

## Proposition de corrigé du sujet de concours

**CCP**

**PSI SI**

**de l'année 2017**

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'UPSTI : [www.upsti.fr](http://www.upsti.fr)

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est pas un corrigé officiel du concours, ni un corrigé exhaustif très détaillé relatif au problème posé.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à voir avec vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à passer par eux pour nous faire remonter des éventuels problèmes.

Ce document est sous une licence CreativeCommons BY-NC-ND.

Vous êtes autorisé à : Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats.

Selon les conditions suivantes :

**Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.

**Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette œuvre, tout ou partie du matériel la composant.

**Pas de modifications** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'œuvre originale, vous n'êtes pas autorisé à distribuer ou mettre à disposition l'œuvre modifiée.

**Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'œuvre dans les conditions décrites par la licence.

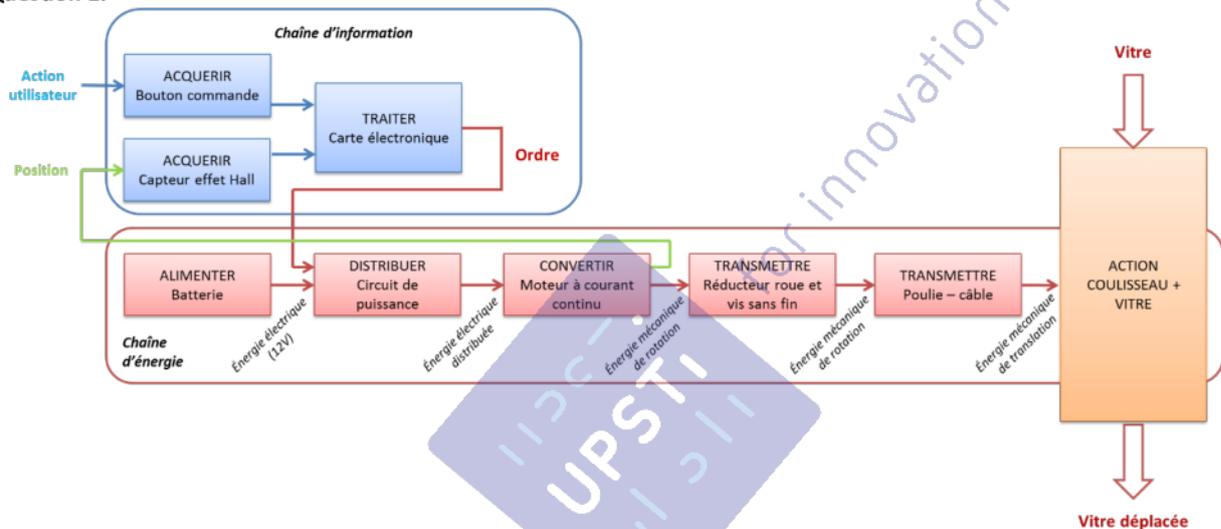
L'équipe UPSTI



COMMANDE GÉNERIQUE D'OUVRANTS PILOTES  
AUTOMOBILES (PEUGEOT)

1 ARCHITECTURE DU LEVE VITRE

Question 1.



Question 2.

On a :

$$v(t) = \frac{D}{2} \omega_p(t) = \frac{D}{2} \frac{1}{Z} \omega_m(t)$$

$$v(t) = 20,75 \cdot \frac{1}{53} \omega_m(t) = 0,39 \omega_m(t)$$

$r = \frac{D}{2Z}$	$r = 0,39 \text{ mm}$
--------------------	-----------------------

**Rappels :**  
Roues et vis sans fin

Réducteur roue et vis sans fin      Vis 6 filets      Roue dentée

Rapport de réduction réducteur roue et vis sans fin :

$$r_{rv} = \frac{\text{nombre filets}}{\text{nombre dents}}$$

Câble (vitesse de câble  $v_c$ ) et poulie (taux de rotation  $\omega_p$ )

$$v_c = R_p \omega_p$$

$R_p$  (Rayon de poulie)

Question 3.

La distance à parcourir est de 45 mm (req 4.2). L'angle moteur est donc donné par  $\theta_m = \frac{45}{r} = \frac{45}{0,39} = 115,4 \text{ rad} = 18,36 \text{ tours}$ .

**Question 4.**

À vitesse nominale on a  $T = \frac{\theta_m}{N_m} = \frac{18,36}{4000} = 0,00459 \text{ min.} = 0,3 \text{ s.}$  Cette durée est inférieure aux 5 secondes fixées par l'exigence 4.1 du cahier des charges.

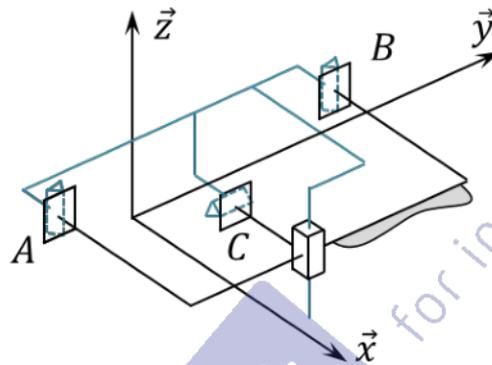
Remarque : on fait l'hypothèse que le moteur fonctionne à son régime nominal et on ne tient pas compte des temps d'accélération et de décélération. Par ailleurs les frottements entre la vitre et le joint ne sont pas pris en compte.

