

## Proposition de corrigé

Concours : Banque PT

Année : 2021

Filière : PT

Épreuve : Sciences Industrielles B

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](https://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

### A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

### Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : [corrigesconcours@upsti.fr](mailto:corrigesconcours@upsti.fr).

### Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : [www.upsti.fr](https://www.upsti.fr)

L'équipe UPSTI

# Étude d'un système de levage de plateaux de matériels électriques pour palettisation

Corrigé UPSTI

## PARTIE 2

### II - Notice justificative

#### II.1 - Validation des solutions techniques de guidage pour la vis à billes et les colonnes de guidage

##### II.1.a - Actions de liaison sur la vis 1

**Question 1** Compléter la forme des torseurs des actions mécaniques  $\{\tau_A\}$  et  $\{\tau_B\}$  transmissibles par les liaisons en A et B en indiquant dans le cadre réponse quels sont les termes nuls (on indiquera « 0 ») ou a priori non nuls (on indiquera « X »).

$$\{\tau_A\} = \begin{Bmatrix} X_A & L_A \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix}_{(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \begin{Bmatrix} X & 0 \\ X & 0 \\ X & 0 \end{Bmatrix}_{(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

$$\{\tau_B\} = \begin{Bmatrix} X_B & L_B \\ Y_B & M_B \\ Z_B & N_B \end{Bmatrix}_{(B, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ X & 0 \\ X & 0 \end{Bmatrix}_{(B, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

**Question 2** En isolant un ensemble à préciser, et en appliquant une méthode à indiquer, déduire l'expression analytique des actions de liaison en A et B en fonction de  $F, \Delta, h, L, C_{m/1}$ .

**Ensemble isolé :** on isole la vis à billes 1 et le plateau 2.

**Méthode utilisée :** on applique le Principe Fondamental de la Statique

**Bilan des actions mécaniques extérieures :**

$$\{\tau_A\} = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_{(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}, \{\tau_B\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{Bmatrix}_{(B, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}, \{\tau_{0/2}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ F_{0/2} & 0 \end{Bmatrix}_{(K'', \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}, \{\tau_{m/1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & C_{m/1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})},$$

$$\{\tau_{pes/2}\} = \begin{Bmatrix} -F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}, \text{ le poids de la vis est négligé (même si la masse de la vis est environ } 9,5 \text{ kg).}$$

**Théorème de la résultante statique :**

$$\begin{cases} X_A - F = 0 \\ Y_A + Y_B = 0 \\ Z_A + Z_B + F_{0/2} = 0 \end{cases}$$

**Théorème du moment statique en A :**

$$\overrightarrow{AB} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} + \overrightarrow{AK''} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{0/2} \end{pmatrix} + \overrightarrow{AG} \wedge \begin{pmatrix} -F \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{m/1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{0}$$

$$\text{Avec } \overrightarrow{AB} = L.\vec{x}, \overrightarrow{AK''} = h.\vec{x} + 2\Delta.\vec{y} \text{ et } \overrightarrow{AG} = h.\vec{x} + \Delta.\vec{y}$$

$$\begin{cases} 2\Delta F_{0/2} + C_{m/1} = 0 \\ -LZ_B - hF_{0/2} = 0 \\ LY_B + \Delta F = 0 \end{cases}$$

**Expression des actions de liaison :**

$$\begin{aligned} X_A &= F & X_B &= 0 \\ Y_A &= \frac{\Delta}{L}F & Y_B &= -\frac{\Delta}{L}F \\ Z_A &= -Z_B - F_{0/2} = \frac{C_{m/1}}{2\Delta} \left(1 - \frac{h}{L}\right) & Z_B &= -\frac{h}{L}F_{0/2} = \frac{h}{2\Delta L}C_{m/1} \\ L_A &= 0 & L_B &= 0 \\ M_A &= 0 & M_B &= 0 \\ N_A &= 0 & N_B &= 0 \end{aligned}$$

**Question 3** Préciser si le problème est isostatique ou hyperstatique. Justifier votre réponse. Parmi les hypothèses sur la modélisation des liaisons présentées plus haut, commenter l'hypothèse qui vous paraît la plus discutable pour permettre d'expliquer le résultat précédent.

**Le problème est isostatique car les inconnues de liaison sont déterminées en fonction des actions mécaniques extérieures.**

**L'hypothèse la plus discutable concerne la liaison entre 2 et 0. Les douilles de guidage ont un rotulage interne qui conduit à les modéliser par une liaison sphère-cylindre (2 inconnues statiques par douilles). Nous avons ici retenu 1 inconnue statique pour l'ensemble des 2 douilles !**

**Question 4** Énumérer les actions mécaniques extérieures s'exerçant sur la vis à billes **1**.

Indiquer à quel type de sollicitation la vis **1** est ainsi soumise lors d'une phase de montée du plateau chargé, et ce en fonction de la zone de la vis considérée (OA, AK' ou K'B). Pour ce faire, on indiquera dans les cases du tableau les termes nuls (on indiquera « 0 ») et les termes non nuls (on indiquera « X »).

Donner la forme du torseur de cohésion dans la vis à billes considérée comme une poutre, en fonction de la zone considérée (OA, AK' ou K'B). Pour ce faire, on indiquera quelles sont les valeurs nulles par « 0 » et a priori non nulles par « X ».

**Actions mécaniques extérieures s'exerçant sur la vis à billes :**

- action de l'ensemble {moteur+courroie}
- action du palier A

- action du palier B
- action de 2 sur 1 (liaison hélicoïdale)
- le poids de la vis 1 est négligé

Sollicitations subies par la vis à billes (indiquer « 0 » lorsque nulle, ou bien « X » lorsque non nulle) :

	Portion OA	Portion AK'	Portion K'B
Traction	0	0	0
Compression	0	X	0
Flexion	0	X	X
Cisaillement	0	X	X
Torsion	X	X	0

	Portion OA	Portion AK'	Portion K'B
$\{\tau_{coh}\}$	$\begin{pmatrix} 0 & X \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{(M, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$	$\begin{pmatrix} X & X \\ X & X \\ X & X \end{pmatrix}_{(M, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ X & X \\ X & X \end{pmatrix}_{(M, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

## II.1.b - Déformation de la vis 1

**Question 5** Énoncer les hypothèses dont découle la Supposition S1.

**Le plateau 2 et l'écrou sont supposés indéformables.**

**Question 6** Indiquer quelle(s) est(sont) la(les) sollicitation(s) à étudier afin d'obtenir les angles  $\theta_{K'}$ ,  $\theta_A$  et  $\theta_B$  mentionnés précédemment.  
Donner la ou les équation(s) de la théorie des poutres à résoudre en vue de déterminer les angles précédents (ne pas effectuer les calculs de résolution).  
Dans le tableau du cahier réponse et sans effectuer de calculs, indiquer par « X » les paramètres qui ont une influence sur la valeur des angles  $\theta_{K'}$ ,  $\theta_A$  et  $\theta_B$ , et par « 0 » ceux qui n'ont aucune influence.

