

Proposition de corrigé

Concours : Banque PT

Année : 2017

Filière : PT

Épreuve : Sciences Industrielles B

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](http://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : corrigesconcours@upsti.fr.

Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : www.upsti.fr

L'équipe UPSTI

Correction SIB 2017

Partie I : Choix de motorisation et d'un rapport de réduction adapté

I.1 – Choix de la motorisation

Q 1 : Les lois d'accélération sont obtenues par dérivation :

$$v'(t) = v_1'(t) \text{ si } t \in [0, \tau] \text{ avec } v_1'(t) = 2at$$

$$v'(t) = v_2'(t) \text{ si } t \in [\tau, T + \tau] \text{ avec } v_2'(t) = b$$

$$v'(t) = v_3'(t) \text{ si } t \in [T + \tau, T + 2\tau] \text{ avec } v_3'(t) = 2d(t - T - \tau) + e$$

	Entre les phases ① et ②	Entre les phases ② et ③	Entre les phases ③ et ④
Continuité des vitesses	$v_1(\tau) = v_2(\tau)$ $a \cdot \tau^2 = c$	$v_2(\tau + T) = v_3(\tau + T)$ $b \cdot T + c = f$	$v_3(2\tau + T) = V_{\max}$ $d \cdot \tau^2 + e \cdot \tau + f = V_{\max}$
Continuité des accélérations	$v_1'(\tau) = v_2'(\tau)$ $2a\tau = b$	$v_2'(\tau + T) = v_3'(\tau + T)$ $b = e$	$v_3'(2\tau + T) = 0$ $2d\tau + e = 0$

Les inconnues sont les 6 coefficients (a, b, c, d, e et f) et les équations les 6 obtenues pour assurer la continuité.

Je ne retrouve pas les relations proposées dans l'énoncé !

$a = \frac{V_{\max}}{2(T + \tau)\tau}$	$b = \frac{V_{\max}}{T + \tau}$	$c = \frac{V_{\max} \cdot \tau}{2(T + \tau)}$
$d = \frac{-V_{\max}}{2(T + \tau)\tau}$	$e = \frac{V_{\max}}{T + \tau}$	$f = \frac{V_{\max} \cdot (2T + \tau)}{2(T + \tau)}$

Q 2 : On isole l'ensemble du portique et on applique le théorème de la résultante dynamique en projection suivant l'axe \bar{x} supposé horizontal. On obtient : $M \cdot v'(t) = 2 \cdot F(t)$.

Q 3 : La puissance est obtenue simplement par : $P(t) = 2 \cdot F(t) \cdot v(t)$ soit $P(t) = M \cdot v'(t) \cdot v(t)$

Q 4 : La puissance maximale correspond à :

$$P_{\max} = P(T + \tau) = M \cdot v'(T + \tau) \cdot v(T + \tau) = M \cdot v_2'(T + \tau) \cdot v_2(T + \tau)$$

$$\text{Soit } P_{\max} = M \cdot b \cdot (bT + c) = M \cdot \frac{V_{\max}}{T + \tau} \cdot \left(\frac{V_{\max}}{T + \tau} T + \frac{V_{\max} \cdot \tau}{2(T + \tau)} \right). \text{ Donc } P_{\max} = M \cdot \left(\frac{V_{\max}}{T + \tau} \right)^2 \cdot \left(T + \frac{\tau}{2} \right)$$

$$\text{On a } a_{\max} = b = \frac{V_{\max}}{T + \tau}. \text{ Donc : } T = \frac{V_{\max}}{a_{\max}} - \tau$$

$$\text{A.N. : } P_{\max} = M \cdot (a_{\max})^2 \cdot \left(\frac{V_{\max}}{a_{\max}} - \frac{\tau}{2} \right) = 20000 \cdot 2^2 \cdot \left(\frac{0,33}{2} - \frac{0,07}{2} \right) = 80000 \cdot \frac{0,26}{2}. \text{ Soit } P_{\max} = 10,4 \text{ kW}$$

Q 5 : En tenant compte du rendement et de la présence des 2 moteurs, la puissance minimale

d'un moteur est : $P_{\text{moteur}} = \frac{P_{\text{max}}}{2\eta} = \frac{10,4}{2 \cdot 0,8}$. Soit $P_{\text{moteur}} = 6,5 \text{ kW}$.