## 2 MODELISATION MULTIPHYSIQUE DU SYSTEME

### 2.1 Modélisation du guidage

#### 2.1.1 Guidage d'une vitre

**Question 5.**



**Question 6.**

Méthode cinématique	Méthode statique
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>\gamma</math> : nombre cyclomatique : <math>\gamma = 3</math> ;</li> <li>▪ <math>m</math> : nombre de mobilités : <math>m = 1</math> ; (translation suivant <math>\vec{z}</math>) ;</li> <li>▪ <math>N_c</math> : nombre d'inconnues cinématiques : <math>N_c = 13</math>.</li> </ul> <p>(4 inconnues cinématiques par liaison cylindre – plan et 1 inconnue cinématique pour la liaison glissière).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Il est donc possible de calculer le degré d'hyperstatisme <math>h</math> :</li> </ul> $h = m + 6\gamma - N_c \Leftrightarrow h = 1 + 18 - 13 = 6$	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>p = 2</math> pièces (vitre et bâti) ;</li> <li>▪ <math>m</math> : nombre de mobilités : <math>m = 1</math> ; (translation suivant <math>\vec{z}</math>) ;</li> <li>▪ <math>N_{inc} = 11</math> (2 inconnues statiques par liaison cylindre – plan et 5 inconnues statiques pour la liaison glissière).</li> <li>▪ Il est donc possible de calculer le degré d'hyperstatisme <math>h</math> :</li> </ul> $h = 11 - 6(p - 1) + m = 11 - 6 + 1 = 6$

**Question 7.**

Dans l'étude précédente le joint est considéré comme un solide indéformable. Cependant de par son matériau, c'est une pièce souple. Ses déformations permettent donc de résoudre les problèmes d'hyperstatisme (qui pourraient se traduire par une non\_montabilité de la vitre ou par un coincement de la vitre).

#### 2.1.2 Guidage d'une porte coulissante

**Question 8.**

Les éléments qui diffèrent sont les joints ainsi que les blocs coulisseaux et supports « remplacés » par le bloc chariots.

**Question 9.**

Une solution par coulissement limite les frottements. De plus la porte peut surement être sollicitée directement par l'utilisateur (par action manuelle) et cette action n'a pas toujours la même intensité. L'utilisation des chariots aura probablement une durée de vie plus longue au vu des sollicitations mises en jeu. (Par opposition à la vitre qui n'est actionnée que via le moteur.)

### 2.2 Modélisation des efforts de frottement

**Question 10.**

On décompose un effort infinitésimal du joint sur la vitre par la somme d'un effort normal et d'un effort tangentiel :

$$\overrightarrow{R}_{\text{joint} \rightarrow \text{vitre}} \cdot \vec{z} = 2 \int (\overrightarrow{dN} + \overrightarrow{dT}) \cdot \vec{z}$$

L'effort normal est une charge linéique suivant  $\vec{x}$ , l'effort tangentiel peut s'exprimer en utilisant le modèle de Coulomb. Il s'oppose au mouvement de la vitre ( $\pm \vec{z}$ ) :

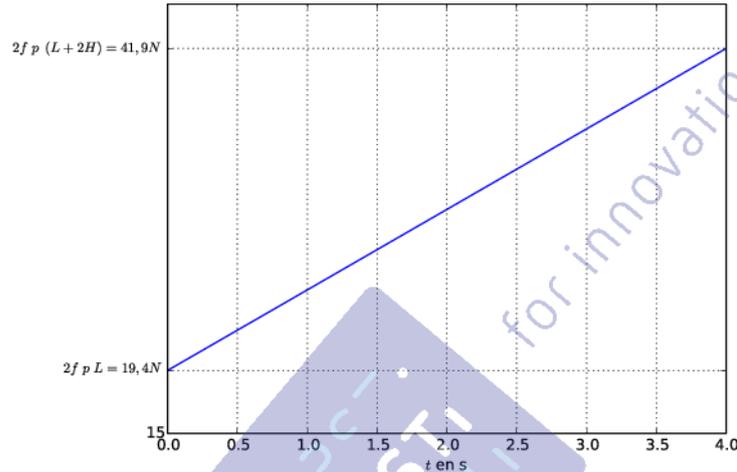
$$\overrightarrow{dN} = p dL \vec{x} \quad \overrightarrow{dT} = \pm 2f dN \vec{z} = \pm 2fp dL \vec{z}$$

En conséquence, en ne conservant que la composante suivant  $-\vec{z}$  (vitre montante) (hypothèse : 2 contacts sur la longueur de part et d'autre, 4 contacts sur la hauteur de part et d'autre, à gauche et à droite):