**Sollicitation(s) à étudier afin d'obtenir les angles  $\theta_{K'}$ ,  $\theta_A$  et  $\theta_B$  :**

**La sollicitation de flexion dans le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$ , donc autour de la direction  $\vec{z}$ .**

**Équation(s) à résoudre pour obtenir les angles :**

En notant  $v(x)$  la déformée de la vis dans le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$ , on a la relation  $\frac{d^2v(x)}{dx^2} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{M_{fz}(x)}{E \cdot I_{G\vec{z}}}$  pour chaque portion, où  $M_{fz}(x)$  est le moment fléchissant. Sur chaque portion, il faut intégrer la relation, en tenant compte des conditions aux limites (flèche nulle en A et B, continuité de flèche et de pente en K') et de l'expression particulière de  $M_{fz}(x)$ .

Indiquer par « X » les paramètres influençant la valeur des angles  $\theta_{K'}$ ,  $\theta_A$  et  $\theta_B$  :

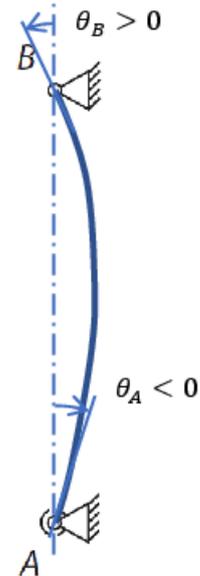
Paramètre	$\Delta$	$F$	$L$	$h$	$C_{m/1}$	$d_{vis}$	$d_{col}$	$E$	$\rho$	$I_{G\vec{x}}$	$I_{G\vec{z}}$
Influence	X	X	X	X	0	X	0	X	0	0	X

## II.1.c - Rotulage entre la vis et le bâti

**Question 7** À partir des résultats présentés sur la **figure 19 p.26**, commenter le signe de  $\theta_{K'}$ .  
Compte tenu des résultats présentés, établir deux schémas représentant la vis déformée lorsque le plateau est en positions extrêmes  $h = 0$  et  $h = L$  en tenant compte du signe des angles  $\theta_A$  et  $\theta_B$  à ces positions extrêmes. Conclure sur les courbes présentées en **figure 19 p.26**.

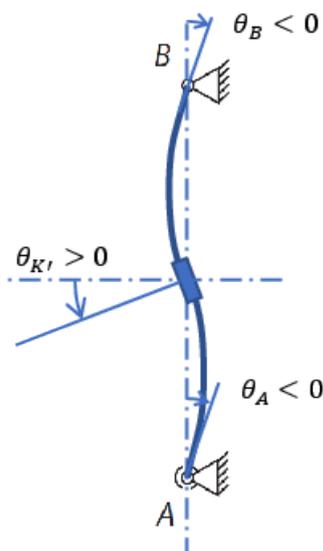
L'angle  $\theta_{K'}$  représente la pente de la déformée de la vis au niveau de l'écrou. Cet angle est toujours positif, ce qui est cohérent avec le signe + du couple dû à la pesanteur sur le plateau 2 ramené en  $K'$  (ce couple génère la sollicitation de flexion dans le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$ ).

Schéma représentant la déformée de la vis aux positions extrêmes :

Position  $h = 0$ Position  $h = 1.5 \text{ m}$ 

Les positions extrêmes correspondent à deux configurations symétriques pour la déformée de la vis que l'on retrouve bien à travers les courbes.

À noter que lorsque  $h = \frac{L}{2}$ , on a  $\theta_A = \theta_B < 0$  :



**Question 8** À partir des résultats présentés sur la **figure 19 p.26**, commenter l'utilisation des paliers *HPC UCF204* pour réaliser le guidage de la vis par rapport au bâti.

Les paliers en A et B doivent disposer d'un rotulage interne supérieur à  $0,55^\circ$  (valeur maximale lue sur les courbes). La technologie retenue des paliers autoaligneurs (bague extérieure à portée sphérique) répond à ce besoin.

### II.1.d - Rotulage entre le plateau et la colonne de guidage

**Question 9** À la vue des courbes présentées sur la **figure 19 p. 26**, indiquer si les rotulages conseillés par le constructeur pour les douilles *igus RJUM-03* et les boîtiers *igus RJUM-06* conviennent. Justifier votre réponse.

	Ne convient pas	Convient tout juste	Convient largement
<i>igus RJUM-03</i>	X		
<i>igus RJUM-06</i>			X

**Justification :** les paliers *igus RJUM-03* acceptent des défauts d'alignement de  $0,5^\circ$ . Compte tenu des hypothèses faites (plateau 2 et écrou indéformables), le défaut d'alignement à compenser sera supérieur à  $0,55^\circ$ .

Pour les paliers *igus RJUM-06*, leur capacité de  $3,5^\circ$  laisse une marge importante.

**Question 10** En justifiant votre réponse, préciser la référence de la douille de type *igus RJUM-03* à utiliser. Identifier les valeurs minimale  $D_{douille}^{min}$  et maximale  $D_{douille}^{max}$  du diamètre des douilles *igus RJUM-03* à utiliser.  
Identifier les valeurs minimale  $d_{col}^{min}$  et maximale  $d_{col}^{max}$  du diamètre des colonnes de guidage compte tenu de l'ensemble de la gamme préconisées par le constructeur.

Pour un diamètre de colonne de 40mm, la référence de la douille est : *igus RJUM-03-40*

D'après la figure 18,  $D_{douille}^{min} = 40,040 \text{ mm}$  et  $D_{douille}^{max} = 40,115 \text{ mm}$

D'après la figure 16,  $d_{col}^{min} = 39,900 \text{ mm}$  (pour h 10) et  $d_{col}^{max} = 40,000 \text{ mm}$

**Question 11** En considérant le triangle rectangle ABC de la **figure 20 p.26**, établir l'expression du rotulage admissible en fonction des dimensions de la figure.  
Donner l'expression des valeurs minimale  $\alpha^{min}$  et maximale  $\alpha^{max}$  du rotulage en fonction de  $D_{douille}^{min}$ ,  $D_{douille}^{max}$ ,  $d_{col}^{min}$ ,  $d_{col}^{max}$  et  $B_{douille}$ .

$$\alpha \approx \tan \alpha \approx \frac{D_{douille} - d_{col}}{B_{douille}}$$

$$\alpha^{min} \approx \frac{D_{douille}^{min} - d_{col}^{max}}{B_{douille}}$$

$$\alpha^{max} \approx \frac{D_{douille}^{max} - d_{col}^{min}}{B_{douille}}$$

**Question 12** Effectuer l'application numérique et calculer minimale  $\alpha^{min}$  et  $\alpha^{max}$  en degrés.  
Commenter ce résultat par rapport à la valeur de  $\pm 0,5^\circ$  indiquée par le constructeur dans la documentation.

$$\alpha^{min} \approx \frac{D_{douille}^{min} - d_{col}^{max}}{B_{douille}} = \frac{40,040 - 40,000}{79,8} \approx \frac{0,04}{80} = \frac{1}{2000} \text{ rad}$$

$$\alpha^{min} \approx \frac{1}{2000} \cdot \frac{180}{\pi} \approx \frac{60}{2000} \approx 0,03^\circ$$

$$\alpha^{max} \approx \frac{D_{douille}^{max} - d_{col}^{min}}{B_{douille}} = \frac{40,115 - 39,900}{79,8} \approx \frac{0,2}{80} = \frac{1}{400} rad$$

$$\alpha^{min} \approx \frac{1}{400} \cdot \frac{180}{\pi} \approx \frac{6}{400} \approx 0,15^\circ$$

La valeur annoncée par le constructeur est très supérieure à la valeur obtenue par l'étude géométrique.