Une seule référence convient : $1\text{FT6105} - 1\text{AC71}$

$$\frac{d\Phi_{(a)}}{d\theta} = -n\sqrt{2}\Phi_e \sin(n\theta)$$

Q 6 : Calcul des dérivées des flux : $\frac{d\Phi_{(b)}}{d\theta} = -n\sqrt{2}\Phi_e \sin\left(n\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$, puis le couple moteur :

$$\frac{d\Phi_{(c)}}{d\theta} = -n\sqrt{2}\Phi_e \sin\left(n\theta - \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$C_m = -2In\Phi_e \left(\sin(n\theta)\cos\left(n\theta + \frac{\pi}{2} - \psi\right) + \sin\left(n\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\cos\left(n\theta + \frac{\pi}{2} - \psi - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(n\theta - \frac{4\pi}{3}\right)\cos\left(n\theta + \frac{\pi}{2} - \psi - \frac{4\pi}{3}\right) \right)$$

$$C_m = 2In\Phi_e \left(\sin(n\theta)\sin(n\theta - \psi) + \sin\left(n\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\sin\left(n\theta - \psi - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(n\theta - \frac{4\pi}{3}\right)\sin\left(n\theta - \psi - \frac{4\pi}{3}\right) \right)$$

$$= 2In\Phi_e \left(\frac{\cos\psi - \cos(2n\theta - \psi)}{2} + \frac{\cos\psi - \cos\left(2n\theta - \psi - \frac{2\pi}{3}\right)}{2} + \frac{\cos\psi - \cos\left(2n\theta - \psi - \frac{4\pi}{3}\right)}{2} \right) \quad \text{Soit}$$

$C_m = 3In\Phi_e \cos\psi$. Le couple est indépendant de la position angulaire du rotor.

Q 7 : Le couple moteur maximal est atteint pour $I = I_{\text{max}}$ et $\psi = 0$. Le couple devient négatif pour des valeurs de $\psi \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$. Pour limiter les pertes Joules, il convient de réduire le courant efficace I et donc de travailler à $\psi = 0$.

Q 8 : Les moteurs synchrones sont équipés de capteur à effet Hall pour mesurer la position du champ magnétique rotorique, et donc d'en déduire ψ .

Q 9 : La fréquence des courants est donnée par : $f = \frac{n \cdot \omega_m}{2\pi}$. Le composant A est un redresseur et le composant B est un onduleur triphasé.

I.2 - Choix d'un rapport de réduction

Q 10 : $v = \omega_m \cdot R_{53} \cdot r_5$ et $R_{53} \cdot r_5 = \frac{v_{\text{max}}}{\omega_{\text{max}}}$

Q 11 : $R_{53}^{\text{max}} = \frac{v_{\text{max}}}{\omega_{\text{max}} \cdot r_5^{\text{min}}}$ et $R_{53}^{\text{min}} = \frac{v_{\text{max}}}{\omega_{\text{max}} \cdot r_5^{\text{max}}}$. Je retiens $\omega_{\text{max}} = 2000 \cdot \frac{2\pi}{60} \approx 200 \text{ rad/s}$. on obtient alors :