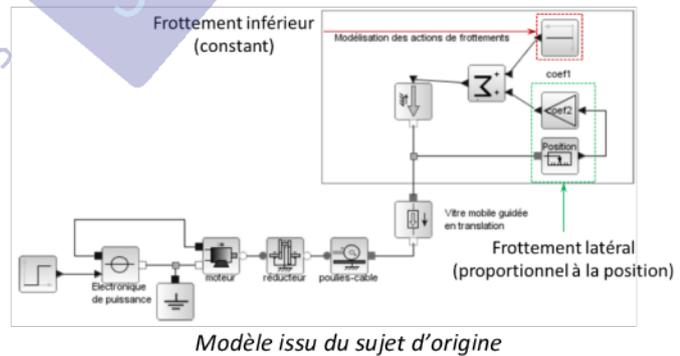
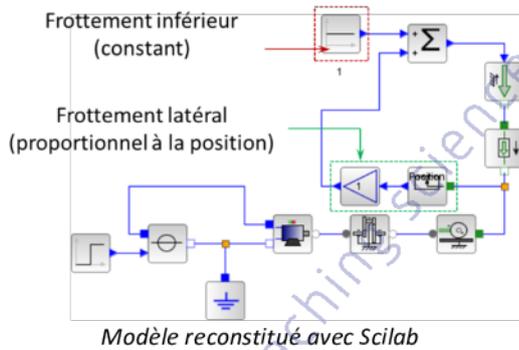
$$\overrightarrow{R}_{\text{joint} \rightarrow \text{vitre}} \cdot \vec{z} = 2 \int fp dL = 2fpL + 4fpz = 2fp(L + 2z) \quad z \in [0, H]$$

Remarque : faut-il diviser par 2 pour ne tenir compte que du joint d'un seul côté ?

**Question 11.**

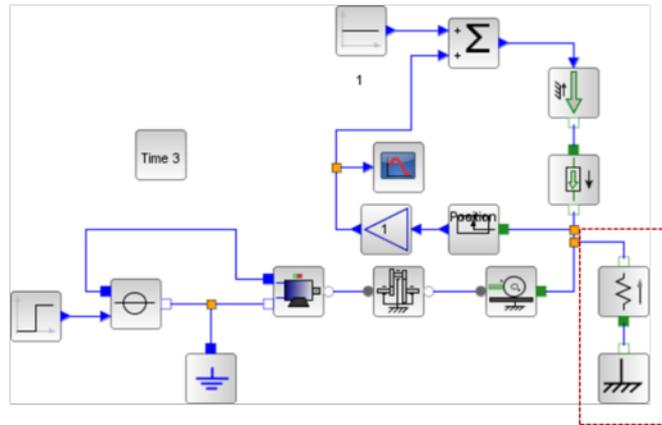


**Question 12.**



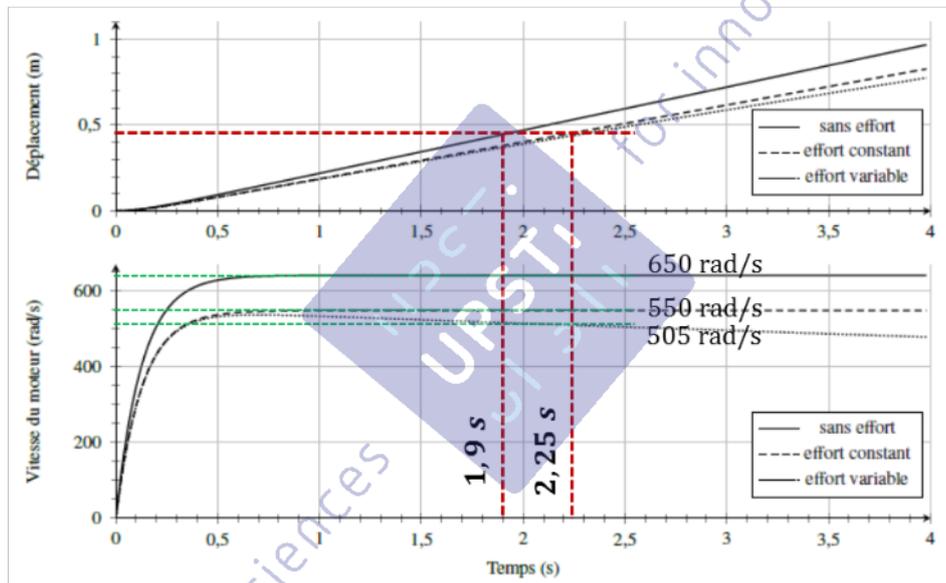
**2.3 Modélisation du contact avec un obstacle**

**Question 13.**



## 2.4 Validation du modèle simplifié

### Question 14.



Dans le cas où il n'y a pas d'effort résistant, le temps de déplacement est de 1,9 s, la vitesse atteinte par le moteur en régime permanent est de 650 rad/s.

Dans le cas où il y a un effort résistant, le temps de déplacement est de 2,25 s, la vitesse atteinte par le moteur en régime permanent est de 550 rad/s (effort constant).