**Question 13** Dans le tableau réponse à la **Question 13** indiquer si le rotulage calculé entre le plateau **2** et les colonnes de guidage **0''** est plus ou moins important que le rotulage réel du fait de l'hypothèse considérée. On utilisera respectivement les signes « + », « - », « 0 » pour indiquer que le rotulage calculé est plus grand, plus faible, égal au rotulage réel, et par « ? » lorsque la conséquence de l'hypothèse est indéterminée. Justifier votre réponse.

	Rotulage <b>2/0''</b>				Justification
	calculé / réel				
Hypothèse formulée	+	-	0	?	
plateau <b>2</b> parfaitement rigide					<i>La flexion du plateau augmente l'angle <math>\theta_{K''}</math>, réel</i>
vis <b>1</b> modélisée par une poutre cyl. pleine		-			<i>La vis réelle est moins rigide, donc <math>\theta_{K''}</math>, réel plus grand</i>
pas de jeu dans l'écrou à billes <b>2'</b>		-			<i>Le jeu augmente l'angle <math>\theta_{K''}</math>, réel</i>
jeu dans les paliers de guidage <b>2''</b>		-			<i>L'absence de contact augmente l'angle <math>\theta_{K''}</math>, calculé</i>
colonnes <b>0''</b> parfaitement rigides	+				<i>L'angle <math>\theta_{K''}</math>, réel (rotation relative) plus faible avec flexion des colonnes</i>
traitement de dureté non pris en compte	+				<i>La déformation au contact bille/piste dépend de la dureté</i>
liaisons sans frottement	X				<b>?</b>
étude menée en statique		X			
étude menée dans le plan				X	

## II.2 - Choix du servomoteur d'entraînement

**Question 14** Compte tenu de l'encombrement des pièces, donner la valeur de la course maximale possible, notée  $C_{pl}$ , pour le plateau 2 entre la position basse et la position haute.  
Commenter cette valeur au regard de l'exigence FP1.1

*L'écrou FLI SFNUR 3210 a un encombrement axial de 85 mm.*

*Les paliers HPC UCF204 ont une largeur de bague intérieure  $B=33,3\text{mm}$ . Le centre de poussée sera pris au milieu.*

*Avec la configuration de la figure 12, on obtient :  $C_{pl} = 1500 - 85 - 2 \cdot \frac{33,3}{2} \approx 1380\text{mm}$*

*Cette course est supérieure à la valeur exigée de 1300 mm. L'exigence FP1.1 sera donc respectée.*

**Question 15** Donner l'expression du temps de montée maximum  $T_{max}$  imposé du fait de l'exigence FP1.3, en fonction des notations définies précédemment.  
Effectuer l'application numérique en calculant la valeur du temps de montée maximum  $T_{max}$ .  
Justifier l'utilisation d'une courroie crantée par rapport aux exigences demandées dans la figure 7 p.6.

$$T_{max} = \frac{C_{pl}}{V_{req}} = \frac{1300}{650} = 2\text{s}$$

*Il ne faut pas de glissement entre courroie et poulies pour respecter la précision de  $\pm 1\%$ . On retient donc une courroie crantée.*

**Question 16** Donner la valeur du pas de la vis à billes 1.  
Donner l'expression de  $\Delta x_{pl}$  en fonction de  $\Delta \theta_{vis}$  et  $p$ .  
En déduire la valeur du nombre de tours noté  $N_{tours}$  de la vis 1 effectués lors du passage du plateau 2 de la position basse à la position haute.

$$p = 10\text{ mm/tr}$$

$$\Delta x_{pl} = \frac{p}{2\pi} \Delta \theta_{vis}$$

$$N_{tours} = \frac{\Delta \theta_{vis}}{2\pi} = \frac{\Delta x_{pl}}{p} = \frac{1300}{10} = 130\text{ tours}$$

*Remarque : il n'est pas tenu compte du sens de l'hélice.*

**Question 17** Compte tenu de la figure 3 p.3, indiquer si la transmission est une réduction (de la vitesse de rotation) ou une multiplication.

Donner l'expression du rapport de la transmission par courroie défini par :

$$k = \frac{\Omega_{vis}}{\Omega_{mot}}$$

avec  $\Omega_{vis}$  la vitesse de rotation de la vis et  $\Omega_{mot}$  la vitesse de rotation du moteur (en rad/s).

On donnera cette expression en fonction du nombre de dents des poulies de la transmission.

*La poulie motrice a un diamètre supérieur à celui de la poulie réceptrice, donc la transmission est une multiplication de la vitesse.*

$$k = \frac{\Omega_{vis}}{\Omega_{mot}} = \frac{Z_m}{Z_r}$$

**Question 18** Donner les valeurs de  $Z_m$  et  $Z_r$ .  
Calculer la valeur de  $k$ .

$$Z_m = 30 \text{ dents}$$

$$Z_r = 16 \text{ dents}$$

$$k = \frac{Z_m}{Z_r} = \frac{30}{16} = 1,875$$

**Question 19** Exprimer la vitesse de rotation du moteur  $\Omega_{mot}$  en fonction de la fréquence de rotation moteur  $n$ .  
Donner l'expression de la vitesse de translation du plateau  $V_{pl}$  en fonction de  $\Omega_{vis}$  et  $p$ .  
Indiquer les unités des grandeurs intervenant dans l'expression précédente.

$$\Omega_{mot} = \frac{2\pi}{60} \cdot n$$

Avec  $\Omega_{mot}$  en  $rad.s^{-1}$  et  $n$  en  $tr.min^{-1}$

$$V_{pl} = \frac{p}{2\pi} \Omega_{vis}$$

Avec  $V_{pl}$  en  $m.s^{-1}$ ,  $\Omega_{vis}$  en  $rad.s^{-1}$  et  $p$  en  $m.tr^{-1}$

**Question 20** En déduire l'expression du rapport  $K$  défini par :

$$K = \frac{V_{pl}}{\Omega_{mot}}$$

en fonction de  $p$  et  $k$ .

