

## Proposition de corrigé

Concours : Concours Commun INP

Année : 2021

Filière : PSI

Épreuve : Modélisation

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](https://www.upsti.fr) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles), et publiée sur le site de l'association :

<https://www.upsti.fr/espace-etudiants/annales-de-concours>

### A l'attention des étudiants

Ce document vous apportera des éléments de corrections pour le sujet traité, mais n'est ni un corrigé officiel du concours, ni un corrigé détaillé ou exhaustif de l'épreuve en question.

L'UPSTI ne répondra pas directement aux questions que peuvent soulever ces corrigés : nous vous invitons à vous rapprocher de vos enseignants si vous souhaitez des compléments d'information, et à vous adresser à eux pour nous faire remonter vos éventuelles remarques.

### Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

En cas de doute, n'hésitez pas à nous contacter à : [corrigesconcours@upsti.fr](mailto:corrigesconcours@upsti.fr).

### Informez-vous !

Retrouvez plus d'information sur les [Sciences de l'Ingénieur](#), l'[orientation](#), les [Grandes Ecoles](#) ainsi que sur les [Olympiades de Sciences de l'Ingénieur](#) et sur les [Sciences de l'Ingénieur au Féminin](#) sur notre site : [www.upsti.fr](https://www.upsti.fr)

L'équipe UPSTI

# Régulation d'un système de climatisation à débit d'air variable

Corrigé UPSTI

## CONTEXTE ET SYSTÈME ÉTUDIÉ

**Question 1** Donner deux solutions simples permettant d'améliorer la consommation énergétique d'un bâtiment.

Deux des solutions possibles pour améliorer la consommation énergétique d'un bâtiment sont :

- l'isolation du bâtiment,
- la mise en place d'un système de ventilation efficace,
- bien choisir l'orientation des ouvertures (au sud de préférence),
- ...

**Question 2** Expliquer, brièvement, pourquoi il est nécessaire de renouveler constamment l'air intérieur d'un bâtiment.

Le renouvellement de l'air dans un bâtiment permet d'assainir l'air et limite les problèmes d'humidité.

**Question 3** Quel est le rôle de l'échangeur thermique ?

L'air chaud sortant va chauffer l'air en entrée qui arrivera donc moins froid dans les pièces.

**Question 4** Citer deux avantages au fait de contrôler le débit d'air conditionné dans chaque pièce.

Le contrôle du débit d'air permet :

- l'asservissement de la température de la pièce,
- une diminution de la consommation énergétique,
- d'adapter le renouvellement d'air au besoin : le renouvellement d'air doit être nettement plus important dans une cuisine ou une salle de bain qu'une chambre.

## ÉTUDE DES PRINCIPAUX ÉCHANGES THERMIQUES

### 1 Puissance thermique dégagée par les personnes présentes dans la pièce

**Question 5** Déterminer, pour une personne, la part en pourcentage de la puissance dégagée par chacun des quatre modes de transfert thermique à 24°C.

$$p_{\text{rayonnement}} = \frac{35}{122} \times 100 = 29\%$$

$$p_{\text{conduction}} = \frac{45 - 35}{122} \times 100 = 8\%$$

$$P_{convection} = \frac{74 - 45}{122} \times 100 = 24\%$$

$$P_{evapo-transpiration} = \frac{122 - 74}{122} \times 100 = 39\%$$

**Question 6** Calculer la puissance totale  $P_{pers}$  dégagée par quatre personnes présentes dans la pièce. Dans la suite du sujet  $P_{pers}$  sera supposée constante dans la plage de température considérée.

$$P_{pers} = 4 \times 122 = 488W$$

## 2 Puissance thermique extraite par le climatiseur

**Question 7** On estime que le débit massique d'air conditionné nécessaire à la climatisation de l'ensemble du bâtiment est au maximum de  $25.10^3 \text{ kg.h}^{-1}$ . Calculer la puissance thermique maximale extraite du bâtiment par le climatiseur lorsque toutes les pièces sont maintenues à la température  $T = 24^\circ\text{C}$ .

$$P_{clim,tot} = D_{m,tot} \cdot c_P \cdot (T - T_c) = \frac{25.10^3}{3600} \times 1,0.10^3(24 - 20) = 2,8.10^4 W$$

**Question 8** Calculer la puissance électrique qui serait consommée au maximum par le climatiseur si son efficacité était égale à son efficacité maximale (la puissance mécanique fournie à l'appareil est supposée égale à la puissance électrique fournie pour le faire fonctionner)

$$\epsilon_{max} = \frac{T_c}{T_e - T_c} = \frac{20}{28 - 20} = 2,5$$

$$P_{elec} = \frac{P_{clim,tot}}{\epsilon_{max}} = \frac{2,8.10^4}{2,5} = 1,1.10^4 W$$

**Question 9** En pratique la puissance électrique consommée peut dépasser la valeur calculée à la question 8. Expliquer pourquoi.

