}$.

Q44. Le système étudié possède 2 entrées pour une sortie, pour déterminer l'erreur statique, nous utilisons le théorème de superposition et le théorème de la valeur finale avec un correcteur proportionnel $C(p) = K$, un échelon de vitesse d'amplitude $(\Omega_{ref})_{num0}$ et un échelon de couple d'amplitude C_{r0} .

Calcul de l'erreur due à l'échelon de vitesse (on considère $C_{req}(p) = 0$)

$$\Rightarrow (\Omega_{ref})_{num}(t) = (\Omega_{ref})_{num0} u(t) \Rightarrow (\Omega_{ref})_{num}(p) = \frac{(\Omega_{ref})_{num0}}{p}$$

$$\varepsilon_{0\Omega} = \lim_{p \rightarrow 0} pH_1(p)(\Omega_{ref})_{num}(p)$$

$$pH_1(p)(\Omega_{ref})_{num}(p) = p \frac{J_{eq}p}{(KK_{CNA}k_c + J_{eq}p)} \frac{(\Omega_{ref})_{num0}}{p} = \frac{J_{eq}(\Omega_{ref})_{num0}p}{(KK_{CNA}k_c + J_{eq}p)} \Rightarrow \varepsilon_{0\Omega} = 0$$

Calcul de l'erreur due à l'échelon de couple (on considère $(\Omega_{ref})_{num}(p) = 0$)

$$\Rightarrow C_{req}(t) = C_{r0} u(t) \Rightarrow C_{req}(p) = \frac{C_{r0}}{p}$$

$$\varepsilon_{0C} = \lim_{p \rightarrow 0} pH_2(p)C_{req}(p)$$

$$pH_2(p)C_{req}(p) = p \frac{1}{(KK_{CNA}k_c + J_{eq}p)} \frac{C_{r0}}{p} = \frac{C_{r0}}{(KK_{CNA}k_c + J_{eq}p)} \Rightarrow \varepsilon_{0C} = \frac{C_{r0}}{KK_{CNA}k_c}$$

D'où $\varepsilon_0 = \varepsilon_{0\Omega} + \varepsilon_{0C} \Leftrightarrow \varepsilon_0 = \frac{C_{r0}}{KK_{CNA}k_c}$

L'erreur statique n'est pas nulle mais elle est due au couple de frottement sec C_{r0} .

Q45. Avec un correcteur Proportionnel et Intégral, les résultats deviennent :

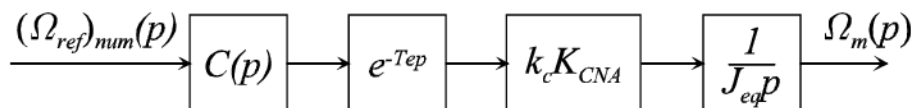
$$pH_1(p)(\Omega_{ref})_{num}(p) = p \frac{J_{eq}p}{\left[\frac{K(1+T_i p)}{T_i p} K_{CNA}k_c + J_{eq}p \right]} \frac{(\Omega_{ref})_{num0}}{p} = \frac{J_{eq}pT_i p^2}{\left[K(1+T_i p)K_{CNA}k_c + J_{eq}T_i p^2 \right]} (\Omega_{ref})_{num0} \Rightarrow \varepsilon_{0\Omega} = 0$$

$$pH_2(p)C_{req}(p) = p \frac{1}{\left[\frac{K(1+T_i p)}{T_i p} K_{CNA}k_c + J_{eq}p \right]} \frac{C_{r0}}{p} = \frac{T_i p C_{r0}}{\left[K(1+T_i p)K_{CNA}k_c + J_{eq}T_i p^2 \right]} \Rightarrow \varepsilon_{0C} = 0$$

D'où $\varepsilon_0 = \varepsilon_{0\Omega} + \varepsilon_{0C} \Leftrightarrow \varepsilon_0 = 0$

L'erreur statique est maintenant indépendante du couple de frottement C_{r0} .

Q46. Le schéma-bloc de la fonction de transfert en boucle ouverte est le suivant :



IV.5. Validation de la table élévatrice

Q51. Justification de la forme de la matrice d'inertie de l'ensemble des cartons exprimée au point $G_{cartons}$:
le plan $(\vec{x}, G_{cartons}, \vec{z})$ est un plan de symétrie donc les produits d'inertie L_{xy} et L_{yz} sont nuls.