En déduire l'expression du rapport entre la vitesse de translation du plateau  $V_{pl}$  et la fréquence de rotation du moteur  $n$  en fonction de  $p$  et  $k$ .

Effectuer l'application numérique et donner la valeur du rapport  $\frac{V_{pl}}{n}$ .

$$K = \frac{V_{pl}}{\Omega_{mot}} = \frac{p}{2\pi} \cdot \frac{\Omega_{vis}}{\Omega_{mot}} = \frac{p}{2\pi} \cdot k$$

$$\frac{V_{pl}}{n} = \frac{V_{pl}}{\Omega_{mot}} \cdot \frac{\Omega_{mot}}{n} = \frac{p}{2\pi} \cdot k \cdot \frac{2\pi}{60} = \frac{p \cdot k}{60}$$

$$\frac{V_{pl}}{n} = \frac{p \cdot k}{60} = \frac{0,012}{60} = \frac{1}{3000} \approx 0,33 \cdot 10^{-3} \frac{m.s^{-1}}{tr.min^{-1}}$$

**Question 21** En déduire la valeur de la vitesse nominale de translation du plateau  $V_{pl,N}$  pour les différentes fréquences nominales de rotation des servomoteurs proposés.

$n_N$ ( $tr.min^{-1}$ )	2000	3000	4500	6000
$V_{pl}$ ( $m.s^{-1}$ )	0,66	1	1,5	2

## II.2.a - Vérification du temps de montée du plateau (hypothèse simpliste).

**Question 22** Donner l'expression du temps de montée  $T_{total}$  compte tenu de l'hypothèse précédente en fonction de  $C_{pl}$  et  $V_{pl}$ .

Effectuer l'application numérique en calculant les temps de montée correspondant aux fréquences de rotation indiquées dans la **figure 21 p.27**.

$$T_{total} = \frac{C_{pl}}{V_{pl}}$$

Avec  $C_{pl} = 1,3m$

$n_N$ ( $tr. \min^{-1}$ )	2000	3000	4500	6000
$T_{total}$ (s)	$\frac{1,3}{0,66} = 1,95$	1,3	$\frac{1,3}{1,5} \approx 0,87$	$\frac{1,3}{2} = 0,65$

**Question 23** Indiquer, toujours compte tenu de cette hypothèse, quels servomoteurs sont capables de respecter le critère de temps de montée maximal.

Commenter l'hypothèse précédente négligeant  $T_{acc}$  et  $T_{déc}$  et ses conséquences sur le choix du servomoteur.

*Avec l'hypothèse précédente, tous les servomoteurs conviennent puisque  $T_{total} < T_{max}$*

*Cependant, pour le servomoteur EZ805U ayant une vitesse nominale de 2000tr/min, la prise en compte de  $T_{acc}$  et  $T_{déc}$  va augmenter le temps total qui pourrait dépasser  $T_{max}$  (à confirmer par les calculs).*

*Il reste de nombreuses références pouvant convenir.*

## II.2.b - Vérification du couple nominal.

**Question 24** Proposer une méthode pour obtenir la relation entre le couple délivré par le moteur  $C_{mot}$  et le poids  $F = 500N$  imposé par le plateau. En préciser les hypothèses.

Donner l'expression du rapport  $\tilde{K}$  défini par :

$$\tilde{K} = \frac{C_{mot}}{F}$$

en fonction de  $p$  et  $k$ .

*On isole l'ensemble de la transmission et on applique le théorème de l'énergie cinétique.*

*Hypothèses utilisées : pas de perte et pas d'inertie.*

*On obtient :  $0 = C_{mot} \cdot \Omega_{mot} - F \cdot V_{pl}$*

*Soit :*

$$\frac{C_{mot}}{F} = \frac{V_{pl}}{\Omega_{mot}} = K$$

$$\tilde{K} = \frac{C_{mot}}{F} = K = \frac{p}{2\pi} \cdot k$$

**Question 25** Effectuer l'application numérique en calculant la valeur du couple moteur nécessaire au mouvement de montée à vitesse nominale.  
Conclure en désignant les servomoteurs n'ayant pas le couple nominal suffisant.

$$C_{mot} = \frac{p}{2\pi} \cdot k \cdot F = \frac{0,01}{2\pi} \cdot 2 \cdot 500 = \frac{10}{2\pi} \approx 1,6 \text{ N.m}$$

*Les servomoteurs EZ301U et EZ302U ne conviennent pas.*

II.2.c - Vérification du temps de montée du plateau (loi de vitesse trapézoïdale).

**Question 26** Expliquer la raison pour laquelle  $T_{acc}$  est supérieure à  $T_{déc}$ .  
Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'arbre moteur  $E_{mot}^{cin}$  en fonction de  $J_{mot}$  et  $\Omega_{mot}$ .  
En vous référant au document donné en figure 21 p.27, indiquer en unités du système international l'intervalle des valeurs possibles pour l'inertie  $J_{mot}$ .

*Cette différence est due à l'action de la pesanteur. Elle s'oppose au démarrage et favorise la phase d'arrêt lors d'une montée du plateau.*

$$E_{mot}^{cin} = \frac{1}{2} J_{mot} \Omega_{mot}^2$$

$$J_{mot} \in [0,4; 83,5] \text{ en kg.cm}^2$$

Ou

$$J_{mot} \in [0,4 \cdot 10^{-4}; 83,5 \cdot 10^{-4}] \text{ en kg.m}^2$$

*Les servomoteurs EZ805U, EZ301U et EZ302U ne conviennent pas pour les raisons précédentes. Leur inertie n'est pas prise en compte dans l'intervalle proposé.*

**Question 27** Donner l'expression de l'énergie cinétique de la vis à bille  $E_{vis}^{cin}$  en fonction de  $k$ ,  $J_{vis}$  et  $\Omega_{mot}$ .  
En déduire l'expression de l'inertie équivalente de la vis ramenée sur l'arbre moteur qui sera notée  $J_{eq,vis}$ .  
Effectuer l'application numérique et calculer l'inertie équivalente de la vis  $J_{eq,vis}$ .

$$E_{vis}^{cin} = \frac{1}{2} J_{vis} \Omega_{vis}^2 = \frac{1}{2} J_{vis} \cdot k^2 \Omega_{mot}^2$$

$$J_{eq,vis} = J_{vis} \cdot k^2$$

$$J_{eq,vis} = 1,05 \cdot 10^{-3} \cdot 2^2 = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

**Question 28** Donner l'expression de l'énergie cinétique du plateau  $E_{pl}^{cin}$  lors du mouvement par rapport au bâti en fonction de  $m_{pl}$ ,  $p$ ,  $k$  et  $\Omega_{mot}$ .  
En déduire l'expression de l'inertie équivalente du plateau ramenée sur l'arbre moteur qui sera notée  $J_{eq,pl}$ .  
Effectuer l'application numérique et calculer l'inertie équivalente du plateau  $J_{eq,pl}$ .