A la question précédente, nous avons négligé le rendement de la conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique et supposé que le climatiseur avait une efficacité maximale.

## 3 Puissance thermique apportée par le renouvellement de l'air

**Question 10** Justifier que la puissance thermique apportée à la pièce par le renouvellement de l'air s'écrit :

$$Q_{ren} = m \cdot c_P \cdot \Delta T = P_{ren} \cdot dt$$

avec  $m$  masse de l'air chauffé pendant le temps  $dt$ , et  $\Delta T$  la variation de température de cette masse d'air, d'où

$$P_{ren} = \frac{m}{dt} \cdot c_P \cdot \Delta T = d_m c_p (T_{e/p} - T)$$

**Question 11** En appliquant le premier principe à l'écoulement entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$ , établir l'équation différentielle (4) et expliciter le paramètre  $\lambda$  en fonction de  $c_p$ ,  $dm$ ,  $K_{th}$  et  $N$  le nombre de paires de flux entrant/flux sortant de l'échangeur. Comme  $N$  est grand, les effets de bords sont négligés, chaque flux d'air est supposé échangé avec deux flux d'air voisins de sens opposés.

On applique le premier principe sur les bouts de tuyau sortants compris entre  $x$  et  $x + dx$  :

$$dH = c_p \cdot m_{tranche} \cdot dT = c_p \cdot m_{tranche} (T_{FS}(x + dx) - T_{FS}(x))$$

et

$$dH = \delta Q = 2 \cdot N \cdot K_{TH} \cdot dx \cdot (T_{FS}(x) - T_{FE}(x)) \cdot dt$$

donc

$$\begin{aligned} c_p \cdot m_{tranche} (T_{FS}(x + dx) - T_{FS}(x)) &= 2 \cdot N \cdot K_{TH} \cdot dx \cdot (T_{FS}(x) - T_{FE}(x)) \cdot dt \\ \Leftrightarrow c_p \cdot m_{tranche} (T_{FS}(x + dx) - T_{FS}(x)) &= 2 \cdot N \cdot K_{TH} \cdot dx \cdot (T_{FS}(x) - T_{FE}(x)) \cdot dt \\ \Leftrightarrow c_p \cdot dm \cdot \frac{(T_{FS}(x + dx) - T_{FS}(x))}{dx} &= 2 \cdot N \cdot K_{TH} \cdot (T_{FS}(x) - T_{FE}(x)) \\ \Leftrightarrow \frac{dT_{FS}(x)}{dx} &= \frac{T_{FS}(x) - T_{FE}(x)}{\frac{c_p \cdot dm}{2 \cdot N \cdot K_{TH}}} \end{aligned}$$

Nous trouvons finalement que

$$\lambda = \frac{c_p \cdot dm}{2 \cdot N \cdot K_{TH}}$$

**Question 12** Expliquer, succinctement et sans faire de calcul, comment établir l'équation différentielle (5).

On applique un raisonnement similaire à celui de la question précédente, mais on applique le premier principe aux tuyaux entrants.

**Question 13** Dédurre des équations différentielles (4) et (5) que  $T_{FE}(x) - T_{FS}(x) = T_{e/p} - T$ .

$$\begin{aligned} (5) - (4) &\Rightarrow \frac{dT_{FE}(x)}{dx} - \frac{dT_{FS}(x)}{dx} = 0 \\ &\Rightarrow T_{FE}(x) - T_{FS}(x) = cste \end{aligned}$$

or en  $x = L$ ,  $T_{FE}(L) = T_{e/p}$  et  $T_{FS}(L) = T$  Finalement,

$$\Rightarrow T_{FE}(x) - T_{FS}(x) = T_{e/p} - T$$

**Question 14** Établir une équation différentielle vérifiée uniquement par  $T_{FE}(x)$ . La résoudre en tenant compte des conditions aux limites.