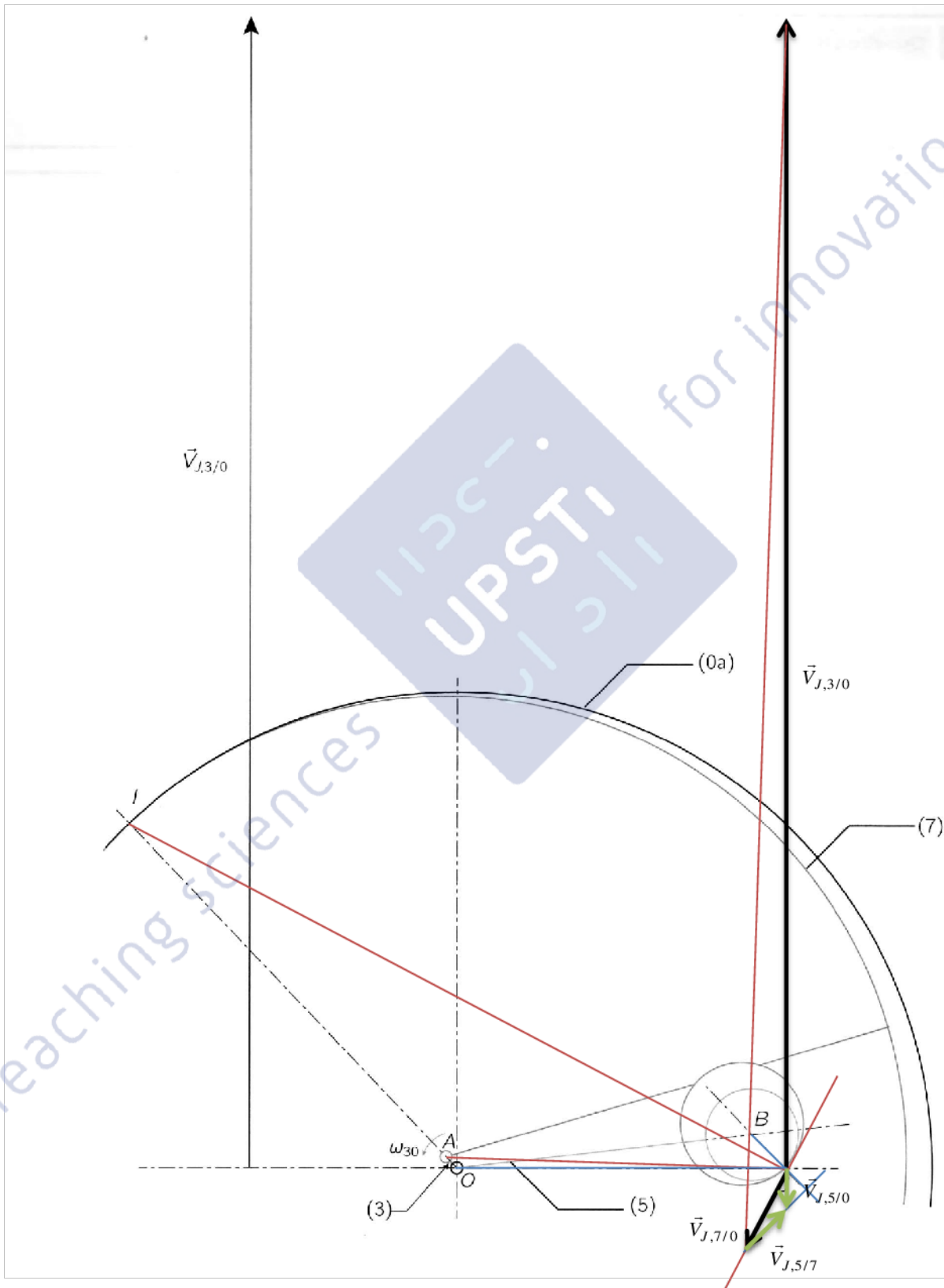
$R_{53}^{\text{max}} \approx \frac{0,33}{200 \cdot 40 \cdot 10^{-3}} \approx 0,04$ et $R_{53}^{\text{min}} \approx \frac{0,33}{200 \cdot 100 \cdot 10^{-3}} \approx 0,017$. Des réducteurs à train épicycloïdal sont de bons candidats pour une telle application.

Q 12 : Le mouvement de 7 par rapport à 3 est une rotation de centre A. Donc le vecteur vitesse $\vec{V}_{J,7/3}$ a pour support la perpendiculaire à \vec{AJ} passant par J.

Q 13 : Il y a roulement sans glissement entre 7 et 0 en I CIR du mouvement de 7/0. Donc le vecteur vitesse $\vec{V}_{J,7/0}$ a pour support la perpendiculaire à \vec{IJ} passant par J.

Q 14 : Il y a glissement entre 7 et 5 au niveau du point J . Le vecteur $\vec{v}_{J,5/7}$ appartient donc au plan tangent commun à 5 et 7 en J . Ce qui correspond à la perpendiculaire à \overline{BJ} passant par J .

Q 15 : $\vec{v}_{J,3/0}$ n'est pas donné en J !



Une 1^{ère} composition des mouvements donne : $\vec{V}_{J,7/10} = \vec{V}_{J,7/13} + \vec{V}_{J,3/10}$. On construit cette composition en respectant les directions précisées aux questions précédentes.

Puis, une 2^{nde} donne : $\vec{V}_{J,5/10} = \vec{V}_{J,5/17} + \vec{V}_{J,7/10}$. Que l'on traduit graphiquement, sachant que le mouvement de 5 par rapport à 0 est une rotation de centre O.

Q 16 : Une estimation du rapport $\frac{1}{R_{53}}$ est donnée par le rapport des longueurs des vecteurs représentés sur la figure. Donc : $\frac{1}{R_{53}} \approx 30$ ou $R_{53} \approx 0,033$. Cette valeur appartient bien à l'intervalle $[R_{53}^{\min}, R_{53}^{\max}]$.