$$E_{pl}^{cin} = \frac{1}{2} m_{pl} V_{pl}^2 = \frac{1}{2} m_{pl} \cdot \left( \frac{p}{2\pi} \cdot k \right)^2 \Omega_{mot}^2$$

$$J_{eq,pl} = m_{pl} \cdot \left( \frac{p}{2\pi} \cdot k \right)^2$$

$$J_{eq,pl} = 50 \cdot \left( \frac{0,01}{2\pi} \cdot 2 \right)^2 = 50 \cdot \left( \frac{0,01}{\pi} \right)^2 = \frac{50 \cdot 10^{-4}}{\pi^2} \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

**Question 29** Déduire des questions précédentes l'expression de l'inertie équivalente  $J_{eq}$  de l'ensemble {arbre moteur + vis + plateau}.  
Commenter la contribution de l'arbre moteur, de la vis et du plateau dans l'énergie cinétique totale.  
Donner l'intervalle des valeurs possibles pour  $J_{eq}$ .

$$J_{eq} = J_{mot} + J_{eq,vis} + J_{eq,pl}$$

$$J_{mot} \in [0, 4 \cdot 10^{-4}; 83, 5 \cdot 10^{-4}] \text{ en kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_{eq,vis} = 42 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_{eq,pl} \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

*Suivant le choix du servomoteur, son inertie est négligeable ou prépondérante dans le calcul de l'inertie équivalente.*

*L'inertie de la vis intervient pour une part importante dans le calcul de l'inertie équivalente.*

*Par contre la contribution du plateau est très faible.*

$$J_{eq} \in [47, 4 \cdot 10^{-4}; 130, 5 \cdot 10^{-4}] \text{ en kg} \cdot \text{m}^2$$

**Question 30** Expliquer pourquoi  $C_{mot}$  ne peut plus être calculé par la relation (II.1) lors des phases d'accélération et de décélération.

*La relation (II.1) correspondant au régime permanent, donc à vitesse constante.*

*Dans les phases d'accélération et de décélération, le couple moteur va dépendre aussi des inerties et des accélérations attendues.*

**Question 31** Rappeler l'énoncé de ce théorème.

Faire le bilan de la puissance des actions mécaniques intérieures et extérieures à l'ensemble {arbre moteur + vis + plateau}.

*Pour un système matériel  $\Sigma$  en mouvement par rapport à un repère Galiléen  $R_g$ , la dérivée par rapport au temps de son énergie cinétique Galiléenne est égale à la somme des puissances galiléennes des actions mécaniques extérieures à  $\Sigma$  et des puissances intérieures à  $\Sigma$  :*

$$\frac{d}{dt} [E_{\Sigma/R_g}] = \sum P_{ext \rightarrow \Sigma/R_g} + \sum P_{int}$$

*Bilan des puissances des actions mécaniques intérieures :*

*- action mutuelle entre la vis et l'écrou :  $P_{1 \leftrightarrow 2}$*

*- action mutuelle entre poulies et courroie :  $P_{poulies \leftrightarrow courroie}$*

*Bilan des puissances des actions mécaniques extérieures :*

*- action de la pesanteur :  $P_{pes \rightarrow \Sigma/R_g} = P_{pes \rightarrow 2/R_g}$*

- action du moteur :  $P_{mot \rightarrow \Sigma/R_g}$

- action du bâti sur 1 et sur 2 :  $P_{0 \rightarrow \Sigma/R_g}$

**Question 32** Donner l'expression de la puissance mécanique  $P_{mot}$  développée par le moteur.

Donner l'expression de la puissance mécanique  $P_{pl}$  créée par le poids du plateau en fonction de  $m_{pl}$ ,  $g$ ,  $p$ ,  $k$  et  $\Omega_{mot}$ .

En justifiant votre réponse, préciser la valeur des puissances des autres actions mécaniques intérieures et extérieures à l'ensemble {arbre moteur + vis + plateau}.

- action du moteur :  $P_{mot} = P_{mot \rightarrow \Sigma/R_g} = C_{mot} \cdot \Omega_{mot}$

- action de la pesanteur :  $P_{pl} = P_{pes \rightarrow 2/R_g} = -m_{pl} \cdot g \cdot V_{pl} = -m_{pl} \cdot g \cdot \frac{p}{2\pi} \cdot k \cdot \Omega_{mot}$

Les liaisons intérieures sont parfaites et la courroie ne glisse pas, donc :  $P_{1 \leftrightarrow 2} = 0$  et  $P_{poulies \leftrightarrow courroie} = 0$ .

Les liaisons avec l'extérieures sont parfaites et d'axes/centres fixes donc :  $P_{0 \rightarrow \Sigma/R_g} = 0$ .

**Question 33** Expliquer ce qui diffère dans l'équation (II.2) selon qu'on est en phase d'accélération ou de décélération.

En déduire l'expression de la vitesse de rotation  $\Omega_{mot}$  lors des phases d'accélération et de décélération, en fonction de  $J_{eq}$ ,  $M_N$ ,  $M_{rés}$ , du temps  $t$  et de la vitesse de rotation nominale du moteur  $\Omega_{mot,N}$ .

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :

$$J_{eq} \cdot \Omega_{mot} \cdot \frac{d\Omega_{mot}}{dt} = C_{mot} \cdot \Omega_{mot} - m_{pl} \cdot g \cdot \frac{p}{2\pi} \cdot k \cdot \Omega_{mot}$$

$$\text{Soit : } J_{eq} \cdot \frac{d\Omega_{mot}}{dt} = C_{mot} - m_{pl} \cdot g \cdot \frac{p}{2\pi} \cdot k \text{ ou } J_{eq} \cdot \frac{d\Omega_{mot}}{dt} = C_{mot} - M_{rés}$$

Dans cette équation le terme  $\frac{d\Omega_{mot}}{dt}$  diffère en norme et en signe suivant la phase (accélération ou décélération).

Pour la phase d'accélération :

$$\frac{d\Omega_{mot}}{dt} = \frac{M_N - M_{rés}}{J_{eq}}$$

$$\text{Soit : } \Omega_{mot} = \frac{M_N - M_{rés}}{J_{eq}} t \text{ pour } t \in [0, T_{acc}]$$

Pour la phase de décélération :

$$\frac{d\Omega_{mot}}{dt} = -\frac{M_N + M_{rés}}{J_{eq}}$$

$$\text{Soit : } \Omega_{mot} = -\frac{M_N + M_{rés}}{J_{eq}} (t - (T_{acc} + T_u)) + \Omega_{mot,N} \text{ pour } t \in [T_{acc} + T_u, T_{total}]$$

**Question 34** En déduire l'expression des durées d'accélération  $T_{acc}$  et  $T_{déc}$  en fonction de  $J_{eq}$ ,  $M_N$ ,  $M_{rés}$  et de la vitesse de rotation nominale du moteur  $\Omega_{mot,N}$ .

$$T_{acc} = \frac{J_{eq}}{M_N - M_{rés}} \Omega_{mot,N}$$

$$T_{déc} = \frac{J_{eq}}{M_N + M_{rés}} \Omega_{mot,N}$$

**Question 35** Justifier le signe de  $T_{acc} - T_{déc}$  pour les servomoteurs proposés.

Expliquer le fait que pour certains servomoteurs, la différence entre  $T_{acc}$  et  $T_{déc}$  est très faible, alors qu'elle est très importante pour d'autres servomoteurs.