Grâce à la question précédente, nous pouvons écrire que

$$\Rightarrow T_{FS}(x) = T_{FE}(x) - T_{e/p} + T$$

on remplace alors  $T_{FS}(x)$  par cette expression dans (5)

$$\frac{dT_{FE}(x)}{dx} = - \frac{T_{FE}(x) - T_{FE}(x) + T_{e/p} - T}{\frac{c_p \cdot dm}{2 \cdot N \cdot K_{TH}}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dT_{FE}(x)}{dx} = \frac{T - T_{e/p}}{\frac{c_p \cdot dm}{2 \cdot N \cdot K_{TH}}}$$

d'où

$$T_{FE}(x) = \frac{T - T_{e/p}}{\frac{c_p \cdot dm}{2 \cdot N \cdot K_{TH}}} \cdot x + cste$$

en 0,  $T_{FE}(0) = T_e$

Finalement,

$$T_{FE}(x) = \frac{T - T_{e/p}}{\frac{c_p \cdot dm}{2 \cdot N \cdot K_{TH}}} \cdot x + T_e$$

**Question 15** Montrer finalement que la puissance thermique apportée par le renouvellement de l'air s'écrit :

$$P_{ren} = \frac{d_m c_P}{1 + \frac{2 \cdot N \cdot K_{TH} \cdot L}{d_m \cdot c_p}} (T_e - T)$$

avec  $L$  la longueur de l'échangeur. Justifier que l'échangeur est équivalent à une résistance thermique. Donner son expression.

$$T_{FE}(L) = \frac{T - T_{e/p}}{\frac{c_p \cdot dm}{2 \cdot N \cdot K_{TH}}} \cdot L + T_e = T_{e/p}$$

$$\Leftrightarrow T_{e/p} \left( 1 + \frac{L}{\frac{c_p \cdot dm}{2 \cdot N \cdot K_{TH}}} \right) = \frac{L}{\frac{c_p \cdot dm}{2 \cdot N \cdot K_{TH}}} \cdot T + T_e$$

en remplaçant dans (3)

$$P_{ren} = d_m c_P \left( \frac{\frac{L}{\frac{c_p \cdot dm}{2 \cdot N \cdot K_{TH}}} \cdot T + T_e}{1 + \frac{L}{\frac{c_p \cdot dm}{2 \cdot N \cdot K_{TH}}}} - T \right)$$

$$P_{ren} = \frac{d_m c_P}{1 + \frac{L}{\frac{c_p \cdot dm}{2 \cdot N \cdot K_{TH}}}} (T_e - T)$$

L'échangeur est équivalent à une résistance de valeur :

$$r_{thermique} = \frac{1 + \frac{2 \cdot N \cdot K_{TH} \cdot L}{c_p \cdot dm}}{d_m c_P}$$

**Question 16** Pourquoi est-il intéressant de disposer d'un échangeur pour lequel  $N$  est grand? Pour un volume occupé par l'échangeur donné, quelle caractéristique physique de l'air, non mentionnée dans l'étude précédente, constitue un frein à l'augmentation excessive de  $N$ ? Expliquer de manière succincte.

Plus  $N$  est grand, plus la surface d'échange entre les conduites d'air entrant et sortant est importante.

Si l'on augmente  $N$ , le diamètre des conduites diminuent et il devient donc impossible de diminuer les effets de la viscosité de l'air sur les parois.

# INFLUENCE DU DÉBIT D'AIR CONDITIONNÉ SUR LA TEMPÉRATURE

## 1 Schéma électrique équivalent de la pièce

**Question 17** Exprimer  $R_4$  en fonction des résistances thermiques de l'échangeur et de la fenêtre. Justifier.

On introduit  $R_{fenetre}$  et  $R_{echangeur}$  les résistances thermiques de l'échangeur et de la fenêtre. La fenêtre et l'échangeur peuvent être comparés à des résistances en parallèles.

$$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{R_{fenetre}} + \frac{1}{R_{echangeur}}$$

$$R_4 = \frac{R_{fenetre} \cdot R_{echangeur}}{R_{fenetre} + R_{echangeur}}$$

**Question 18** A quoi correspond la source de courant  $\eta$ ? Justifier. On rappelle que la pièce est supposée être occupée par quatre personnes.

D'après le tableau 2, une source de puissance thermique peut être comparée à une source de courant. Les quatre humains dans la pièce peuvent être comparés à une source de puissance thermique. La source de courant  $\eta$  peut correspondre donc aux quatre personnes dans la pièce.