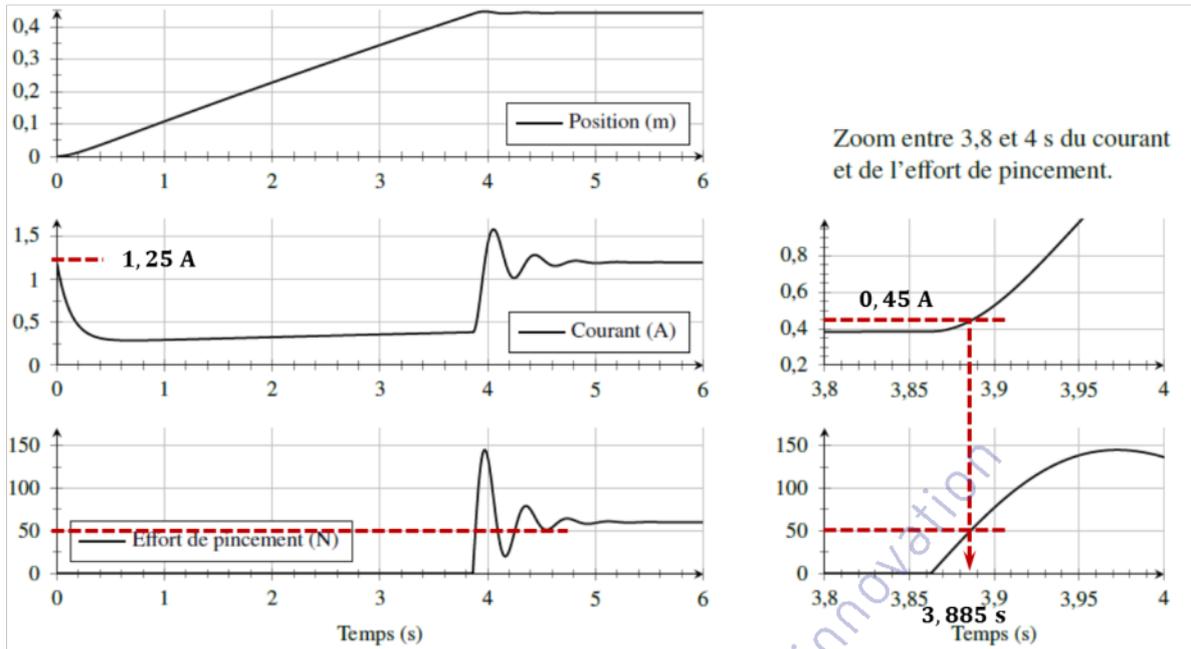
Dans les deux cas la durée de fermeture est inférieure à celle souhaitée dans le cahier des charges ce qui est donc satisfaisant.

Dans les modèles avec prise en compte des frottements la vitesse de rotation du moteur en régime permanent est bien inférieure à celle obtenue sans tenir compte du frottement. Dans le cas d'un effort constant la vitesse atteinte en régime permanent est d'environ 465rad/s et est constante.

Dans le cas d'un effort variable et à la fin du régime permanent, la vitesse de rotation du moteur est la même que dans le cas précédent puis diminue linéairement au cours du temps.

La prise en compte du frottement avec un effort variable dans la modélisation présente une influence non négligeable et il est préférable d'en tenir compte.

### Question 15.



L'effort reste inférieur à celui de la législation pendant 3,885 s. À ce stade le courant consommé est de 0,45 A à comparer à 1,25 A lors du démarrage du moteur. La méthode de détection de l'effort de pincement par la mesure de courant ne semble donc pas adaptée puisque le courant en régime transitoire est plus important que celui mesuré lors d'un pincement. Avec une méthode de seuillage on n'arriverait donc pas à distinguer la phase de démarrage du moteur et le pincement.

### 3 COMMANDE TOUT OU RIEN

#### 3.1 Mesure de la position de la vitre

##### Question 16.

L'utilisation de deux capteurs en quadrature a pour avantage d'une part de multiplier par 2 la résolution du capteur. D'autre part, l'utilisation de deux capteurs permet la détection du sens de rotation du rotor.

##### Question 17.

On peut mesurer  $1/8^{\text{ème}}$  de tour soit 0,785 rad. D'après la valeur de r donnée initialement, on a un plus petit déplacement mesurable de  $\Delta z = 0,3 \text{ mm/impulsion}$ .

##### Question 18.

Pour atteindre un effort résistant  $F_r = 50 \text{ N}$ , il faut que la vitre se déplace de la distance  $d = F_r/k = 2,5 \text{ mm}$ . Cela correspond à  $N_{imp} = \frac{d}{\Delta z} = 8,3 \text{ impulsions}$ . On pourra prendre 8 impulsions pour avoir une légère marge de sécurité.

#### 3.2 Analyse de la qualité de la mesure de la vitesse

##### Question 19.

On note :

- $T_{ech}$  la période d'échantillonnage égale à 10ms
- $\Delta\theta$  le pas angulaire par impulsion (en rad/impulsion) :  $\Delta\theta = \frac{2\pi}{8}$
- $\Delta t_{imp}$  la durée d'une impulsion (en s/impulsion) :  $\Delta t_{imp} = \frac{\Delta\theta}{\omega}$
- Le nombre d'impulsion moyen par durée d'échantillonnage est donné par :  $N_{moy} = \frac{T_{ech}}{\Delta t_{imp}}$
- On a alors :
  - $N_{moy} = \frac{8 \omega T_{ech}}{2\pi} = 3,82 \text{ impulsions}$

##### Question 20.

On a alors  $N_{moy}^{min} = 3$  et  $N_{moy}^{max} = 4$

On trouve donc :

$$\omega_{min} = \frac{\pi N_{moy}^{min}}{4 \cdot T_{ech}} = 235,6 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{max} = \frac{\pi N_{moy}^{max}}{4 \cdot T_{ech}} = 314,2 \text{ rad/s}$$

##### Question 21.

La variation de vitesse mesurée est assez importante.

On obtient une erreur de mesure de :

$$\frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega} = \frac{\pi}{4 \cdot T_{ech} \omega} = 22,4\%$$

De plus ces résultats ne sont valables qu'à vitesse constante alors que les résultats de la simulation dans le cas d'un effort variable montrent que la vitesse décroît linéairement avec une décélération égale à environ  $6,25 \text{ rad/s}^2$ . Sur une durée d'échantillonnage (égale à 10ms) la vitesse décroît en théorie à  $0,0625 \text{ rad/s}$  ce qui reste faible devant une variation de vitesse due à la précision de  $\omega_{max} - \omega_{min} = 78 \text{ rad/s}$ .