*Toutes les grandeurs étant positives, on a  $M_N + M_{rés} > M_N - M_{rés}$*

*Et donc  $T_{déc} < T_{acc}$  pour tous les servomoteurs.*

*Dans tous les cas, il faut que  $M_N > M_{rés}$  pour assurer un démarrage du système.*

*Si  $M_N$  est légèrement supérieur à  $M_{rés}$ , alors  $T_{acc}$  sera très grand devant  $T_{déc}$ . Donc une différence  $T_{acc} - T_{déc}$  très grande.*

*Si  $M_N$  est très supérieur à  $M_{rés}$ , alors  $T_{acc}$  et  $T_{déc}$  seront très proches. Donc une différence  $T_{acc} - T_{déc}$  faible.*

**Question 36** Peut-on valider l'hypothèse de durées d'accélération et de décélération négligeables devant la durée  $T_u$  ? justifier.

*On ne peut pas valider cette hypothèse. On observe dans le tableau R37 des cas où  $T_u \ll T_{acc}$  (EZ401U), et d'autres pour lesquels c'est l'inverse (EZ805U).*

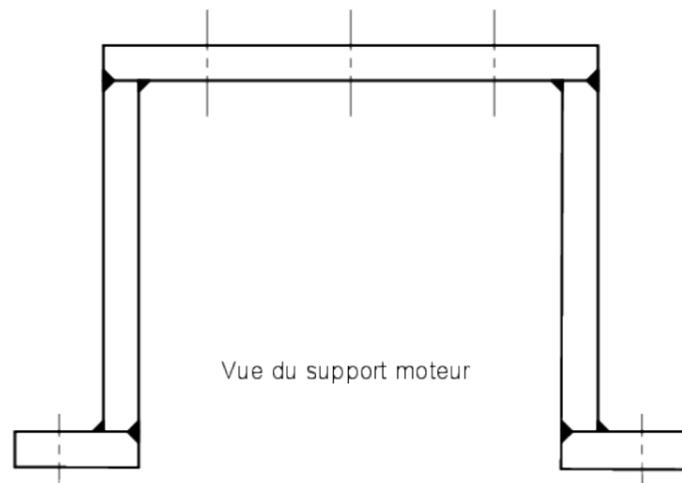
**Question 37** Indiquer quels servomoteurs respectent le critère de temps de montée maximal  $T_{max} = 2s$  spécifié précédemment. Remplir pour cela le Tableau R37 dans le cadre réponse de la Question 37. Commenter ce résultat.

**5 références :**

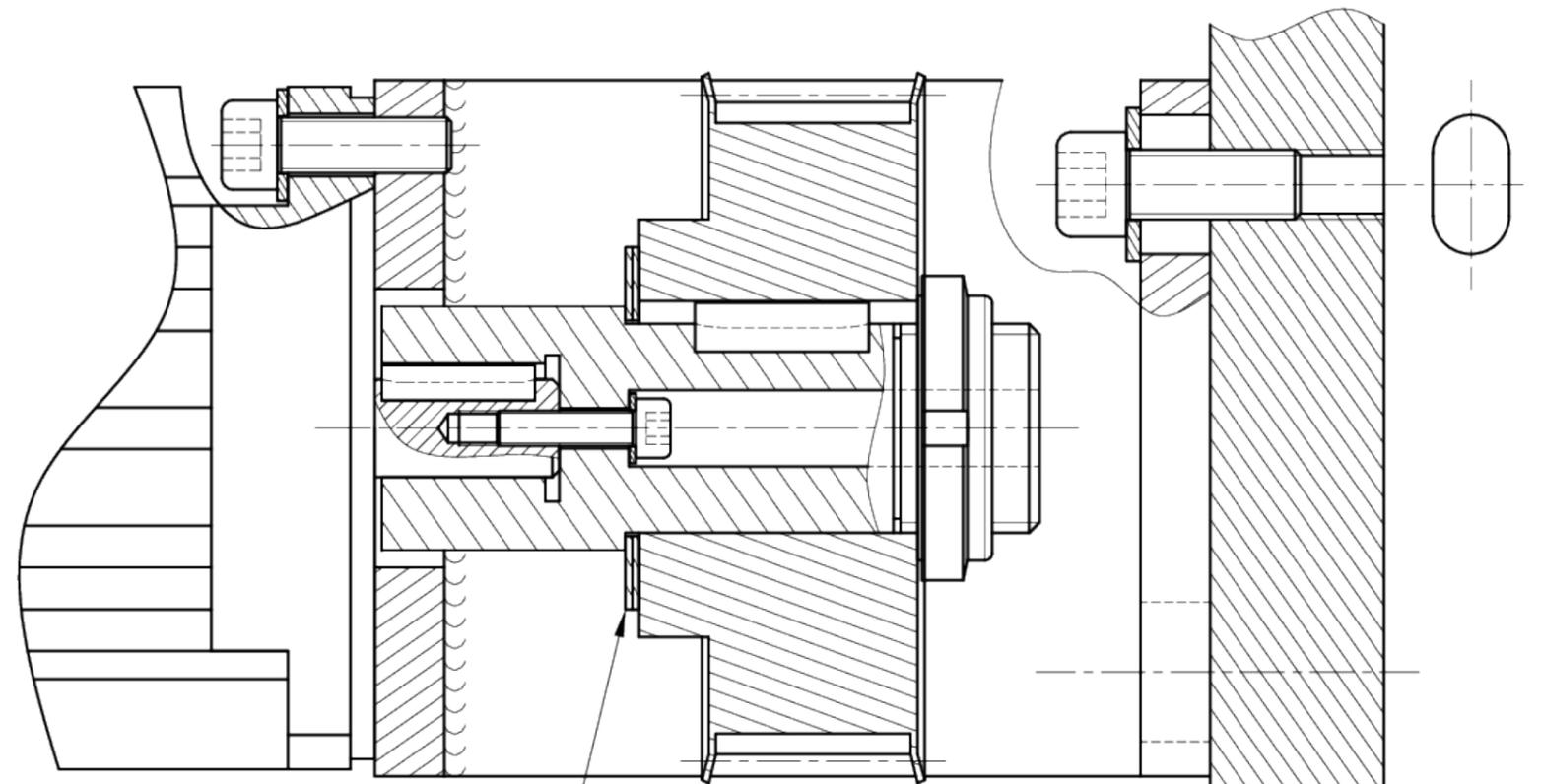
Type	$T_{total}$
EZ705U	1,97
EZ404U	1,88
EZ502U	1,99
EZ503U	1,89
EZ702U	1,86