**Question 19** En écrivant la relation (2) pour une seule pièce du bâtiment, donner l'expression de la résistance  $R_3$ . On définira avec soin la (ou les) grandeur(s) introduite(s). Pourquoi s'agit-il d'une résistance variable pour le système de climatisation DAV étudié ici?

$$P_{dim} = D_m c_P (T - T_c)$$

$$T - T_c = R_3 \cdot P_{dim}$$

donc

$$P_{dim} = \frac{T - T_c}{R_3}$$

donc

$$R_3 = \frac{1}{D_m c_P}$$

La résistance  $R_3$  est choisie variable car le débit d'air dépend de l'ouverture des registres à volets.

**Question 20** En appliquant la loi des nœuds aux points 1,2 et 3, établir trois équations faisant intervenir  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T$  et leurs dérivées.

en 1

$$\frac{T_e - T_1}{R_1} = C_1 \frac{dT_1}{dt} + \frac{T_1 - T}{R_1}$$

en 2

$$\frac{T - T_2}{R_2} = C_2 \frac{dT_2}{dt}$$

en 3

$$\frac{T_e - T}{R_4} + \frac{T_1 - T}{R_1} = C_3 \frac{dT}{dt} - \eta + \frac{T - T_c}{R_3} + \frac{T - T_2}{R_2}$$

**Question 21** Montrer que la modélisation adoptée conduit à l'équation différentielle matricielle :

$$\dot{X} = AX + BU$$

avec  $X = (T_1 \ T_2 \ T)^T$  et  $U = (T_e \ T_c \ \eta)^T$  On explicitera avec soi les matrices  $A$  et  $B$ .  $M^T$  désigne la transposée de la matrice  $M$ .

en 1

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{1}{C_1} \left( -\frac{2}{R_1} T_1 + \frac{T}{R_1} + \frac{T_e}{R_1} \right)$$

en 2

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{1}{C_2} \left( -\frac{T_2}{R_2} + \frac{T}{R_2} \right)$$

en 3

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{C_3} \left( \frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2} - \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) T + \frac{T_e}{R_4} + \frac{T_c}{R_3} + \eta \right)$$

donc

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{R_1 C_1} & 0 & \frac{1}{R_1 C_1} \\ 0 & -\frac{1}{R_2 C_2} & \frac{1}{R_2 C_2} \\ \frac{1}{R_1 C_3} & \frac{1}{R_2 C_3} & -\frac{1}{C_3} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) \end{pmatrix}$$

et

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_1 C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_4 C_3} & \frac{1}{R_3 C_3} & \frac{1}{C_3} \end{pmatrix}$$

## 2 Résolution numérique

**Question 22** Compléter la ligne 7 définissant le vecteur  $U$ .

```
U=np.array([[301],[293],[0.5e3]])
```

**Question 23** On souhaite initialiser les températures  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T$  à 28°C. Compléter la ligne 10 initialisant le vecteur  $X$ .

```
X=np.array([[301],[301],[301]])
```

**Question 24** Approcher  $X(t_{k+1})$  à l'aide de  $X(t_k)$ ,  $\dot{X}(t_k)$  et  $\Delta t$  en utilisant la méthode d'Euler. A quelle condition de cette approximation est-elle justifiée ?

$$X(t_{k+1}) = X(t_k) + \dot{X}(t_k) \cdot \Delta t$$

Il faut que  $X(t_{k+1}) - X(t_k)$  et  $\Delta t$  soient suffisamment petits

**Question 25** Compléter les lignes 21 à 23. Les éléments des listes "temps" (t) et température (T) devront respectivement correspondre à des minutes et des degrés Celsius. On pourra utiliser  $np.dot(X, Y)$  pour calculer le produit de la matrice  $X$  par la matrice  $Y$ .