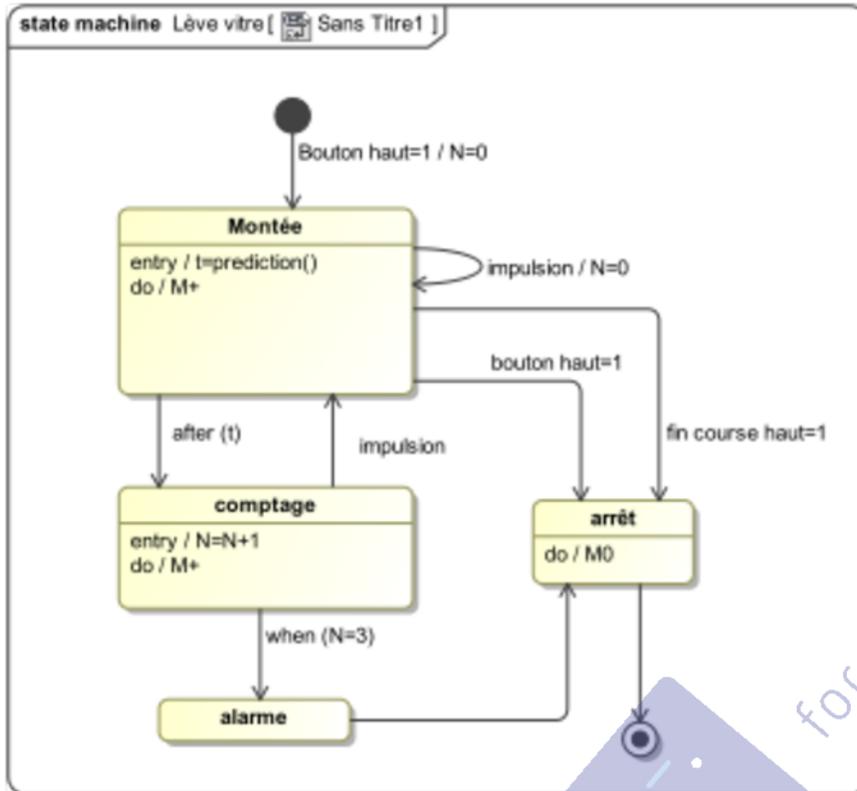
Cette méthode est donc peu satisfaisante.

#### 3.3 Mise en place de l'algorithme de commande

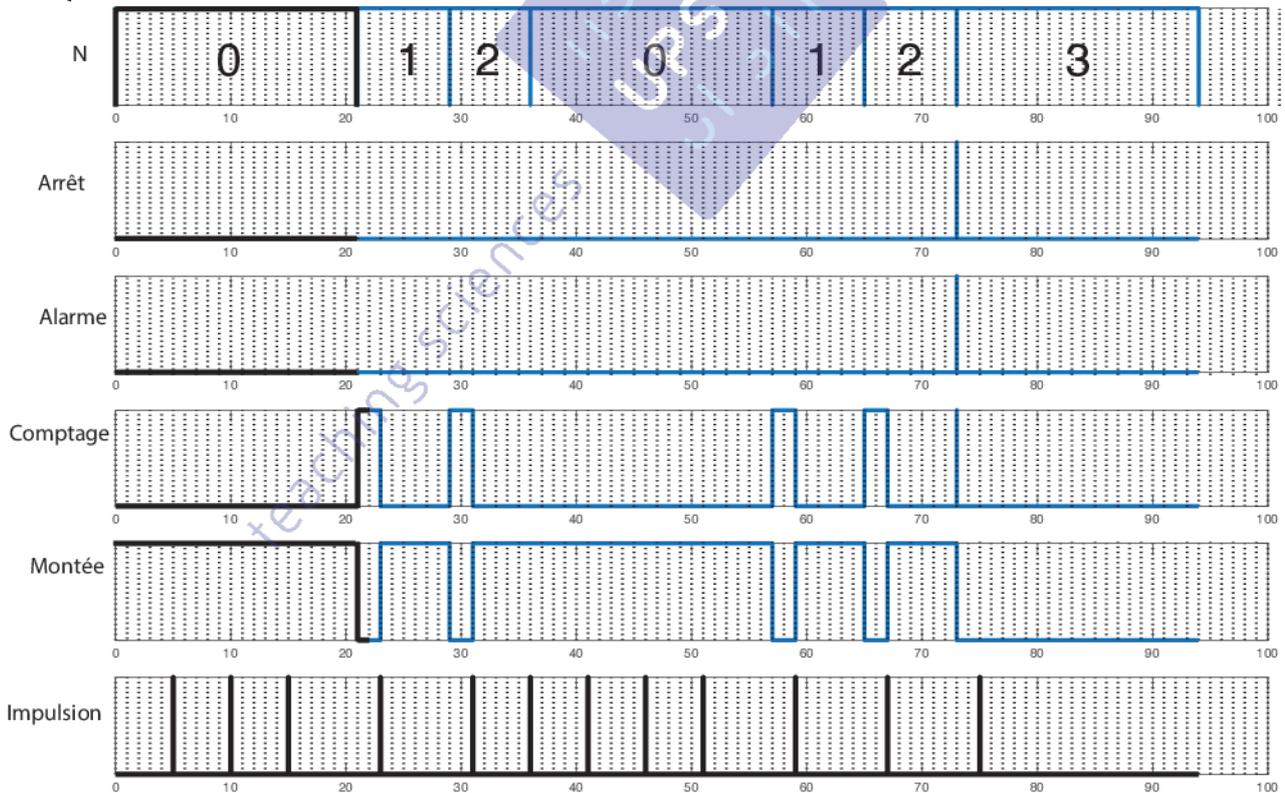
##### Question 22.