*Compte tenu de l'hypothèse retenue pour le dimensionnement (pas de perte), il est préférable de retenir le EZ702U pour conserver une marge de sécurité.*

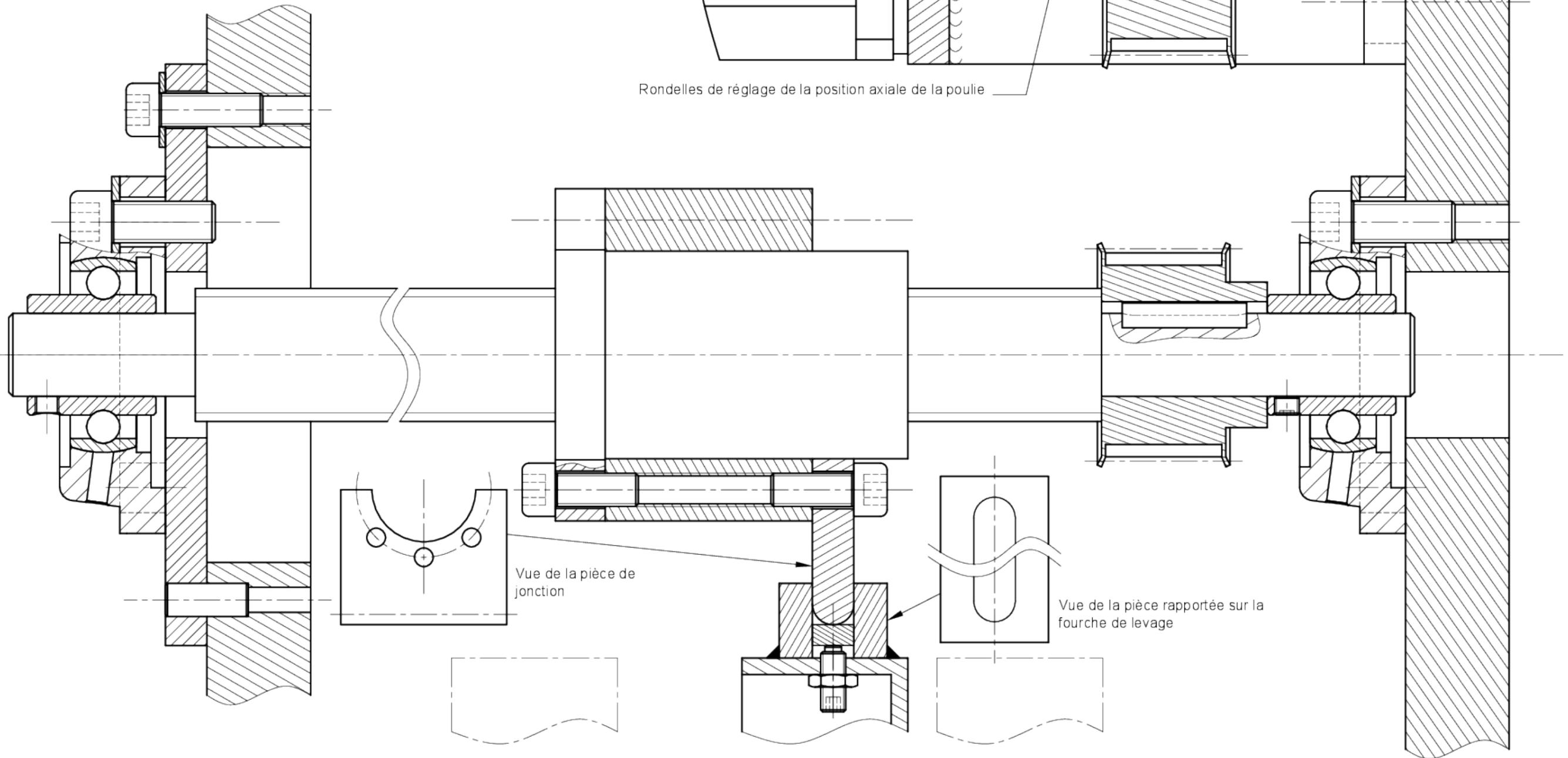
## PARTIE 3 – DESSIN D'ÉTUDE EN CONSTRUCTION MÉCANIQUE



Vue du support moteur

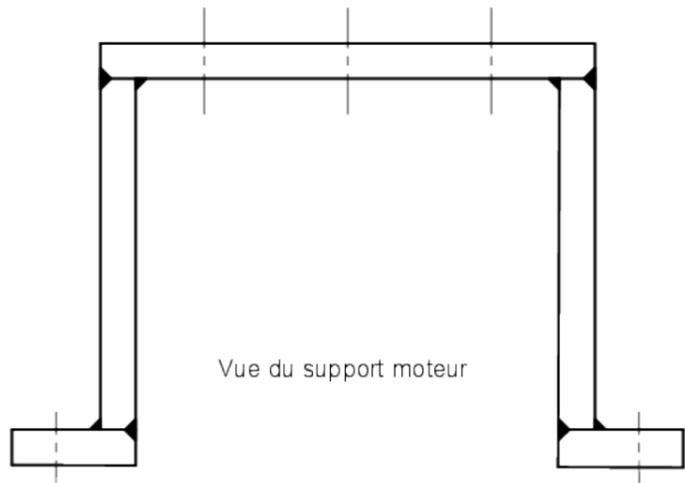