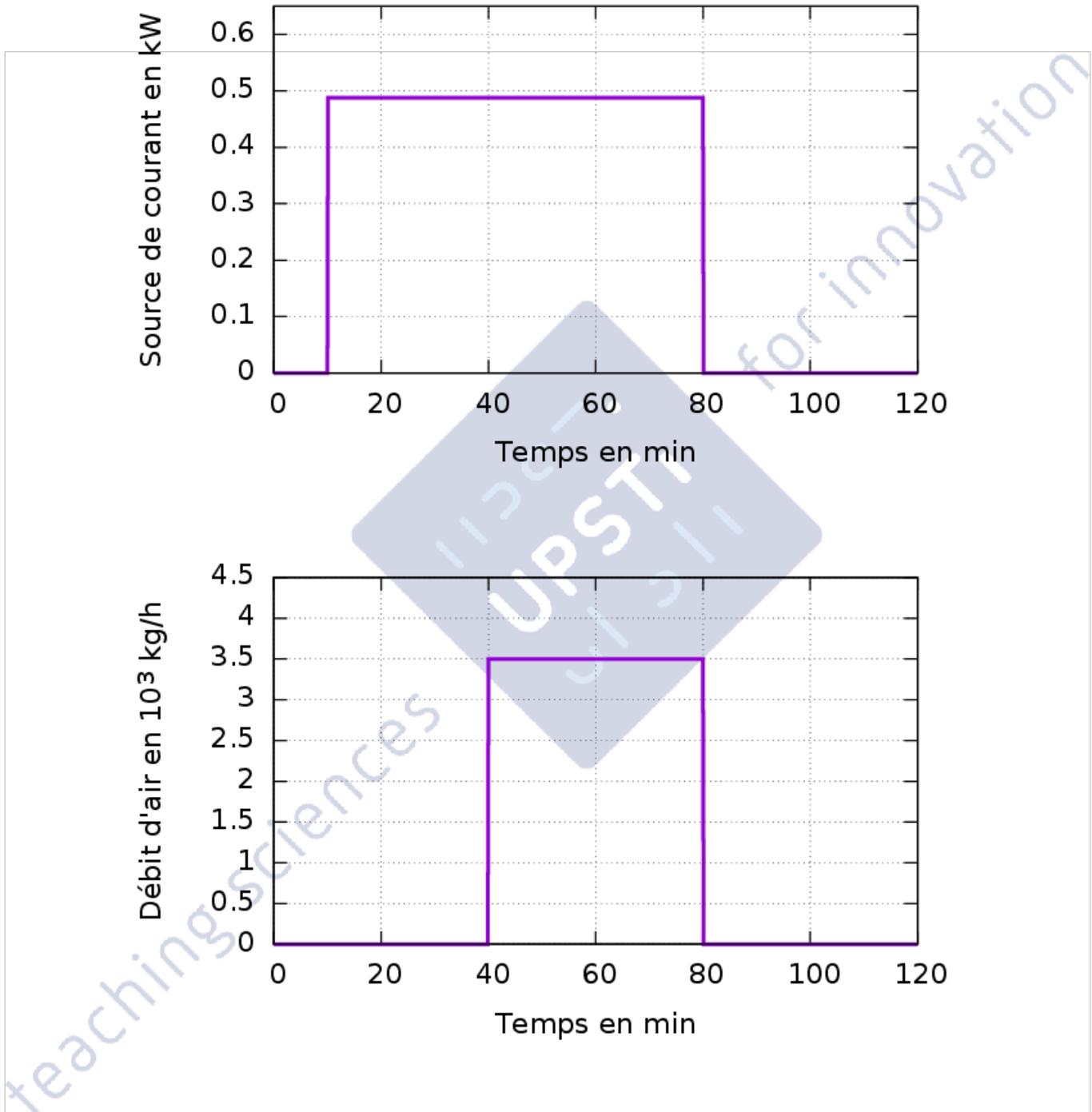
```
X = X + (np.dot(A, X) + np.dot(B, U)) * dt
```

```
T = T.extend([X[2, 0] - 273])
```

```
t = t.append([i * dt/60])
```

### 3 Résultat de simulation et identification à un premier ordre

**Question 26** Représenter graphiquement les évolutions temporelles de la source de courant  $\eta$  et du débit massique d'air conditionné  $D_m$  sur les DR1 et DR2 du Document Réponse