On passe de la montée à l'arrêt :

- quand on arrive en haut :  $transition1 : fin \ course = 1$  ;
- quand on ré-appuie sur le bouton haut :  $bouton \ haut = 1$  ;



Question 23.



Dans le chronogramme partiel proposé, on remarque que N est incrémenté (et donc l'état comptage est activé) après une impulsion et au-delà de 6 secondes. On en déduit donc que  $t=prediction()=6s$ .

## 4 COMMANDE ASSERVIE

### 4.1 Mise en place de l'asservissement de vitesse

#### Question 24.

On considère l'ensemble  $E = \{\text{rotor} + \text{vitre}\}$  dans un le référentiel  $R_g$  lié au véhicule supposé galiléen (véhicule à l'arrêt ou se déplaçant à vitesse constante en translation).

- Expression de l'énergie cinétique :
  - $Ec(E/R_g) = Ec(\text{rotor}/R_g) + Ec(\text{vitre}/R_g)$
  - $Ec(\text{rotor}/R_g) = \frac{1}{2}J_m\omega_m(t)^2$  car solide en rotation autour d'un axe fixe.
  - $Ec(\text{vitre}/R_g) = \frac{1}{2}m.v(t)^2$  car solide en mouvement de translation selon la verticale.
  - Avec  $v(t) = r.\omega_m(t)$ , on trouve :  $Ec(E/R_g) = \frac{1}{2}(J_m + m.r^2)\omega_m(t)^2$
  - Donc  $J = J_m + m.r^2$
- Expression des puissances galiléennes :
  - Puissance du au moteur :  $P(\text{moteur} \rightarrow \text{rotor} / R_g) = C_m(t).\omega_m(t)$
  - Puissance du au frottement visqueux :  $P(\text{frottement visqueux} \rightarrow \text{rotor} / R_g) = -f_v(t).\omega_m(t)^2$
  - Puissance du au couple résistant ramené à l'axe moteur :  $P(\text{res} \rightarrow \text{rotor} / R_g) = -C_r(t).\omega_m(t)$
  -
- Expression des puissances intérieures
  - Toutes les liaisons sont parfaites :  $P_{int}(E) = 0$

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à E en mouvement dans  $R_g$  s'écrit :

$$\frac{dEc(E/R_g)}{dt} = P(\text{ext} \rightarrow E / R_g) + P_{int}(E)$$

- En simplifiant par  $\omega_m(t)$  on obtient :
  -
- $J \frac{d\omega_m(t)}{dt} + f_v\omega_m(t) = C_m(t) - C_r(t)$
- 

#### Question 25.

En traduisant les équations données dans le domaine de Laplace, on a :

- $Jp\Omega_m(p) + f_v\Omega_m(p) = C_m(p) - C_r(p) \Leftrightarrow (Jp + f_v)\Omega_m(p) = C_m(p) - C_r(p)$  ;
- $U_m(p) = RI(p) + k\Omega_m(p)$  ;
- $C_m(p) = kI(p)$ .

On a :

- $A(p) = E(p) = K_{capt}$
- $B(p) = C_{corr}(p)$
- D'après le schéma bloc,  $\Omega_m(p) = M(p)(U_m(p)D(p) - C_r(p))$ .
- D'après les équations,  $(Jp + f_v)\Omega_m(p) = kI(p) - C_r(p) \Leftrightarrow (Jp + f_v)\Omega_m(p) = k \frac{U_m(p) - k\Omega_m(p)}{R} - C_r(p) \Leftrightarrow (Jp + f_v + \frac{k^2}{R})\Omega_m(p) = \frac{k}{R}U_m(p) - C_r(p)$ .
- Au final, en identifiant,  $M(p) = \frac{1}{Jp + f_v + \frac{k^2}{R}}$  et  $D(p) = \frac{k}{R}$ .

#### Question 26.

On a  $C(p) = A(p)B(p)D(p) = \frac{K_{capt}k}{R}C_{corr}(p)$ .

#### Question 27.

On a :  $\varepsilon(p) = \Omega_c(p) - \Omega_m(p)$  et  $\Omega_m(p) = (\varepsilon(p)C(p) - C_r(p))M(p)$ . D'où  $\varepsilon(p) = \Omega_c(p) - (\varepsilon(p)C(p) - C_r(p))M(p) = \Omega_c(p) - \varepsilon(p)C(p)M(p) - C_r(p)M(p)$ . En conséquence,  $\varepsilon(p) = \frac{1}{1+C(p)M(p)}\Omega_c(p) - \frac{M(p)}{1+C(p)M(p)}C_r(p)$ .

Au final,  $H_c(p) = \frac{1}{1+C(p)M(p)}$  et  $H_r(p) = -\frac{M(p)}{1+C(p)M(p)}$ .

### 4.2 Vérification des performances de l'asservissement de vitesse

#### Question 28.

On a  $\varepsilon(p) = H_c(p)\Omega_c(p) + H_r(p)C_r(p)$ . Avec  $\Omega_c(p) = 0$  et  $C_r(p) = \frac{C_{r0}}{p^2}$ , on a  $\varepsilon(p) = H_r(p)\frac{C_{r0}}{p^2}$ .