Rondelles de réglage de la position axiale de la poulie

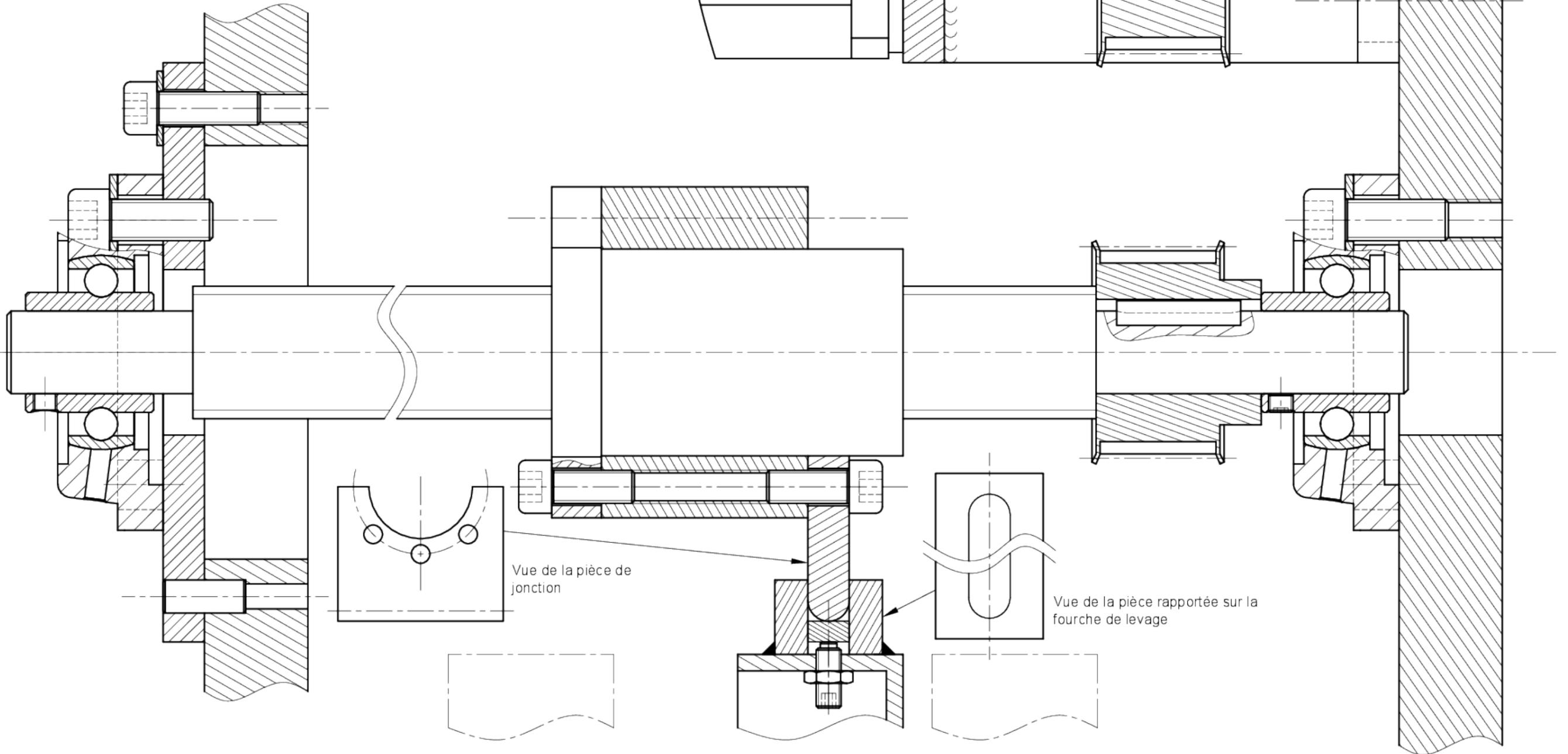
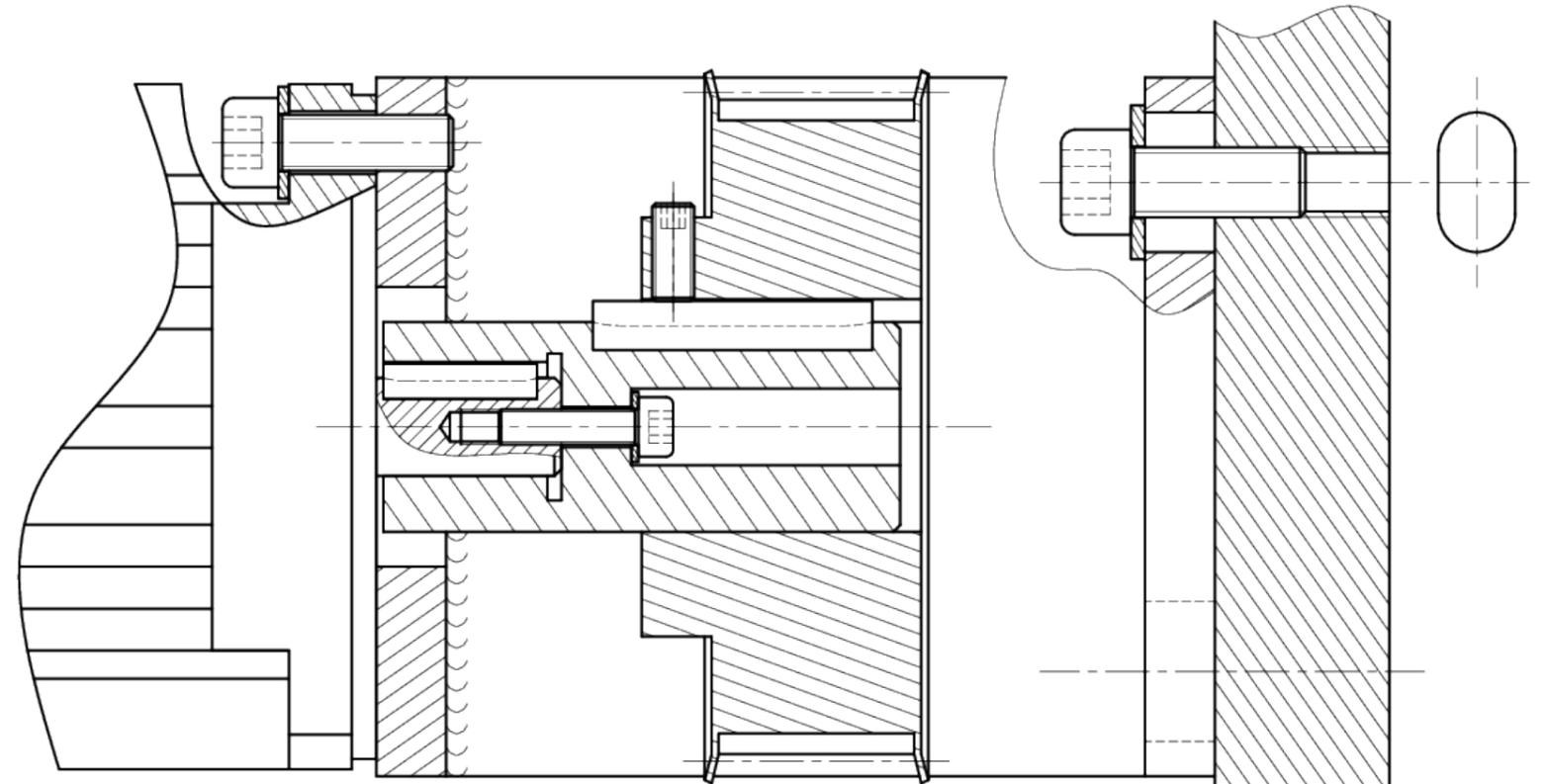


Vue de la pièce de jonction

Vue de la pièce rapportée sur la fourche de levage



Vue du support moteur



Vue de la pièce de jonction

Vue de la pièce rapportée sur la fourche de levage