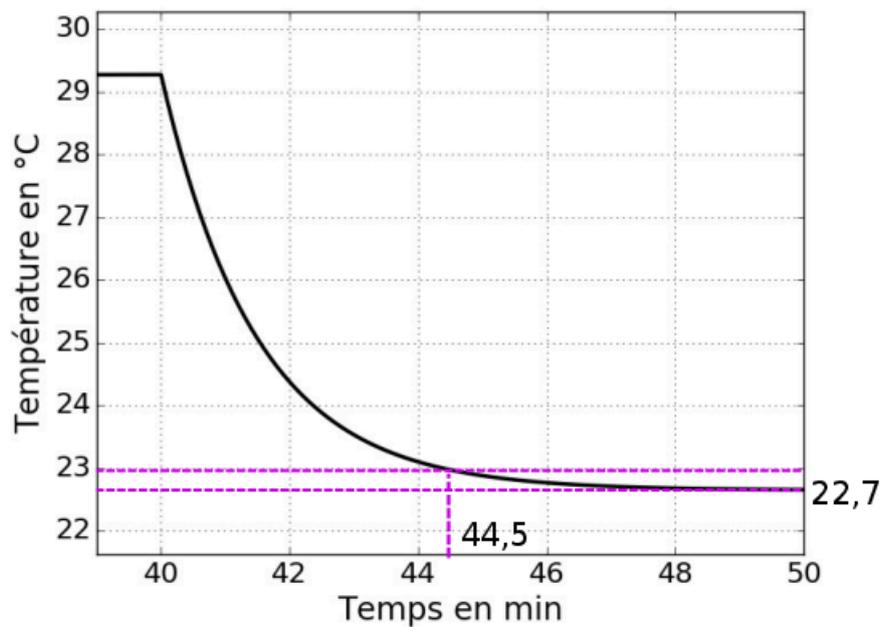


**Question 27** Justifier qu'un modèle de comportement de type passe-bas du premier ordre semble approprié pour S.

Le système répond à un échelon en débit d'air, entre 40 min et 80 min.

Par ailleurs, la réponse en température possède une asymptote horizontale lorsque  $t \rightarrow 80$  et la pente à  $t = 40$  min est non nulle.

**Question 28** A partir du DR3, identifier, en explicitant clairement la démarche suivie et en adoptant les unités du système International, le gain statique  $H_0$  et la constante de temps  $\tau$  du modèle de comportement  $S$



Par lecture graphique, on peut déterminer  $H_0$  :

$$H_0 = \frac{22,7 - 29,2}{3,5 \cdot 10^3} = -1,9 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{.h/kg} = -6,7 \text{ K.s/kg}$$

Par ailleurs,  $\frac{95}{100} \cdot (22,7 - 29,2) + 29,2 = 23$ , donc  $t_{r5\%} = 4,5 \text{ min}$ , donc  $\tau = 1,5 \text{ min} = 90 \text{ s}$

## CONTRÔLE DU DÉBIT D'AIR CONDITIONNÉ

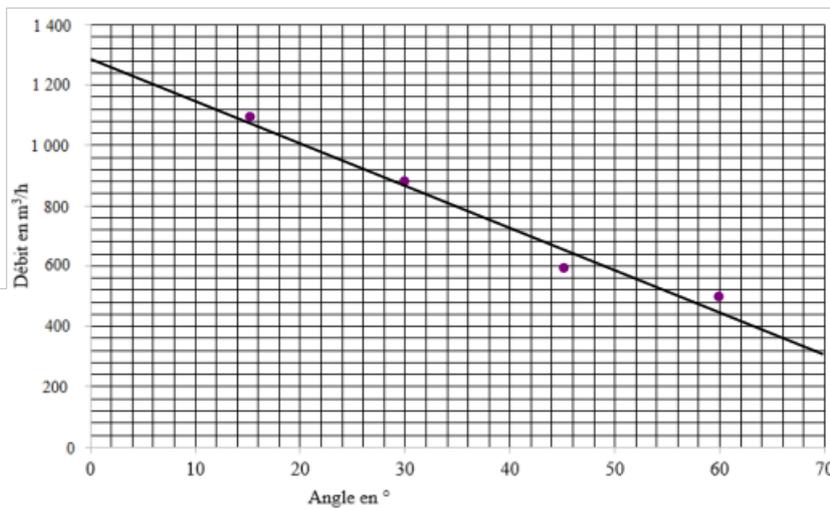
### 1 Étude du débit en fonction de l'inclinaison des volets du registre

**Question 29** En utilisant les différents points de fonctionnement de la figure 7, tracer sur le DR4 la caractéristique de débit en fonction de l'angle d'inclinaison des volets. Sachant qu'il y a deux ventilateurs qui doublent le débit, proposer une modélisation affine sous la forme

$$D_m = K_R \theta + D$$

et donner les valeurs numériques de  $D$  et  $K_R$ .