Justification de la forme de la matrice d'inertie de la palette exprimée au point $G_{palette}$:

la matrice est diagonale car les plans $(\vec{x}, G_{palette}, \vec{y})$ et $(\vec{y}, G_{palette}, \vec{z})$ sont plans de symétrie.

Justification de la forme de la matrice d'inertie du porte-palette exprimée au point $G_{porte-palette}$:

le plan $(\vec{x}, G_{porte-palette}, \vec{y})$ est un plan de symétrie donc les produits d'inertie L_{xz} et L_{yz} sont nuls.

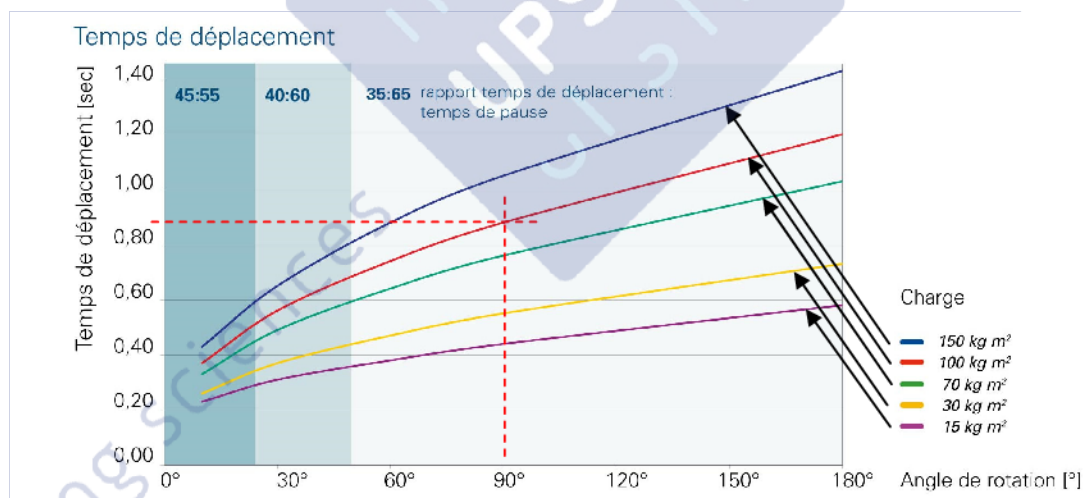
Q52. D'après l'annexe 6 : $I_{axel}(cartons) = L_{zz} = 80,37 \text{ kg.m}^2$

Q53. D'après l'annexe 7 : $I_{axel}(palette) = L_{yy} = 3,24 \text{ kg.m}^2$

Q54. D'après l'annexe 8 : $I_{axel}(porte - palette) = L_{yy} = 12,83 \text{ kg.m}^2$

Q55. $I_{axel}(S) = I_{axel}(cartons) + I_{axel}(palette) + I_{axel}(porte - palette)$ donc $I_{axel}(S) = 96,44 \text{ kg.m}^2$

Q56. Sachant que $I_{axel}(S) = 96,44 \text{ kg.m}^2$, on se réfère à la courbe de charge de 100 kg.m^2 . La rotation s'effectue sur 90° . Par lecture graphique, on obtient $t_{déplacement} = 0,87 \text{ s}$: nous ne pouvons pas conclure sur le respect du cahier des charges car il faut tenir compte du temps de pause.



Q57. Le rapport temps de déplacement / temps de pause est de 35 / 65.

Le temps de pause nécessaire entre deux rotations successives est donc de $t_{pause} = t_{déplacement} \times \frac{65}{35} = 1,62 \text{ s}$.

Q58. $t_{plateau} = t_{déplacement} + t_{pause} = 2,5 \text{ s}$: le cahier des charges est respecté ($t_{plateau} < 4,7 \text{ s}$).

Q59. $M(S) = M(cartons) + M(palette) + M(porte - palette) = 479,3 + 15,3 + 49,9$

On obtient : $M(S) = 544,5 \text{ kg}$

Q60. D'après l'annexe 9, l'effort de travail admis sur le plateau indexeur est de 25000 N : l'effort vertical imposé au plateau ($P(S) = M(S) \times g = 5445 \text{ N}$) est donc compatible.