Q 17 : Le rayon r_5 est donné par la relation établie à la question Q10 : $r_5 = \frac{v_{\max}}{\omega_{\max} \cdot R_{53}}$, soit

$$r_5 \approx \frac{0,33}{200 \cdot \frac{1}{30}} \approx 0,05m.$$

L'effort tangentiel maxi est donné par la relation de la dynamique de la question Q2 :

$$F_T^{\max} = \frac{M \cdot a_{\max}}{2} = \frac{20000 \cdot 2}{2} = 20000N$$

La condition de résistance impose : $s \cdot \sigma_{\max} \leq R_e$. Soit $s \cdot \frac{5,5 \cdot F_T^{\max}}{w \cdot m} \leq R_e$.

On obtient : $m \geq m_{\min} = s \cdot \frac{5,5 \cdot F_T^{\max}}{w \cdot R_e}$. A.N. : $m_{\min} = 1,5 \cdot \frac{5,5 \cdot 20000}{65.450} = \frac{11.300}{13.45} \approx 5,5mm$

Partie II : Choix d'une précharge et d'un accouplement

II.2 - Choix de la précharge

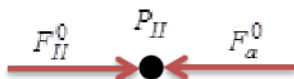
Q 18 : $p = \delta_I^0 + \delta_{II}^0 + \delta_a^0$

Q 19 : On isole le nœud P_I et on écrit le théorème de la résultante suivant l'axe de déplacement :



$$F_I^0 - F_a^0 - F_I = 0, \text{ soit } -k_a \cdot \delta_a^0 + k_I \cdot \delta_I^0 = 0$$

Q 20 : On isole le nœud P_{II} et on écrit le théorème de la résultante suivant l'axe de déplacement :



$$-F_a^0 + F_{II}^0 + F_I^0 = 0, \text{ soit } k_a \cdot \delta_a^0 - k_{II} \cdot \delta_{II}^0 = 0$$

Q 21 : On exploite les relations précédentes : $\delta_a^0 = \frac{k_I}{k_a} \cdot \delta_I^0$ et $\delta_{II}^0 = \frac{k_I}{k_{II}} \cdot \delta_I^0$

Donc : $p = \delta_I^0 + \frac{k_I}{k_{II}} \cdot \delta_I^0 + \frac{k_I}{k_a} \cdot \delta_I^0 = \delta_I^0 \left(1 + \frac{k_I}{k_{II}} + \frac{k_I}{k_a} \right)$. Soit $\delta_I^0 = \frac{p}{1 + \frac{k_I}{k_{II}} + \frac{k_I}{k_a}}$.

De même, on trouve : $\delta_{II}^0 = \frac{P}{1 + \frac{k_{II}}{k_I} + \frac{k_{II}}{k_a}}$ et $\delta_a^0 = \frac{P}{1 + \frac{k_a}{k_{II}} + \frac{k_a}{k_I}}$

Q 22 : L'allongement du ressort I diminue pour un déplacement positif : $\delta_I = \delta_I^0 - \Delta_I$

De même : $\delta_a = \delta_a^0 + \Delta_I - \Delta_{II}$ et $\delta_{II} = \delta_{II}^0 + \Delta_{II}$

Q 23 : Les nouvelles équations d'équilibre sont : $\begin{cases} F_a - F_I + A = 0 \\ F_{II} - F_a = 0 \end{cases}$. On obtient alors :

$$\begin{cases} -k_a \cdot \delta_a + k_I \cdot \delta_I + A = 0 \\ k_a \cdot \delta_a - k_{II} \cdot \delta_{II} = 0 \end{cases}$$

Q 24 : On obtient un système de 5 équations indépendantes à 5 inconnues.

Q 25 : $\begin{cases} T_I = k_I \cdot \delta_I \\ T_{II} = k_{II} \cdot \delta_{II} \end{cases}$ ces efforts changent de signe, lorsque les allongements sont nuls. Donc :

$$\begin{aligned} A_I^C &= \frac{k_a \cdot k_{II}}{k_a + k_{II}} p \\ A_{II}^C &= -k_I \cdot p \end{aligned}$$

Q 26 : La précharge doit être négative pour ne pas solliciter les ressorts I et II en traction au montage : $p < 0$.

Pour garantir le contact sur les 2 ressorts, il faut vérifier : $|p| = \max\left(\frac{k_a + k_{II}}{k_a \cdot k_{II}} A_{\max}, \frac{1}{k_I} A_{\max}\right)$.

II.3 – Choix d'un accouplement adapté

Q 27 : Le couple à transmettre et la rigidité torsionnelle nécessaire.