Par lecture graphique pour un moteur :  $D_1 = 1280 \text{ m}^3/\text{h}$  et  $K_{R1} = -14 \text{ m}^3/(\text{h} \cdot ^\circ)$ , d'où  $D = 2560 \text{ m}^3/\text{h}$  et  $K_R = -28 \text{ m}^3/(\text{h} \cdot ^\circ)$



## 2 Modélisation de la relation entre l'angle des volets et l'angle moteur

**Question 30** Écrire la fermeture géométrique de la boucle 0-1-4-3-0 en projection sur  $\vec{x}_0$  et  $\vec{y}_0$ . Éliminer le paramètre  $\theta_4$ . Mettre le résultat sous la forme  $f(\theta_1, \theta_3) = 0$ .

$$\begin{aligned}\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} &= \vec{0} \\ 1,3l.\vec{x}_1 + 2,8l.\vec{x}_4 + 1,8l.\vec{x}_3 - 2,5l.\vec{y}_0 &= \vec{0}\end{aligned}$$

En projection sur  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$  :

$$\begin{cases} 1,3 \cos \theta_1 + 2,8 \cos \theta_4 + 1,8 \cos \theta_3 &= 0 \\ 1,3 \sin \theta_1 + 2,8 \sin \theta_4 + 1,8 \sin \theta_3 - 2,5 &= 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2,8 \cos \theta_4 &= -1,3 \cos \theta_1 - 1,8 \cos \theta_3 & (1) \\ 2,8 \sin \theta_4 &= -1,3 \sin \theta_1 - 1,8 \sin \theta_3 + 2,5 & (2) \end{cases}$$

$$(1)^2 + (2)^2$$

$$2,8^2 = (-1,3 \cos \theta_1 - 1,8 \cos \theta_3)^2 + (-1,3 \sin \theta_1 - 1,8 \sin \theta_3 + 2,5)^2$$

$$0 = -7,84 + 1,69 \cos^2 \theta_1 + 3,24 \cos^2 \theta_3 + 4,68 \cos \theta_1 \cos \theta_3 + (1,3 \sin \theta_1 + 1,8 \sin \theta_3)^2 + 6,25 - 5(1,3 \sin \theta_1 + 1,8 \sin \theta_3)$$

$$0 = 3,34 + 4,68 \cos(\theta_1 - \theta_3) - 6,5 \sin \theta_1 - 9 \sin \theta_3$$

**Question 31** La résolution de cette équation non-linéaire est effectuée informatiquement. Ainsi, pour la plage de valeur de  $\theta_1 \in [0, 90]$ , il faut résoudre l'équation  $f(\theta_3) = 0$ . La résolution de cette équation est obtenue en utilisant la technique de la dichotomie. Recopier et compléter les lignes 15 à 18 de la fonction dichotomie du tableau 4.

while  $b - a > e$

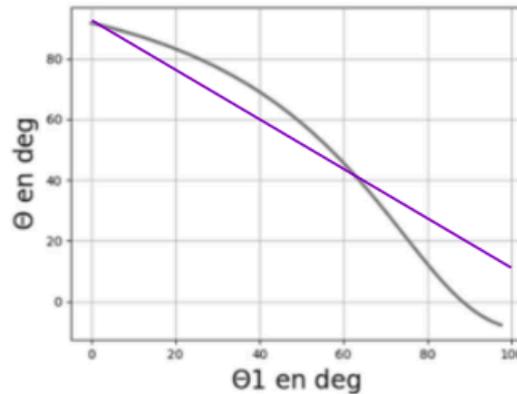
$m = a/2 + b/2$

if  $f(a) * f(m) >= 0 : a = m$

else :  $b = m$

**Question 32** Proposer un modèle linéaire reliant  $\theta$  à l'angle  $\theta_1$  sous la forme  $\theta = 90 + K_c \theta_1$

Pour  $\theta_1 = 65$ ,  $\theta = 40$ , d'où  $\theta = 90 - \frac{10}{13} \theta_1$



### 3 Modélisation du couple moteur en fonction de l'inclinaison

**Question 33** Isoler l'ensemble des pièces mobiles et effectuer un bilan des puissances extérieures et intérieures. Seules seront considérées les puissances des liaisons parfaites, l'action de l'air ainsi que la puissance motrice  $P_{moteur \rightarrow 1/0} = C_m \dot{\theta}_m$ .