Par ailleurs,

$$\varepsilon_0 = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p H_r(p) \frac{C_{r0}}{p^2} = \lim_{p \rightarrow 0} -\frac{M(p)}{1+C(p)M(p)} \frac{C_{r0}}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} -\frac{\frac{K}{1+\tau p}}{1+Kp \frac{1+\tau_i p}{\tau_i p} \frac{K}{1+\tau p}} \frac{C_{r0}}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} -\frac{\frac{K}{1+\tau p}}{p+Kp \frac{1+\tau_i p}{\tau_i} \frac{K}{1+\tau p}} C_{r0} = -\frac{C_{r0}\tau_i}{K_p}$$

### Question 29.

#### Méthode 1 : Comportement asymptotique

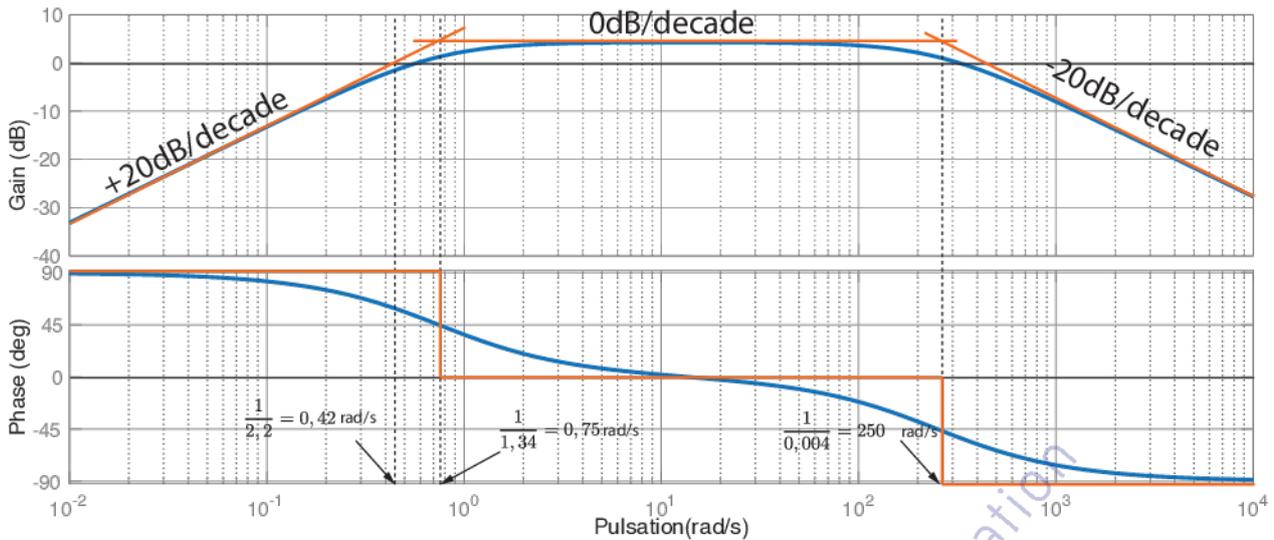
- $2,2p$  :
  - diagramme de gain : droite de pente +20 dB/décade qui coupe l'axe des abscisses en  $\omega = \frac{1}{2,2} = 0,42$  rad/s ;
  - diagramme de phase : droite de pente nulle et d'ordonnée +90° ;
- $\frac{1}{1+1,34p}$  :
  - Pour  $\omega < \frac{1}{1,34} = 0,75$  rad/s :
    - diagramme de gain droite de pente nulle et d'ordonnée nulle ;
    - diagramme de phase : droite de pente nulle et d'ordonnée nulle ;
  - Pour  $\omega > \frac{1}{1,34} = 0,75$  rad/s :
    - diagramme de gain : droite de pente -20dB/décade de gain nul pour  $\omega 0,75$  rad/s ;
    - diagramme de phase : droite de pente nulle et d'ordonnée -90° ;
- $\frac{1}{1+0,004p}$  :
  - Pour  $\omega < \frac{1}{0,004} = 250$  rad/s :
    - diagramme de gain droite de pente nulle et d'ordonnée nulle ;
    - diagramme de phase : droite de pente nulle et d'ordonnée nulle ;
  - Pour  $\omega > \frac{1}{0,004} = 250$  rad/s :
    - diagramme de gain : droite de pente -20dB/décade de gain nul pour  $\omega = 250$  rad/s ;
    - diagramme de phase : droite de pente nulle et d'ordonnée -90°.