Q 28 : Torseur de cohésion : $\{T_{coh}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ M_t(x) \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}_G$.

Q 29 : $M_t(x) = C$.

Q 30 : $\phi(x) = \frac{M_t}{G \cdot I_0} \cdot x$

Q 31 : $\phi(L) = \frac{C}{G \cdot I_0} \cdot L$ et donc $k_t = \frac{C}{\phi(L)} = \frac{G \cdot I_0}{L}$

Q 32 : $I_0 = \frac{\pi \cdot D^4}{32}$ A.N. $I_0 = \frac{\pi \cdot 50^4}{32} \approx \frac{3,2 \cdot 50^4}{32} \approx 625 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$

Et $k_t \approx \frac{83000 \cdot 625 \cdot 10^3}{175} \approx \frac{83000 \cdot 25 \cdot 10^3}{7} \approx 12 \times 25 \cdot 10^6 \approx 300 \cdot 10^6 \text{ N.mm.rad}^{-1}$ ou $k_t \approx 3 \cdot 10^5 \text{ N.m.rad}^{-1}$

Q 33 : Chaque élément se déforme sous l'action du même moment de torsion. On obtient un angle total de rotation tel que : $\Delta\phi = \frac{C}{k_{ac}} + \frac{C}{k_1}$. Cet angle doit s'exprimer : $\Delta\phi = \frac{C}{k_a}$ pour la recherche d'un

modèle équivalent. Donc : $\frac{1}{k_a} = \frac{1}{k_{ac}} + \frac{1}{k_1}$. Soit : $k_a = \frac{k_{ac} \cdot k_1}{k_{ac} + k_1}$.

$$\text{A.N. : } k_a = \frac{191 \cdot 10^3 \cdot 300 \cdot 10^3}{191 \cdot 10^3 + 300 \cdot 10^3} \approx 120 \cdot 10^3 \text{ N.m.rad}^{-1}$$

$$\text{Q 34 : A.N. : } |p| = \max \left(\frac{120 \cdot 10^3 + 600}{120 \cdot 10^3 \cdot 600} 50, \frac{1}{600} 50 \right) \approx \frac{5}{60} \text{ rad} \text{ ou } |p| \approx \frac{5}{60} \cdot \frac{180}{\pi} \approx 5^\circ$$

Q 35 : Dans la plage de fonctionnement du couple moteur de $[-50, 50]$ en N.m, on constate que le couple accouplement reste positif. Il n'y aura donc pas de jeu dans la transmission au cours du fonctionnement. On vérifie aussi que le couple accouplement reste inférieur au couple maxi de la documentation (200N.m).

Partie III : Choix d'une solution de guidage

III.1 – Choix d'un montage de roulement

Q 36 : L'emploi de roulements à rouleaux coniques se justifie par la présence de charges axiales importantes dues au renvoi conique

Le montage en « X » est justifié par le montage en chape du pignon conique, ainsi les centres de poussés sont au plus près des points d'application des efforts. D'autre part la nécessité de monter serrées les bagues intérieures des roulements permettra avec un montage en X un réglage aisé de la précharge en rapprochant les bagues extérieures montées glissantes l'une de l'autre.

III.2 – Estimation des efforts dans les roulements

$$\text{Q 37 : } \left\{ \begin{matrix} T_{0 \rightarrow 1}^A \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X_{01}^A & 0 \\ Y_{01}^A & 0 \\ Z_{01}^A & 0 \end{matrix} \right\}_{A, (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} \text{ et } \left\{ \begin{matrix} T_{0 \rightarrow 1}^B \\ \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X_{01}^B & 0 \\ Y_{01}^B & 0 \\ Z_{01}^B & 0 \end{matrix} \right\}_{B, (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

Q 38 : On isole (1) et on applique le théorème de la résultante dynamique et le théorème du moment dynamique en A (résultante dynamique et moment dynamique nuls : vitesse de rotation constante et solide équilibré statiquement et dynamiquement).