- $P_{air \rightarrow volet1} = -M_{A(\theta_m)} \cdot \dot{\theta}_m$ ,
- $P_{air \rightarrow volet2} = -M_{E(\theta_m)} \cdot \dot{\theta}_m$ ,
- $P_{air \rightarrow volet3} = -M_{D(\theta)} \cdot \dot{\theta}$ ,
- $P_{liaisons} = 0$  car parfaites,
- $P_{moteur \rightarrow 1/0} = C_m \dot{\theta}_m$

**Question 34** La faible vitesse permet de négliger l'énergie cinétique. Écrire le théorème de l'énergie cinétique et en déduire la relation entre  $C_m$ ,  $M_{E(\theta_m)}$ ,  $M_{A(\theta_m)}$ ,  $M_{D(\theta)}$ .  
En prenant  $\theta_m \approx \theta$ , en déduire la relation  $C_m = f(\theta)$  et  $H_\nu(p)$ . Conclure sur la partie.

$$\sum P = \frac{dE_c}{dt} \approx 0$$

d'où

$$C_m \dot{\theta}_m = M_{A(\theta_m)} \cdot \dot{\theta}_m + M_{E(\theta_m)} \cdot \dot{\theta}_m + M_{D(\theta)} \cdot \dot{\theta}$$

si l'on considère  $\theta_m \approx \theta$ ,

$$C_m = M_{A(\theta_m)} + M_{E(\theta_m)} + M_{D(\theta)} = 1,2\theta$$

et

$$H_\nu(p) = \frac{1}{1,2} = 0,83^\circ/\text{N.m}$$

Dans cette partie, on a tout d'abord vu que le débit était lié à l'angle d'inclinaison des volets, et qu'on pouvait approcher cette relation par une fonction affine. Puis, nous avons vu quel couple moteur devait être exercé pour obtenir approximativement un angle d'inclinaison souhaité. A partir des deux relations trouvées, on est donc capable de savoir approximativement quel couple moteur fournir pour un débit donné.

# RÉGULATION DE LA TEMPÉRATURE

## 1 Modélisation de la régulation sous la forme d'un schéma-bloc

**Question 35** Donner la valeur de  $K_a$  afin d'avoir un asservissement correct. Justifier l'intérêt d'un correcteur proportionnel intégral.

$$K_a = K_T$$

Le correcteur proportionnel intégral permet d'annuler l'erreur statique.

## 2 Asservissement de la température

**Question 36** Régler  $T_i$  afin de compenser le pôle dominant de la fonction de transfert en boucle ouverte. Donner, dans cette configuration, l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte sans prendre en compte les perturbations. Le gain en boucle ouverte sera noté  $K_{BO}$ . L'expression sera mise sous forme canonique.

$$FTBO = K_i \frac{1 + T_i p}{T_i p} K_m K_v K_R \frac{H_0}{1 + \tau p} K_T$$

On prend  $T_i = \tau$ , on obtient alors

$$FTBO = \frac{K_{BO}}{p}$$

$$\text{avec } K_{BO} = \frac{K_i K_m K_v K_R H_0 K_T}{T_i}$$

**Question 37** Justifier la stabilité du système obtenu.

$$M_G = \infty \text{ et } M_\varphi = 90^\circ$$

La marge de phase est la marge de gain sont positives donc le système est stable. De plus, ces valeurs respectent le cahier des charges.

**Question 38** Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée (sans les perturbations) du système corrigé par compensation du pôle dominant. L'expression sera mise sous forme canonique.

$$FTBF = \frac{\frac{K_a}{K_T}}{\frac{1}{K_{BO}} p + 1}$$

**Question 39** Sachant que  $K_{BO} = 2.10^{-7} K_i$ , calculer  $K_i$  afin de respecter le critère du cahier des charges en rapidité.

Le cahier des charges impose :  $tr_{5\%} < 2500$  soit :

$$2500 > \frac{3}{K_{BO}} = \frac{3}{2.10^{-7} K_i}$$

$$K_i > 6000$$

**Question 40** Que faut-il modifier dans le schéma afin de prendre en compte cette limitation? Quelle conséquence aura cette modification sur les critères du cahier des charges ?

Pour prendre en compte cette limitation, on peut mettre une saturation entre  $H_v(p)$  et  $K_R$  dont la borne basse sera 0 et la borne haute 90.

Dans le cas de forte variation, le système répondra plus lentement.

**Question 41** Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

- temps de réponse :  $tr_{5\%} = 1900 < 2500$
- Précision : écart=0<1%
- $D_1 = \frac{1,2}{4} = 30\% < 35\%$

Le cahier des charges est respecté.

Cependant, réponse fournie est celle d'un second ordre (présence de dépassements) et non celle d'un premier ordre, il y a donc une incohérence dans le sujet.