#### Méthode 2 : tableau de variation

	$\omega \rightarrow 0$	$\omega = 0,75$ rad/s	$\omega = 250$ rad/s	$\omega \rightarrow +\infty$
$2,2p$	20db/décade	20db/décade	20db/décade	20db/décade
$\frac{1}{1+1,34p}$	0 dB/décade	-20db/décade	-20db/décade	-20db/décade
$\frac{1}{1+0,004p}$	0 dB/décade	0 dB/décade	-20db/décade	-20db/décade
$H_r(p)$	<b>20db/décade</b>	<b>0db/décade</b>	<b>0db/décade</b>	<b>-20db/décade</b>

De plus pour le tracé asymptotique :

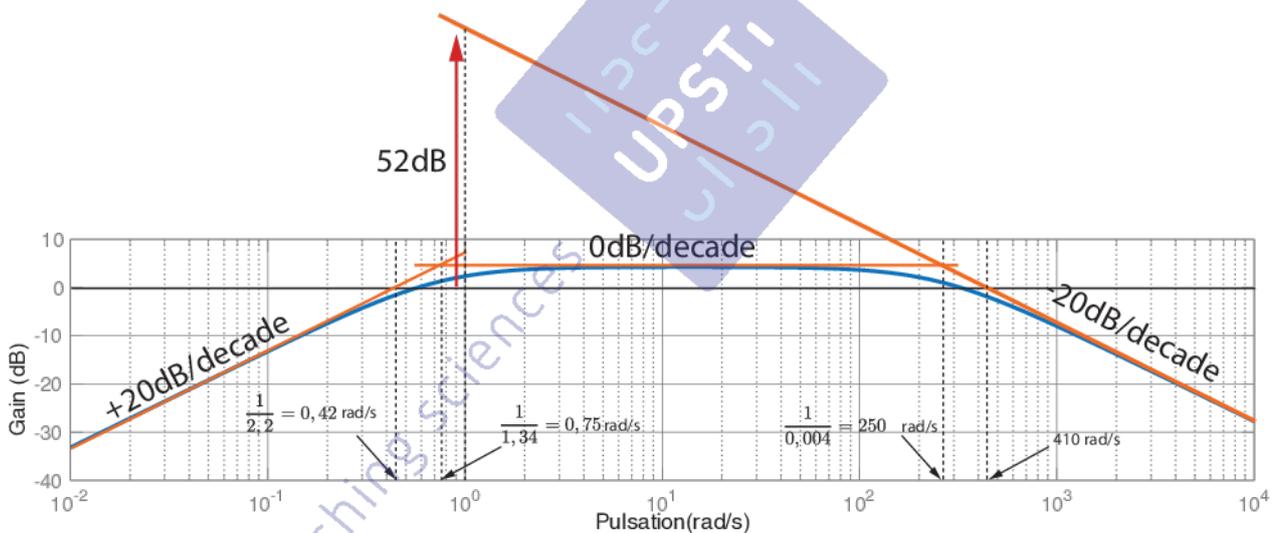
- en  $\omega = 1$  rad/s,  $20 \log 2,2 = 6,85$  dB.
- en  $\omega = \frac{1}{2,2} = 0,42$  rad/s, la première branche asymptotique coupe l'axe des abscisses.



**Question 30.**

En haute fréquence, le système se comporte comme un intégrateur pur.

- Pour  $\omega = 1 \text{ rad/s}$  on mesure un gain dB pour la branche asymptotique de  $20 \log \left( \frac{2,2\omega}{0,004 \cdot 1,34 \cdot \omega^2} \right) = 52 \text{ dB}$  soit un gain de 410. En haute fréquence, on a donc l'approximation  $H_r(p) = \frac{410}{p}$ .



On a  $\varepsilon(p) = \varepsilon_0 + H_r(p)C_{obs}(p) \Leftrightarrow C_{obs}(p) = \frac{\varepsilon(p) - \varepsilon_0}{H_r(p)}$ . On a alors :  $C_{obs}(p) = p \frac{\varepsilon(p) + \frac{C_{ro}\tau_i}{K_p}}{410} = p \frac{K_p \cdot \varepsilon(p) + C_{ro}\tau_i}{410 K_p} = p \frac{0,6 \cdot \varepsilon(p) + 10 C_{ro} \cdot \tau}{246}$   
(car  $K_p=0,6$  et  $\tau_i = 10\tau$ )

**Question 31.**

En considérant  $\varepsilon(p)$  comme constante et un passe-bas du premier ordre du type  $H_{f\acute{u}lte}(p) = \frac{K_f}{1 + \tau_f p}$ , on aurait :

$$C_{obs}^f(p) = p \frac{0,6 \cdot \varepsilon(p) + 10 C_{ro} \cdot \tau}{246} \frac{K_f}{1 + \tau_f p}$$

Ainsi à haute fréquence  $C_{obs}^f(p)$  va tendre vers une constante. Le couple résistant dû à l'obstacle sera donc identifié en haute fréquence. Cette méthode semble efficace car les autres couples résistant dus au frottement et à la pesanteur évoluent plutôt à basse fréquence.

**Question 32.**

L'obstacle apparaît à  $t = 5,1 \text{ s}$ . On pourrait utiliser un « seuil » pour repérer l'obstacle.

## 5 SYNTHÈSE

### Question 33.

Dans le cas d'une porte latérale coulissante il n'y a pas de présence de joint contrairement à l'architecture du lève-vitre. Ainsi il y aura une différence sur l'estimation du couple résistant du au frottement qui sera ici constant. Ainsi il sera plus aisé de dissocier le couple résistant et le couple dû à un obstacle. Donc la méthode proposée précédemment restera valable.

#### Remarque :

- Sujet globalement intéressant permettant de balayer le programme des deux années.
- Peu de questions axées sur de la mécanique générale « pure et dure ».
- On note l'étude d'un diagramme d'état avec une réflexion sur des transitions et un chronogramme.
- On note également la présence d'une analyse de modèle multiphysique reposant sur un modèle Scilab Xcos/Simm.
- Les parties sont globalement indépendantes et peuvent permettre à un candidat coincé de passer à une partie.