$$\text{Bilan des actions mécaniques extérieures : } \left\{ T_{0 \rightarrow 1}^A \right\}; \left\{ T_{0 \rightarrow 1}^B \right\}; \left\{ T_{3 \rightarrow 1}^D \right\} \text{ et } \left\{ T_{mot \rightarrow 1}^A \right\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{x} \end{matrix} \right\}_A$$

$$\text{On obtient : } \left\{ \begin{matrix} X_{01}^A + X_{01}^B + X_{31}^D = 0 \\ Y_{01}^A + Y_{01}^B + Y_{31}^D = 0 \\ Z_{01}^A + Z_{01}^B + Z_{31}^D = 0 \end{matrix} \right\} \text{ et en A : } \begin{pmatrix} a+b \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} X_{01}^B \\ Y_{01}^B \\ Z_{01}^B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ -r_1 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} X_{31}^D \\ Y_{31}^D \\ Z_{31}^D \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_m \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \text{ Soit :}$$

$$\left\{ \begin{matrix} -r_1 \cdot Z_{31}^D + C_m = 0 \\ -(a+b) \cdot Z_{01}^B - a \cdot Z_{31}^D = 0 \\ (a+b) \cdot Y_{01}^B + a \cdot Y_{31}^D + r_1 \cdot X_{31}^D = 0 \end{matrix} \right.$$

On dispose d'un système de 6 équations à 7 inconnues (X_{31}^D et Y_{31}^D sont liés à Z_{31}^D). La résolution complète du système n'est pas possible. Une résolution partielle est cependant possible. Seules les inconnues X_{01}^A et X_{01}^B sont incalculables.

Q 39 : On trouve $Z_{31}^D = \frac{C_m}{r_1}$; $X_{31}^D = -\frac{C_m}{r_1} \tan \alpha \cos \gamma$; $Y_{31}^D = \frac{C_m}{r_1} \tan \alpha \sin \gamma$

Et

$$\begin{aligned} Z_{01}^B &= -\frac{a}{a+b} \frac{C_m}{r_1} \\ Y_{01}^B &= -\frac{a}{a+b} \frac{C_m}{r_1} \tan \alpha \sin \gamma + \frac{1}{a+b} C_m \tan \alpha \cos \gamma = \frac{1}{a+b} C_m \tan \alpha \left(\cos \gamma - \frac{a}{r_1} \sin \gamma \right) \\ Z_{01}^A &= \left(\frac{a}{a+b} - 1 \right) \frac{C_m}{r_1} = -\frac{b}{a+b} \frac{C_m}{r_1} \\ Y_{01}^A &= \frac{1}{a+b} C_m \tan \alpha \left(\cos \gamma - \frac{a}{r_1} \sin \gamma \right) - \frac{C_m}{r_1} \tan \alpha \sin \gamma \end{aligned}$$

III.3 - Choix de roulements adaptés

Q 40 : Avec un montage en « X », l'équation d'équilibre suivant l'axe s'écrit : $F_a^A - F_a^B - 200 = 0$.

On calcule les charges axiales induites : $F_{ai}^A = \frac{F_r^A}{2.Y}$ et $F_{ai}^B = \frac{F_r^B}{2.Y}$ où $Y = 1,4$

En reportant dans l'équation de la statique, on trouve

$$F_{ai}^A - F_{ai}^B - 200 = \frac{F_r^A - F_r^B}{2.Y} - 200 = \frac{650}{2,1,4} - 200 = \frac{650 - 560}{2,1,4} > 0.$$

On en déduit : $F_a^A = \frac{F_r^A}{2.Y}$ et $F_a^B = F_a^A - 200$. A.N. : $F_a^A = \frac{750}{2,1,4} \approx 270N$ et $F_a^B \approx 70N$

Q 41 : Pour le palier A, $\frac{F_a^A}{F_r^A} = \frac{1}{2.Y} = \frac{1}{2,1,4} \approx 0,35 < e = 0,43$. Donc $P^A = F_r^A = 750N$

Pour le palier B, $\frac{F_a^B}{F_r^B} = \frac{70}{100} = 0,7 > e$. Donc $P^B = 0,4.F_r^B + 1,4.F_a^B = 0,4.100 + 1,4.70 = 138N$

Q 42 : Le roulement le plus chargé est le roulement A avec une charge dynamique équivalente $P^A = 750N$. La durée de vie en millions de tours est donnée par :

$$L_{10}^A = \left(\frac{C}{P^A} \right)^{10/3} = \left(\frac{76500}{750} \right)^{10/3} \approx (100)^{10/3} \approx 5.10^6 \text{ millions de tours}$$

En heures : $L_{h10}^A \approx 5.10^6 \cdot \frac{10^6}{2000.3600} \approx 0,7.10^6 \text{ heures}$. Soit 80 ans non stop...

Cette probabilité de durée de vie est très importante. La charge équivalente est faible et certainement inférieure au seuil de fatigue. Le roulement ne sera pas utilisé par fatigue.

